УДК 519.863

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ДВУСТОРОННИХ РЫНКОВ В ЗАДАЧЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УЧЕБНОЙ НАГРУЗКИ МЕЖДУ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМИ КАФЕДРЫ

Ивахненко Дарья Александровна, асп.

Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Садовая ул., 21, Санкт-Петербург, Россия, 191023; e-mail: ivakhnenko.da@gmail.com

Цель: в статье рассматриваются возможности автоматизации процесса распределения учебной нагрузки между преподавателями кафедры с помощью математических моделей. *Обсуждение*: процесс распределения учебной нагрузки кафедры выполняется вручную и является довольно трудоемким, поскольку при распределении необходимо учитывать формальные требования, а также предпочтения профессорско-преподавательского состава относительно предлагаемых им дисциплин на предстоящий учебный год. Наибольшее внимание при распределении предлагается уделить учету пожеланий как преподавателей, так и кафедры, поскольку кафедра также имеет представление, кого из преподавателей назначить на ту или иную дисциплину. *Результаты*: автором предложена математическая модель на базе двусторонних рынков, позволяющая получить наиболее справедливое распределение нагрузки кафедры, а также учесть формальные требования к распределению. Результаты числовых расчетов подтверждают возможность применения разработанной модели распределения нагрузки кафедры.

Ключевые слова: распределение учебной нагрузки кафедры, модели двусторонних рынков, распределение нагрузки с предпочтениями.

DOI: 10.17308/meps.2021.9/2667

Введение

Задача распределения учебной нагрузки между преподавателями решается ежегодно на каждой кафедре каждого высшего учебного заведения (вуза) страны и характеризуется высокой трудоемкостью, поскольку при распределении необходимо учитывать формальные требования, выдвигаемые как самим вузом, так и Министерством образования и науки Российской Федерации. Согласно данным требованиям, нагрузка преподавателя должна соответствовать его должности и доле ставки, а все дисциплины, определяемые вузом на данной кафедре, должны быть закреплены за преподавателями рассматриваемой кафедры, при этом допустимые типы нагрузки определяются, исходя из должности и ученой степени преподавателя.

Помимо формальных требований, должны быть учтены пожелания преподавателей относительно учебных дисциплин. Свои предпочтения относительно итогового распределения также формирует кафедра на этапе планирования учебного процесса. Таким образом, при распределении учебной нагрузки необходимо учитывать как формальные требования, так и пожелания преподавателей и кафедры относительно предлагаемых учебных дисциплин.

Существует большое количество работ, посвященных задаче планирования учебного процесса. В работе [2] задача распределения нагрузки профессорско-преподавательского состава (ППС) рассматривается в виде задачи математического программирования, которая учитывает основные требования к распределению нагрузки. В приведенной работе предложены различные критерии оптимальности распределения, при этом отдельное внимание уделяется вопросам распределения лекционной нагрузки. Однако предложенные методы не учитывают пожеланий преподавателей и кафедры относительно учебной нагрузки.

Целью работы [3] является повышение эффективности научной деятельности кафедры. Для этого предложен метод перераспределения учебной нагрузки между преподавателями таким образом, чтобы индивидуальный план наиболее результативных преподавателей включал объем нагрузки на научную деятельность.

В работе [1] также отдельно рассматривается профессиональный потенциал ППС. Приведены методы оценки эффективности преподавателей. Полученные оценки используются в задаче математического программирования с целью максимизировать объем нагрузки преподавателей, обладающих высокими показателями эффективности.

Математическая модель распределения учебной нагрузки также приведена в работе [4]. Оптимизируемым критерием выступает разность между максимальной и минимальной нагрузками преподавателей, при этом учитываются основные требования к распределению в виде набора ограничений.

В перечисленных работах задача распределения учебной нагрузки сводится к задаче оптимизации, что позволяет учесть формальные требования и ограничения, однако напрямую не учитываются пожелания преподавателей кафедры относительно учебных курсов. Как было отмечено ранее, важной особенностью процесса распределения учебной нагрузки является наличие предпочтений у двух противоположных сторон: свои пожелания относительно учебных дисциплин формируют преподаватели, однако кафедра имеет свое представление относительно того, кого из преподавателей следует назначить на ту или иную дисциплину, т.е. предпочтения кафедры можно рассматривать как пожелания дисциплин относительно преподавателей. Особенности распределения игроков противоположных сторон с учетом их предпочтений рассматриваются в теории двусторонних рынков.

Моделям двусторонних рынков посвящено множество работ, преимущественно в зарубежных источниках. Наиболее известным алгоритмом распределения игроков противоположных сторон является алгоритм Гейла-Шепли [5, 9]. За применение данного алгоритма к социально значимым проблемам Э. Рот и Л. Шепли были удостоены Нобелевской премии в области экономики в 2012 г. Алгоритм Гейла-Шепли позволяет получить устойчивое распределение игроков противоположных сторон за полиномиальное время, однако данный алгоритм не позволяет учитывать формальные требования и позволяет получить только распределение, оптимальное для одной из сторон рынка. Алгоритм Ирвинга [7] позволяет компенсировать указанный недостаток и получить распределение, наилучшее для обеих сторон, однако предложенный алгоритм также не включает возможности учета дополнительных ограничений к распределению и не позволяет учесть единицы нагрузки, что является характерной особенностью задачи распределения учебной нагрузки кафедры.

Как было отмечено ранее, формальные требования могут быть учтены при формировании оптимизационной задачи. В работах [10, 11] представлены оптимизационные модели, позволяющие получить стабильное распределение, однако они не позволяют учитывать объем нагрузки, которым характеризуются учебные дисциплины, а также в результате некоторые из дисциплин могут оказаться нераспределенными.

Таким образом, на данный момент не существует готового подхода к распределению учебной нагрузки кафедры с учетом предпочтений двух противоположных сторон. Рассматриваемая задача может быть сформулирована как модель двусторонних рынков и требует разработки соответствующей оптимизационной модели.

Математическая постановка задачи распределения нагрузки

Кафедра характеризуется списком преподавателей $L = \{l_1, l_2, \ldots, l_m\}$ и списком учебных дисциплин $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_n\}$. Под дисциплиной понимается один вид нагрузки учебного курса. Так, например, лекционные и практические занятия по математическому анализу рассматриваются как две дисциплины, поскольку могут быть включены в нагрузку разных преподавателей. Аналогично один и тот же учебный курс для разных групп студентов может рассматриваться как несколько дисциплин. Таким образом, задача распределения учебной нагрузки кафедры может рассматриваться как двусторонний рынок типа «много-на-один», поскольку каждая дисциплина может быть включена в нагрузку только одного преподавателя, при этом преподаватель может быть назначен на несколько учебных дисциплин.

Каждая из учебных дисциплин $c \in C$ характеризуется объемом нагрузки τ_c (в академических часах), при этом каждый из преподавателей $l \in L$ должен получить нагрузку s_l в соответствии со своей должностью и долей ставки, но не менее чем $\underline{s}_l$, и не более чем $\overline{s}_l$ академических часов. Верхний предел нагрузки определяется, исходя из положения о планировании труда ППС. Нижний предел нагрузки определяется кафедрой и также может учитывать возможность включения в нагрузку рассматриваемого преподавателя руководство ВКР студентов и иные виды нагрузки.

Процесс распределения нагрузки должен учитывать предпочтения преподавателей относительно учебных дисциплин, которые могут быть представлены в виде упорядоченного списка приоритетов. Выражение $c_i \succ_l c_j$ означает, что дисциплина $c_i \in C$ более предпочтительна для преподавателя $l \in L$, чем дисциплина $c_j \in C$. Выражение $c_i \pm_l c_j$ указывает на то, что дисциплина $c_i \in C$ для данного преподавателя имеет равный или более высокий приоритет относительно дисциплины $c_j \in C$.

Дисциплина $c \in C$ включена в нагрузку преподавателя $l \in L$ в распределении μ, если $l = \mu(c) \Leftrightarrow c \in \mu(l)$. Пара $(l_i, \tilde{n}_j)$ называется блокирующей, если $c_j \notin \mu(l_i)$, при этом:

$$\exists\, c_k \in \mu(l_i):\ (c_j \succ_{l_i} c_k) \wedge (l_i \succ_{c_j} \mu(c_j)),$$

т.е. для дисциплины $c_j \in C$ преподаватель $l_i \in L$ является более предпочтительным, чем тот преподаватель, с которым она связана в распределении, в то же время преподаватель $l_i \in L$ предпочел бы дисциплину $c_j \in C$ некоторой дисциплине $c_k \in C$, имеющей в его списке предпочтений меньший приоритет.

Множество всех пар преподаватель – дисциплина, которые формируются из списков предпочтений учебных дисциплин, будем считать приемлемыми $(l,c) \in A$, поскольку данные списки предпочтений определяются кафедрой. Неприемлемыми, например, являются пары преподаватель – дисциплина, в которых дисциплина представляет собой лекционные занятия, в то время как преподаватель имеет должность ассистента кафедры и не может быть назначен на проведение данного типа занятий.

Распределение учебной нагрузки является стабильным, если оно не содержит блокирующих и неприемлемых пар. Таким образом, стабильность гарантирует отсутствие таких пар преподаватель – дисциплина, где преподаватель предпочел бы данную дисциплину какой-либо дисциплине в распределении, и в то же время кафедра предпочла бы назначить данного преподавателя на эту дисциплину. Распределение, обладающее свойством стабильности, является наиболее справедливым распределением учебной нагрузки.

Модель распределения учебной нагрузки

Целочисленная оптимизационная задача двусторонних рынков без учета единиц нагрузки, решение которой позволяет найти стабильное распределение игроков противоположных сторон, может быть представлена в следующем виде [11]:

$$\sum_{(l,c)\in A} x_{l,c} \to \max, \tag{1}$$

$$\sum_{\forall i:\ (i,c)\in A} x_{i,c} \le 1, \quad \forall c \in C, \tag{2}$$

$$\sum_{\forall j:\ (l,j)\in A} x_{l,j} \le s_l, \quad \forall l \in L, \tag{3}$$

$$\sum_{j \succ_l c} x_{l,j} + s_l \sum_{i \pm_c l} x_{i,c} \ge s_l, \quad \forall (l,c) \in A, \tag{4}$$

$$x_{l,c} \in \{0,1\}, \quad \forall l \in L,\ \forall c \in C. \tag{5}$$

В приведенной задаче ограничения (2) и (3) гарантируют, что игроки первой стороны будут связаны не более чем с одним игроком противоположной стороны, а все игроки противоположной стороны будут связаны не более чем с s_l игроками первой стороны. Ограничения (4) при этом гарантируют, что полученное распределение окажется стабильным и учитывает следующие случаи:

1) если игрок $l \in L$ связан с s_l более предпочтительными для него игроками противоположной стороны по сравнению с игроком $c \in C$, то пара $(l,c) \in A$ не является блокирующей;

2) если игрок $c \in C$ связан в распределении с игроком, имеющим в его списке предпочтений больший приоритет по сравнению с игроком $l \in L$ или же с самим игроком $l \in L$, то пара $(l,c) \in A$ также не является блокирующей.

Отметим, что в задаче с предпочтениями могут существовать несколько стабильных распределений [8]. Целевая функция (1) стремится максимизировать общее количество пар в распределении, однако может быть выбрана любая другая целевая функция.

Представленная оптимизационная задача не позволяет учесть единицы нагрузки при распределении. Добавление соответствующих характеристик в ограничения (3) и (4) может привести к тому, что стабильного распределения не будет существовать. Например, в случае если преподаватель не получил достаточный объем нагрузки, при этом следующая дисциплина в его списке предпочтений характеризуется слишком большим объемом нагрузки, ограничение (4) потребует включить данную дисциплину в нагрузку преподавателя, однако тогда не выполняется ограничение (3).

Чтобы учесть объем нагрузки в модели двусторонних рынков типа «много-на-один», необходимо изменить ограничения стабильности. Оптимизационная задача с учетом единиц нагрузки в данном случае примет вид:

$$\sum_{(l,c)\in A} x_{l,c} \to \max, \tag{6}$$

$$\sum_{\forall i:\ (i,c)\in A} x_{i,c} \le 1, \quad \forall c \in C, \tag{7}$$

$$\sum_{\forall j:\ (l,j)\in A} \tau_j\, x_{l,j} \le s_l, \quad \forall l \in L, \tag{8}$$

$$\sum_{j \succ_l c} \tau_j \, x_{l,j} + (s_l - \tau_{\tilde{n}} + \varepsilon) \sum_{i \pm_c l} x_{i,c} \ge s_l - \tau_{\tilde{n}} + \varepsilon, \quad \forall (l,c) \in A, \tag{9}$$

$$x_{l,c} \in \{0,1\}, \quad \forall l \in L, \ \forall c \in C, \tag{10}$$

где ε – положительная величина, имеющая меньший порядок, чем минимальный объем нагрузки в рассматриваемой задаче. В представленной оптимизационной модели ограничения стабильности (9) требуют включения дисциплины $c \in C$ в нагрузку преподавателя $l \in L$ только в том случае, если позволяет его штатная нагрузка s_l. Величина ε позволяет учесть граничный случай, когда преподаватель получил объем нагрузки, равный $s_l - \tau_{\tilde{n}}$, и может также быть назначен на дисциплину $c \in C$. В случае, если данная дисциплина не окажется в нагрузке преподавателя $l \in L$ и не будет назначена более предпочтительному для нее преподавателю, пара $(l,c) \in A$ окажется блокирующей.

Приведенная оптимизационная модель может использоваться в задачах двусторонних рынков с единицами нагрузки, однако не учитывает требования к нагрузке ППС. При решении задачи оптимизации (6)-(10) некоторые из преподавателей могут не получить необходимый объем нагрузки [6]. Такая ситуация для кафедры может означать, что для какого-либо преподавателя недостаточно нагрузки на предстоящий учебный год, и требуется сократить его долю ставки. Однако приведенная задача оптимизации также не учитывает необходимость того, чтобы все учебные дисциплины были закреплены за преподавателями кафедры.

При добавлении в ограничения требования о том, чтобы все учебные дисциплины были закреплены за преподавателями кафедры, также может возникнуть ситуация, когда задача не имеет решения при существующих ограничениях стабильности. Это приводит к идее ослабить ограничения стабильности и перейти к решению задачи минимизации блокирующих пар [12].

Чтобы избежать ситуации, когда формальные ограничения (8) не выполняются одновременно с ограничениями стабильности, введем переменную $y_{l,c}$, соответствующую каждой приемлемой паре. Полученная оптимизационная задача распределения нагрузки может быть представлена в следующем виде:

$$\sum_{(l,c) \in A} y_{l,c} \to \min, \tag{11}$$

$$\sum_{\forall i:\ (i,c) \in A} x_{i,c} \le 1, \quad \forall c \in C, \tag{12}$$

$$\sum_{\forall j:\ (l,j) \in A} \tau_j \, x_{l,j} \le s_l, \quad \forall l \in L, \tag{13}$$

$$\sum_{j \succ_l c} \tau_j \, x_{l,j} + s_l \sum_{i \pm_c l} x_{i,c} \ge s_l (1 - y_{l,c}), \quad \forall (l,c) \in A, \tag{14}$$

$$x_{l,c} \in \{0,1\},\ y_{l,c} \in \{0,1\}, \quad \forall l \in L,\ \forall c \in C. \tag{15}$$

Если $y_{l,c} = 1$, то ограничение стабильности (14) для данной пары не выполняется, т.е. пара является блокирующей. В случае, если при заданных ограничениях возможно получить стабильное распределение нагрузки, то значение целевой функции окажется равным нулю. Недостатком приведенной модели по сравнению с моделью (6)-(10) является невозможность определения произвольной целевой функции. Однако полученная модель (11)-(15) позволяет добавить в список ограничений формальные требования к нагрузке кафедры. В результате решения оптимизационной задачи следующего вида:

$$\sum_{(l,c) \in A} y_{l,c} \to \min, \tag{16}$$

$$\sum_{\forall i:\ (i,c) \in A} x_{i,c} = 1, \quad \forall c \in C, \tag{17}$$

$$\underline{s}_l \le \sum_{\forall j:\ (l,j) \in A} \tau_j\, x_{l,j} \le \overline{s}_l, \quad \forall l \in L, \tag{18}$$

$$\sum_{j \succ_l c} \tau_j\, x_{l,j} + \overline{s}_l \sum_{i \pm_c l} x_{i,c} \ge \overline{s}_l (1 - y_c), \quad \forall (l,c) \in A, \tag{19}$$

$$x_{l,c} \in \{0,1\},\ y_{l,c} \in \{0,1\}, \quad \forall l \in L,\ \forall c \in C \tag{20}$$

будет найдено околостабильное распределение учебной нагрузки кафедры, учитывающее все формальные ограничения, а также пожелания как преподавателей, так и кафедры относительно учебных дисциплин, если при заданных условиях не существует стабильного распределения. При этом в список ограничений могут быть добавлены и иные требования.

Методология исследования

Для проведения числовых расчетов были рассмотрены данные о штатной расстановке кафедры прикладной математики и экономико-математических методов Санкт-Петербургского государственного экономического университета, а также учебный план кафедры на 2021-2022 учебный год. Учебный план содержит необходимую информацию об объемах нагрузки на каждую из учебных дисциплин.

Методология сбора данных о предпочтениях педагогических работников и кафедры представляет собой следующую последовательность шагов:

1. На первом этапе формируется анкета для заведующего кафедрой, который определяет предпочтения учебных дисциплин относительно преподавателей. На данном этапе также определяются допустимые пары преподаватель – дисциплина.

2. На втором этапе формируются анкеты для преподавателей кафедры, содержащие только те дисциплины, которые заведующий кафедрой определил как допустимые.

Для формирования предпочтений на первом этапе заведующий кафедрой определяет приоритет, начиная с 1, для преподавателей относительно учебных дисциплин. На втором этапе каждый из преподавателей аналогичным образом определяет приоритеты для предлагаемых ему учебных дисциплин.

Пример анкеты для заведующего кафедрой приведен в таблице 1. В приведенной таблице заведующий кафедрой определил наивысший приоритет преподавателю 2 для проведения занятий по математическому анализу для первого курса направления «Прикладная математика». Анкета также содержит информацию о типе нагрузки (лекционные или практические занятия), объеме нагрузки на каждую из учебных дисциплин, а также о контингенте обучающихся.

Аналогичные анкеты для преподавателей содержат информацию о предлагаемых им дисциплинах и поле для указания приоритета. Фрагмент такой анкеты приведен в таблице 2. В анкете для преподавателей также указывается тип нагрузки, объем нагрузки на каждую из представленных в таблице дисциплин, а также контингент обучающихся.

Таблица 1

Фрагмент анкеты для формирования предпочтений кафедры

Уровень образования	Курс	Направление подготовки	Наименование дисциплины	Преподаватель 1	Преподаватель 2
б	1	БИ	Методы оптимизации	1	2
б	1	ПИ	Теория систем и системный анализ		
б	1	ПИ	Исследование операций и методы оптимизации	1	
б	1	ПМ	Математический анализ		1
б	1	ПМ	Алгебра и геометрия		
б	1	ПМ	Системы компьютерной математики		4
б	1	ПМ	Дискретная математика		
б	1	Э	Математический анализ		3
б	1	Э	Линейная алгебра	2	

Таблица 2

Фрагмент анкеты для формирования предпочтений преподавателей

Уровень образования	Курс	Направление подготовки	Наименование дисциплины	Приоритет
б	1	БИ	Методы оптимизации	3
б	2	ГМ	Основы математического моделирования социально-экономических процессов	5

Окончание табл. 2

Уровень образования	Курс	Направление подготовки	Наименование дисциплины	Приоритет
б	3	ПМ	Методы прогнозирования	1
б	3	ПИ	Математические методы в экономике	4
м	2	ПМиИ	Математические методы прогнозирования	2

Таким образом, информация о предпочтениях преподавателей и кафедры представлена в виде таблиц в формате xlsx. Дальнейшая обработка представленных таблиц позволяет сформировать упорядоченные списки предпочтений преподавателей кафедры. Обработка данных о штатной расстановке позволяет определить допустимые объемы нагрузки каждого из преподавателей.

Обсуждение результатов

Обработанные данные о штатной расстановке и предпочтениях преподавателей и кафедры использовались при решении задачи (16)-(20). В результате распределения число блокирующих пар оказалось равным 5 при общем количестве допустимых пар равном 343, что говорит о том, что полученное распределение учебной нагрузки оказалось близким к стабильному и является наиболее справедливым из возможных распределений. При этом в распределении, полученным кафедрой вручную, количество блокирующих пар составило 12. Процент совпадающих пар в двух полученных распределениях составил 82%. Таким образом, распределение, полученное вручную, уступает распределению, полученному с помощью предложенной модели, однако можно заметить, что кафедра также старается распределить нагрузку наиболее справедливо, на что также указывает высокая доля совпадающих в распределении пар.

На рисунке 1 приведено отклонение полученной с помощью модели нагрузки 8 преподавателей на учебный год от их штатной нагрузки.

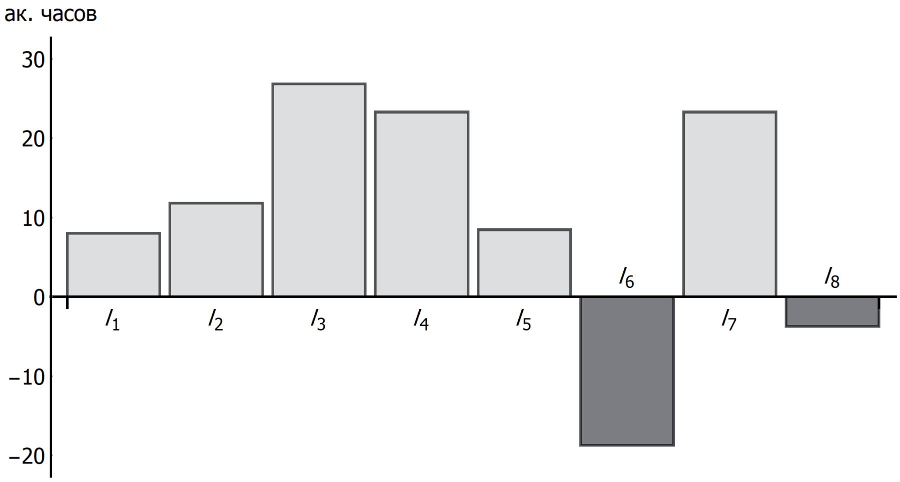

Рис. 1. Отклонение от штатной нагрузки преподавателей в распределении

Нагрузка преподавателей l_6 и l_8 незначительно ниже положенной им штатной нагрузки, однако нагрузка рассмотренных преподавателей удовлетворяет формальным требованиям и незначительно отклоняется от необходимого объема. Нагрузка других преподавателей незначительно выше положенного объема и составляет почасовой фонд кафедры.

Рисунок 2 демонстрирует распределение полученной нагрузки по семестрам. Предложенная оптимизационная модель не учитывает критерия равномерности распределения нагрузки по семестрам, однако данный критерий не является обязательным, поскольку в штате кафедры могут числиться преподаватели на малую долю ставки, нагрузка которых приходится только на один семестр.

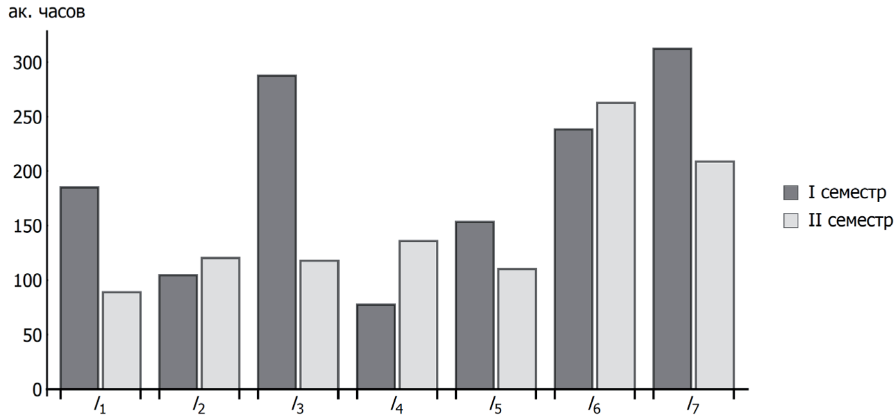

Рис. 2. Объем нагрузки преподавателей по семестрам

В предложенной математической модели распределения нагрузки в качестве целевой функции выступает минимизация числа блокирующих пар, однако если кафедра заинтересована в получении более равномерного распределения нагрузки преподавателей по семестрам или такого распределения, в котором суммарное отклонение нагрузки от штатной нагрузки преподавателей было бы минимальным, могут быть применены методы многокритериальной оптимизации, например, метод последовательных уступок.

Таким образом, применение моделей на базе двусторонних рынков позволяет автоматизировать процесс распределения учебной нагрузки кафедры и получить наиболее справедливое распределение с учетом формальных ограничений.

Список источников

1. Болгова Е.В., Касаткина Т.И., Кузьменко Р.В., Москаленко А.Г. Математическое моделирование и оптимизация расчета учебной нагрузки профессорско-преподавательского состава кафедры // *Вестник Воронежского института ФСИН России*, 2019, no. 1, c. 39-50.
2. Виноградов Г.П., Кирсанова Н.В. Модель интерактивного планирования нагрузки ППС кафедры // *Вестник Тверского государственного технического университета*, 2017, no. 2 (32), c. 106-111.
3. Коргин Н.А. Механизм обмена как основа распределения научной и учебной нагрузок преподавателей // *Управление большими системами*, 2006, вып. 12-13, с. 90-108.
4. Султанова С.Н., Тархов С.В. Модели и алгоритмы поддержки принятия решений при распределении учебной нагрузки преподавателей // *Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета*, 2006, т. 7, no. 3, c. 107-114.
5. Gale D., Shapley L.S. College admissions and the stability of marriage // *The American Mathematical Monthly*, 1962, vol. 69, no. 1, pp. 9-15.
6. Irving R., Leather P., Gusfield D, An efficient algorithm for the «Optimal» stable marriage // *Journal of the Association for Computing Machinery*, 1987, vol. 34, no. 3, pp. 532-543.
7. Irving R., Leather P. The complexity of counting stable marriages // *SIAM Journal on Computing*, 1986, vol. 15, no 3, pp. 655-667.
8. Kolos A., Biró P., McBride I. Integer programming methods for special college admissions problems // *Journal of Combinatorial Optimization*, 2014, vol. 32, no. 4, pp. 1371-1399.
9. Roth A.E., Rothblum U.G., Vande Vate J.H. Stable matchings, Optimal assignments, and linear programming // *Mathematics of Operations Research*, 1993, vol. 18, no. 4, pp. 803-828.
10. Roth A.E. The economics of matching: Stability and incentives // *Mathematics of Operations Research*, 1982, vol. 7, no. 4, pp. 617-628.
11. Sethuraman J., Teo C-P., Qian L. Many-to-One stable matching: Geometry and fairness // *Mathematics of Operations Research*, 2006, vol. 31, no. 3, pp. 581-596.
12. Wang X., Agatz N., Erera A. Stable matching for dynamic ride-sharing systems // *Transportation Science*, 2018, vol. 52, no. 4, pp. 850-867.

APPLICATION OF THE TWOSIDED MARKETS THEORY FOR UNIVERSITY DEPARTMENT TEACHING WORKLOAD DISTRIBUTION

Ivakhnenko Daria Aleksandrovna, graduate student

Saint Petersburg State University of Economics, Sadovaya str., 21, St. Petersburg, Russia, 191023; e-mail: ivakhnenko.da@gmail.com

Purpose: the article discusses the possibilities of automating the process of distributing the educational load between the teachers of the department using mathematical models. *Discussion*: the process of distributing the educational load of the department is performed manually and is quite time-consuming because the distribution must take into account the formal requirements, as well as the preferences of the faculty regarding the disciplines offered to them for the upcoming academic year. The greatest attention in the distribution is proposed to be paid to taking into account the wishes of both teachers and the department, since the department also has an idea of which of the teachers to appoint to a particular discipline. *Results*: the author proposes a mathematical model based on bilateral markets, which allows to obtain the most equitable distribution of the load of the department, as well as to take into account the formal requirements for distribution. The results of numerical calculations confirm the possibility of applying the developed model of load distribution of the department.

Keywords: distribution of the educational load of the department, models of bilateral markets, load distribution with preferences.

References

1. Bolgova E.V., Kasatkina T.I., Kuzmenko R.V., Moskalenko A.G. Matematicheskoe modelirovanie i optimizaciya rascheta uchebnoj nagruzki professorsko-prepodavatel'skogo sostava kafedry [Mathematical modeling and optimization of the calculation of the workload of the teaching staff of the department]. *Vestnik Voronezhskogo instituta FSIN Rossii*, 2019, no. 1, pp. 39-50. (In Russ.)

2. Vinogradov G.P., Kirsanova N.V. Model' interaktivnogo planirovaniya nagruzki PPS kafedry [Interactive model planning of the load between the staff of the chairs]. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2017, no. 2 (32), pp. 106-111. (In Russ.)

3. Korgin N.A. Mekhanizm obmena kak osnova raspredeleniya nauchnoj i uchebnoj nagruzok prepodavatelej [The exchange mechanism as the basis for the distribution of scientific and educational workloads of teachers]. *Upravlenie bol'shimi sistemami, 2006*, v. 12-13, pp. 90-108. (In Russ.)

4. Sultanova S.N., Tarhov S.V. Modeli i algoritmy podderzhki prinyatiya reshenij pri raspredelenii uchebnoj nagruzki prepodavatelej [Models and algorithms for decision support for the teaching workload distribution]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviacionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2006, t. 7, no. 3, pp. 107-114. (In Russ.)

5. Gale D., Shapley L.S. College admissions and the stability of marriage. *The*

American Mathematical Monthly, 1962, vol. 69, no. 1, pp. 9-15.

6. Irving R., Leather P., Gusfield D. An efficient algorithm for the «Optimal» stable marriage. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 1987, vol. 34, no. 3, pp. 532-543.

7. Irving R., Leather P. The complexity of counting stable marriages. *SIAM Journal on Computing*, 1986, vol. 15, no. 3, pp. 655-667.

8. Kolos A., Biró P., McBride I. Integer programming methods for special college admissions problems. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2014, vol. 32, no. 4, pp. 1371-1399.

9. Roth A.E., Rothblum U.G., Vande Vate J.H. Stable matchings, Optimal assignments, and linear programming. *Mathematics of Operations Research*, 1993, vol. 18, no. 4, pp. 803-828.

10. Roth A.E. The economics of matching: Stability and incentives. *Mathematics of Operations Research*, 1982, vol. 7, no. 4, pp. 617-628.

11. Sethuraman J., Teo C-P., Qian L. Many-to-One stable matching: Geometry and fairness. *Mathematics of Operations Research*, 2006, vol. 31, no. 3, pp. 581-596.

12. Wang X., Agatz N., Erera A. Stable matching for dynamic ridesharing systems. *Transportation Science*, 2018, vol. 52, no. 4, pp. 850-867.