

---

## **ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИЕЙ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ**

---

**Щепин Лев Алексеевич**, асп.

**Гущина Виктория Андреевна**, бак.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: shchepinlev@mail.ru; gimnazistka2012@gmail.com

*Цель:* разработать математическую модель, позволяющую определить требования к производительности труда и темпам ее роста для формирования определенной траектории развития предприятия. *Обсуждение:* в данной работе для построения траекторий развития предприятия использовалась неоклассическая производственная функция Кобба-Дугласа. Предлагается учитывать в производственной функции еще один фактор интенсивного развития – способность предприятия к изменению производительности труда. Для проведения имитационных экспериментов, визуального анализа траекторий развития и их параметров, а также нахождения требуемых значений интенсивных факторов для формирования определенных траекторий развития разработано программное обеспечение. *Результаты:* разработанный алгоритм и созданный программный продукт показали возможность использования данного подхода для проведения имитационных экспериментов и анализа различных траекторий развития реальных предприятий, а также выработки рекомендаций по управлению траекторией развития предприятия.

**Ключевые слова:** траектория развития предприятия, производственная функция, устойчивое развитие, производительность труда, показатели интенсивного развития.

DOI: 10.17308/meps.2021.12/2729

### **Введение**

В современных экономических исследованиях проблема устойчивого развития предприятия приобретает все большее значение [2-4, 8, 10, 13]. Обеспечение процессов устойчивого развития является одной из важнейших задач как для самих предприятий, так и для органов государственного управления. Однако отсутствие единого подхода к определению категории «устойчивое развитие предприятия» затрудняет моделирование траекторий развития предприятия [6, 7].

Например, в статье А. С. Кутовой рассматриваются различные подходы к определению понятия «устойчивое развитие предприятия» [12]. Один

подход «основан на взаимосвязи устойчивого развития и совокупности внешних и внутренних факторов хозяйственной среды функционирования предприятия». Второй подход рассматривает данную категорию «в разрезе финансовой устойчивости предприятия», третий – базируется на сравнении категории «устойчивое развитие» со стабильностью и экономическим равновесием, четвертый подход описывает всю совокупность количественных и качественных характеристик хозяйственной деятельности предприятий [12]. Также можно говорить о динамической и статической устойчивости.

В данной работе будем считать, что процесс развития предприятия носит устойчивый характер, если он представляет собой последовательность непрерывных преобразований, направленных на достижение определенных изменяющихся во времени целей и характеризующихся переходом на новый качественный уровень стабильности и эффективности деятельности. Оценка потенциала роста предприятия требует соотнесения и сопоставления в динамике разнообразных показателей, характеризующих различные стороны хозяйственной деятельности предприятия, анализа использования им инноваций и высоких технологий, которые будут способствовать росту предприятия, а также проблем, связанных с обучением трудовых кадров и проведением социальных мероприятий [1].

Математические модели анализа возможных траекторий устойчивого развития и нахождения источников внутреннего и внешнего потенциала устойчивого развития рассматриваются, например, в статье А. В. Сидорина [14].

Модель, предложенная в данной работе, позволяет определить требования к производительности труда и темпам ее роста для формирования определенной траектории выпуска продукции предприятия.

### **Методология исследования**

Наиболее распространенным способом описания траектории развития предприятия является динамическая производственная функция, которая показывает, каким будет выпуск продукции при определенных сочетаниях производственного капитала и затрат труда [11].

В данной работе для построения траекторий развития предприятия использовались производственные функции Кобба-Дугласа.

Классическая функция Кобба-Дугласа имеет следующий вид:

$$X(t) = A \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta,$$

где  $X(t)$  – выпуск предприятия в момент времени  $t$ ,  $K(t)$  – объем капитала в момент времени  $t$ ,  $L(t)$  – объем трудовых ресурсов в момент времени  $t$ ,  $A$  – параметр масштаба,  $\alpha$  – эластичность выпуска по капиталу,  $\beta$  – эластичность выпуска по труду.

Предлагается учитывать в производственной функции еще один фактор интенсивного развития – способность предприятия к изменению производительности труда  $G(t)$ . Тогда модель примет вид:

$$X(t) = A \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot G(t - 1)^\gamma,$$

$$\text{где } G(t - 1) = \frac{P(t - 1)}{P(t - 2)} = \frac{\frac{X(t - 1)}{L(t - 1)}}{\frac{X(t - 2)}{L(t - 2)}}.$$

$P(t)$  – производительность труда в момент времени  $t$ .

Для определения значений неизвестных параметров  $A, \alpha, \beta, \gamma$  на основе статистических данных за определенный период методом наименьших квадратов находятся оценки коэффициентов регрессионного уравнения зависимости выпуска от капитала, труда и производительности. Для этого осуществляется линеаризация модели путем логарифмирования и замены переменных:

$$\ln X(t) = \ln A + \alpha \ln K(t) + \beta \ln L(t) + \gamma \ln G(t - 1)$$

$$Y(t) = \theta + \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3,$$

$$A = e^\theta, x_1 = \ln K(t), x_2 = \ln L(t), x_3 = \ln G(t)$$

В результате моделирования проверяются гипотезы об адекватности полученной спецификации модели, ее прогностической силе и статистической значимости каждого из факторов. Если проведенный анализ показывает адекватность полученного уравнения регрессии, то данное уравнение можно использовать для формирования требований к значениям интенсивного фактора для формирования определенной траектории целевого показателя.

Одновременно с уравнением регрессии для производственной функции строится еще одно уравнение авторегрессии для анализа трудовых ресурсов:

$$L(t + 1) = (L(t))^\delta (G(t - 1))^\mu.$$

Модель также линеаризуется и оценки коэффициентов находятся с помощью метода МНК.

Предположим, что необходимо проанализировать возможности изменения целевого показателя в период времени  $[t_0, t_1]$  за счет интенсивного фактора и по определенной траектории:

$$X(t) = X_n + k(t - t_n)^p.$$

Интервал  $[t_0, t_1]$  можно разбить на несколько подинтервалов, и для границ каждой из частей указать значения  $X(t)$ , соответствующие рассматриваемой траектории (см. табл. 1).

Таблица 1

Требуемые значения траектории развития

$t_{n+1}$	$t_{n+2}$	$t_{n+3}$	...	$t_{n+m}$
$X(t_{n+1})$	$X(t_{n+2})$	$X(t_{n+3})$		$X(t_{n+m})$

Алгоритм расчетов можно представить следующими формулами:

$$X(t_{n+1}) = A \cdot K(t_n)^\alpha \cdot L(t_n)^\beta \cdot G(t_n)^\gamma,$$

$$G(t_n) = \left( \frac{X(t_{n+1})}{A \cdot K(t_n)^\alpha \cdot L(t_n)^\beta} \right)^{\frac{1}{\gamma}},$$

$$L(t_{k+1}) = (L(t_k))^\delta (G(t_{k-1}))^\mu,$$

$$X(t_{n+2}) = A \cdot K(t_n)^\alpha \cdot L(t_{n+1})^\beta \cdot G(t_n)^\gamma,$$

$$X(t_{n+m}) = A \cdot K(t_n)^\alpha \cdot L(t_{n+m-1})^\beta \cdot G(t_{n+m-2})^\gamma,$$

$$G(t_{n+m-2}) = \left( \frac{X(t_{n+m})}{A \cdot K(t_n)^\alpha \cdot L(t_{n+m-1})^\beta} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

В результате проведенных вычислений для каждого периода перехода на новую траекторию будут сформированы требуемые значения способности предприятия к увеличению производительности труда.

### **Обсуждение результатов**

Для визуального анализа траекторий развития и их параметров, а также нахождения требуемых значений интенсивных факторов для формирования определенных траекторий развития разработано программное обеспечение для проведения имитационных экспериментов. Созданная программа строит графики по заданным моделям, а для некоторых моделей предусматривается также расчет параметров. Программное обеспечение относится к классу прикладных в нашем случае это программа математических расчетов, моделирования и анализа. Программа может быть использована в любой среде, где есть возможность установки интерпретатора языка Python и сервера Jupiter Network. Для реализации был выбран язык программирования Python. Данный язык является интерпретируемый, что позволяет видеть заданные данные и формулы, а также менять их непосредственно в скрипте. За основу были взяты технологии структурного программирования, т. е. используются только алгоритмы, построенные из стандартного набора базовых структур. Разработка данной программы велась в среде «Visual Studio Code».

Первоначальные данные задаются или генерируются, для некоторых моделей предусмотрен ручной ввод. Результатом работы программы являются графические модели. Тестирование разработанного алгоритмического и программного обеспечения было проведено на данных завода стройматериалов.

На рис. 1 представлены графики зависимости прогнозируемых показателей  $P(t)$  для различных значений  $k$  и  $n$ .

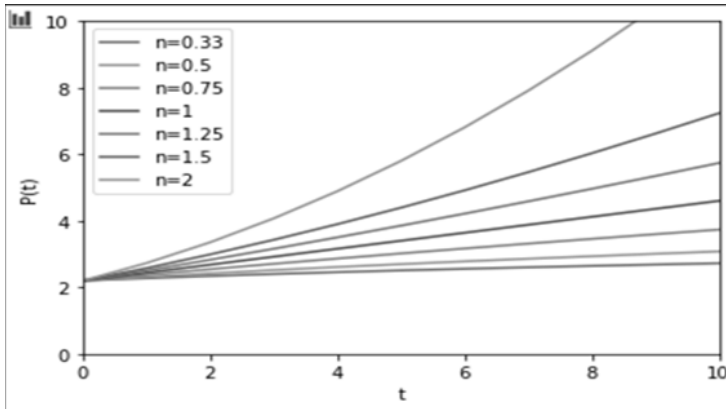


Рис. 1. Возможные траектории развития деятельности предприятия и изменения показателей его деятельности

Графики на рис. 2 показывают, как найти и установить необходимое значение фактора интенсивности развития предприятия на определенный период в зависимости от планируемых или прогнозируемых значений показателя деятельности предприятия  $P(t)$  и задаваемой траектории развития предприятия.

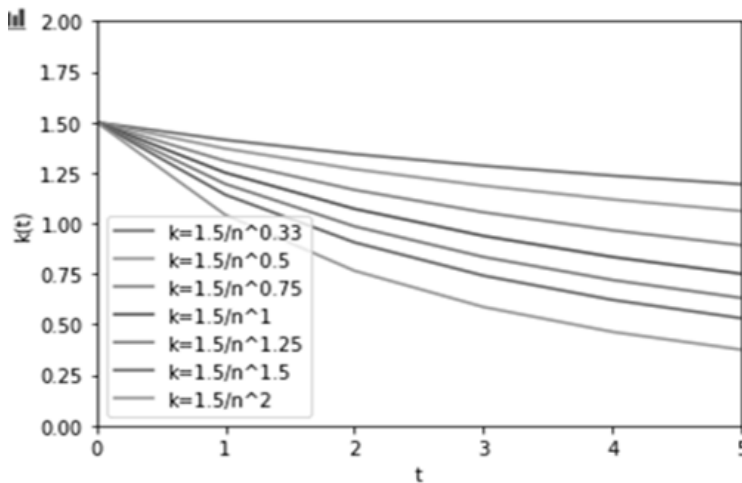


Рис. 2. Изменение фактора интенсивности развития для различного характера траектории развития предприятия

Графики изменения индекса нелинейности траектории развития предприятия, проиллюстрированные на рис. 3, показывают, насколько интенсивными должны быть изменения в деятельности предприятия в зависимости от ожидаемых результатов в его развитии.

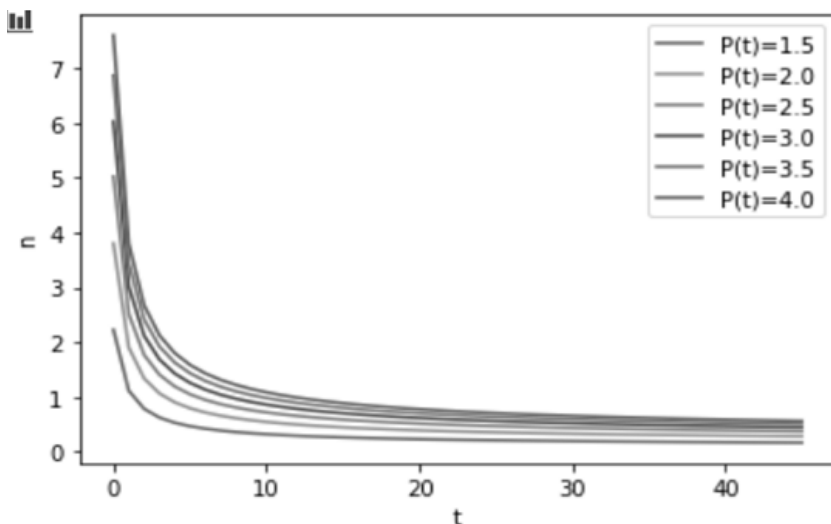


Рис. 3. Индекс нелинейности траектории развития предприятия в течение планируемого периода его развития ( $t$ ) в зависимости от требуемых значений изменения показателей деятельности предприятия  $P(t)$

Помимо этого, можно установить (или задать) степень нелинейности в течение анализируемого или прогнозируемого времени развития предприятия для принятия управленческих, организационных или технических решений.

Далее представим графики зависимости некоторых показателей по различным моделям.

Рассмотрим графики на рис. 4. Для некоторых частных случаев графики зависимости производительности труда позволяют рассчитывать и определять возможности и обоснованность темпов развития предприятия. А графики, представленные на рисунке 5, показывают изменение темпов получения прибыли от  $q_0$  до  $q_1$  и позволяют рассчитать и определить возможность и обоснованность темпов развития предприятия с целью оптимизации его деятельности с точки зрения достижения максимальной прибыли. Подобные графики могут быть рассчитаны для показателя изменения финансового потока от реализации продукции, темпов выпуска качественной продукции и т.д.

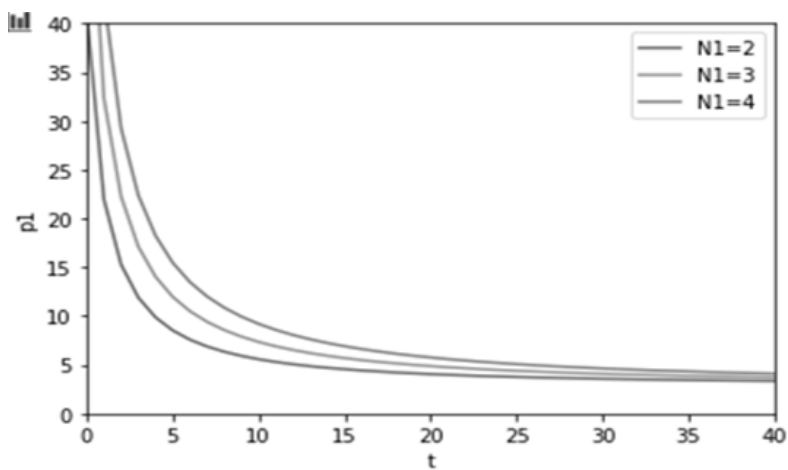


Рис. 4. Зависимость необходимого изменения производительности труда на предприятии от заданных темпов его развития

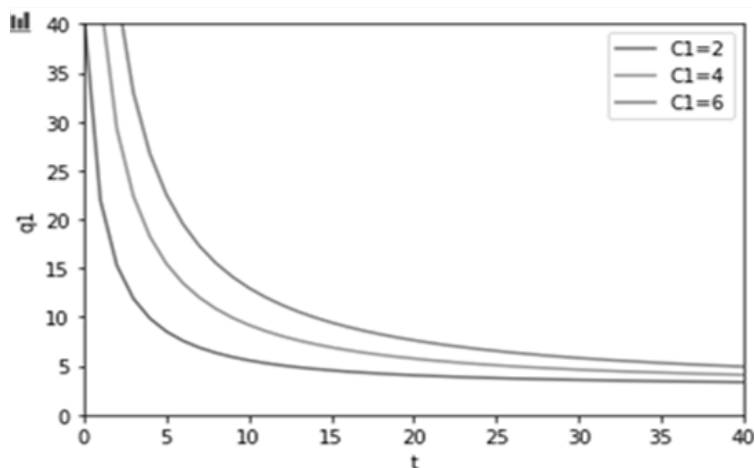


Рис. 5. Изменение темпов получения прибыли

### Заключение

Таким образом, в работе представлен алгоритм нахождения требуемых значений интенсивных факторов для формирования определенной траектории развития, базирующейся на эконометрической модели с производственной функцией Кобба-Дугласа; разработано программное обеспечение для параметрического имитационного анализа траектории развития и нахождения требуемых значений интенсивных факторов при формировании определенных траекторий развития; проведено тестирование разработанной программы по данным завода стройматериалов, которое показало работоспособность разработанного программного продукта и возможности его использования для анализа деятельности реальных предприятий и выработки рекомендаций по формированию управленческих решений для разработки траекторий развития предприятий.

## Список источников

1. Азарнова Т.В. Математические модели и методы оценки и управления ресурсной устойчивостью развития предприятия / Т.В. Азарнова, Н.Г. Аснина, Л.А. Щепин // *Системы управления и информационные технологии*, 2021, no. 3(85), с. 54-59.
2. Артюхов В.В. *Общая теория систем: самоорганизация, устойчивость, разнообразие, кризисы*. 3-е изд. Москва, Книжный дом «Либроком», 2012.
3. Бекренев И.В. Методические аспекты формирования адаптивного механизма устойчивого развития предприятия на основе целевого комплексного подхода / И.В. Бекренев, Я.Н. Лозовская // *Вестник РУДН. Серия: Экономика*, 2017, Vol. 25, no. 2, с. 233-241.
4. Волкова Л.В. *Формирование механизмов устойчивого развития промышленного предприятия (на основе рециркуляции изделий)*: автореф. дис. ... канд. экон. наук. Новосибирск, 2009.
5. Дорофеев М.Л. Вовлеченность крупных российских корпораций в реализацию целей устойчивого развития ООН: оценка текущих достижений и возможностей развития / М.Л. Дорофеев, И.В. Крюкова // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, 2021, no. 4, с. 63-76.
6. Драгунова Е.В. Исследование траекторий роста российских предприятий / Е.В. Драгунова, А.В. Кравченко // *Наука о человеке: гуманитарные исследования*, 2015, no. 4 (22), с. 174-182.
7. Драгунова Е.В. Типы и траектории роста предприятий // *Проблемы современной экономики*, 2015, no. 3 (55), с. 179-182.
8. Ефимова О.В. Об учете факторов устойчивого развития в финансовом моделировании инвестиционных проектов // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, 2021, no. 2, с. 99-111.
9. Захарчук Е.А. Экономическая устойчивость и теория катастроф: точки соприкосновения // *Екатеринбург*, 2006, Сер. Научные доклады / Российская академ. наук, Уральское отделение, Ин-т экономики (Препринт).
10. Иванченко О.С. Устойчивое развитие организации // *European Science*, 2016, no. 11 (21), с. 44-47.
11. Клейнер Г.Б. *Экономика. Моделирование. Математика* / Г.Б. Клейнер. РАН, ЦЭМИ РАН. Москва, ЦЭМИ РАН, 2016.
12. Кутовая А.С. Анализ подходов к определению понятия «устойчивое развитие предприятия» // *Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета*, 2012, no. 5 (44), с. 39-43.
13. Пухова Ю.И. Методологические подходы к определению устойчивого развития / Ю.И. Пухова, Ю.И. Суркова // *Master's Journal*, 2015, no. 1, с. 363-374.
14. Сидорин А.В. Математическая модель устойчивого развития предприятия – Институт государственного управления, права и инновационных технологий (ИГУПИТ) // *Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ»*, 2012, no. 3, с. 1-22.



---

# DYNAMIC MODEL OF ENTERPRISE DEVELOPMENT TRAJECTORY MANAGEMENT

---

**Shchepin Lev Alekseevich**, graduate student

**Gushchina Victoria Andreevna**, Bachelor of Science

Voronezh State University, University Sq., 1, Voronezh, Russia, 394018, e-mail: shchepinlev@mail.ru; gimnazistka2012@gmail.com

*Purpose:* to develop a mathematical model that allows you to determine the requirements for labor productivity and its growth rates for the formation of a certain trajectory of enterprise development. *Discussion:* in this article, the neoclassical Cobb-Douglas production function was used to construct the company's development trajectories. It is proposed to take into account in the production function another factor of intensive development – the ability of the enterprise to change labor productivity. Software has been developed for conducting simulation experiments, visual analysis of development trajectories and their parameters, as well as finding the required values of intensive factors for the formation of certain development trajectories. *Results:* the developed algorithm and the created software product showed the possibility of using this approach for conducting simulation experiments and analyzing various trajectories of development of real enterprises, as well as developing recommendations for managing the trajectory of enterprise development.

**Keywords:** enterprise development trajectory, production function, sustainable development, labor productivity, indicators of intensive development.

## References

1. Azarnova T.V. Matematicheskie modeli i metody ocenki i upravleniya resursnoj ustojchivost'yu razvitiya predpriyatiya / T.V. Azarnova, N.G. Asnina, L.A. Shchepin. *Sistemy upravleniya i informacionnye tekhnologii*, 2021, no. 3(85), pp. 54-59.
2. Artyuhov V.V. Obschaya teoriya sistem: Samoorganizaciya, ustojchivost', raznoobrazie, krizisy. 3-e izd. Moscow, Knizhnyj dom «Librokom», 2012.
3. Bekrenev I.V. Metodicheskie aspekty formirovaniya adaptivnogo mekhanizma ustojchivogo razvitiya predpriyatiya na osnove celevogo kompleksnogo podhoda / I.V. Bekrenev, Ya.N. Lozovskaya. *Vestnik RUDN. Seriya: Ekonomika*, 2017, Vol. 25, no. 2, pp. 233-241.
4. Volkova L.V. *Formirovanie mekhanizmov ustojchivogo razvitiya promyshlennogo predpriyatiya (na osnove recirkulyacii izdelij)*: avtoref. dis. ... kand. ekon. nauk. Novosibirsk, 2009.
5. Kryukova I.V., Dorofeev M.L. Involvement of major Russian corporations with the fulfilment of the UN's Sustainable Development Goals: assessment of current achievements and development opportunities. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management*, 2021, no. 4, pp. 63-76. (In Russ.)
6. Dragunova E.V. Issledovanie traektorij rosta rossijskih predpriyatij / E.V. Dragunova, A.V. Kravchenko. *Nauka o*

cheloveke: gumanitarnye issledovaniya, 2015, no. 4 (22), pp. 174-182.

7. Dragunova E.V. Tipy i traektorii rosta predpriyatij. *Problemy sovremennoj ekonomiki*, 2015, no. 3 (55), pp. 179-182.

8. Efimova O. V. Factors of sustainable development to be considered in the financial modelling of investment projects. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management*, 2021, no. 2, pp. 99-111. (In Russ.)

9. Zaharchuk E.A. Ekonomicheskaya ustojchivost' i teoriya katastrof: tochki soprikosnoveniya. *Ekaterinburg*, 2006. Ser. Nauchnye doklady. Rossijskaya akad. nauk, Ural'skoe otd-nie, In-t ekonomiki (Preprint).

10. Ivanchenko O.S. Ustojchivoje razvitie organizacii. *European Science*, 2016, no. 11 (21), pp. 44-47.

11. Klejner G.B. *Ekonomika. Modelirovanie. Matematika*. RAN, CEMI RAN. Moscow, CEMI RAN, 2016.

12. Kutovaya A.S. Analiz podhodov k opredeleniyu ponyatiya "ustojchivoje razvitie predpriyatiya". *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo social'no-ekonomicheskogo universiteta*, 2012, no. 5 (44), pp. 39-43.

13. Puhova YU.I. Metodologicheskie podhody k opredeleniyu ustojchivogo razvitiya / Yu.I. Puhova, Yu.I. Surkova. *Master's Journal*, 2015, no. 1, pp. 363-374.

14. Sidorin A.V. Matematicheskaya model' ustojchivogo razvitiya predpriyatiya – Institut Gosudarstvennogo Upravleniya, Prava i Innovacionnyh Tekhnologij (IGUPIT). *Internet-zhurnal «NAUKOVEDENIE»*, 2012, no. 3, pp. 1-22.