УДК 51-77

РИСК – УПРАВЛЯЕМАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ

Давнис Валерий Владимирович[1], док. экон. наук, проф.
Каковкина Татьяна Владимировна[2], канд. экон. наук, доц.
Тинякова Виктория Ивановна[3], док. экон. наук, проф.

[1] Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: davnis@econ.vsu.ru

[2] Государственная академия промышленного менеджмента им. Н.П. Пастухова,ул. Республиканская, 42/24, Ярославль, Россия, 150040; e-mail: kaktat59@yandex.ru

[3] Российский государственный социальный университет, ул. Вильгельма Пика, 4, Москва, Россия, 129226; e-mail: tviktoria@yandex.ru

Цель: построение модели портфельного инвестирования с механизмом, обеспечивающим возможность формирования портфеля, ожидаемая доходность которого согласована с возможностями фондового рынка. *Обсуждение*: Марковиц своей моделью сформулировал основные требования к инвестиционным решениям на фондовом рынке. Но аппарат, который он использовал для построения своей модели, был ограничен уровнем знаний и возможностей того времени. Естественно, в силу этого идеи оптимального формирования портфеля ценных бумаг, реализованные на основе статистических методов, содержали в себе потенциал дальнейшего развития. И этот потенциал почти сразу начал действовать. Наряду с модификациями «косметического» характера были предложены модели, предусматривающие новые принципы формирования портфельных решений. Модель Тобина, диагональная модель Шарпа, модель, учитывающая отношение инвесторов к риску, обогатили теорию портфельного инвестирования. Но особое место в этом списке занимает модель Шарпа. Ее формирование осуществлялось с помощью линейного регрессионного анализа, более сложные модели которого предполагается применить для построения предлагаемой в данной статье модели портфельного инвестирования. *Результаты*: использование аппарата эконометрического моделирования дискретных переменных позволило построить модель оптимального портфельного инвестирования, свойства которой отличаются от свойств модели Марковица, но не противоречат логике здравого смысла.

Ключевые слова: портфель ценных бумаг, взаимосвязь «риск-доходность», модель Марковица, модель Шарпа, модель бинарного выбора.

DOI: 10.17308/meps.2016.10/1285

Введение

Модель Марковица [12], положив начало теории эффективного рынка, позволила обосновать рекомендацию для инвесторов, в соответствии с которой чем больше желаемый уровень доходности, тем выше риск. Трудно не согласиться с этой рекомендацией. Это положение подтверждается расчетами, выполненными с помощью построенных моделей оптимального инвестирования в ценные бумаги. Убедительным является также график, иллюстрирующий конфигурацию множества эффективных портфелей.

Кроме того, если предположить, что все инвесторы формируют свои инвестиционные портфели в соответствии с моделью Марковица, то приходим к равновесной ситуации, в которой без труда получается уравнение Линтнера-Шарпа [7], с помощью которого определяются оценки стоимости финансовых активов. На основе эконометрического варианта этого уравнения Шарп построил свою диагональную модель портфельного инвестирования, анализ которой подтверждает справедливость рекомендаций Марковица. И все же вопросы, которые могут поставить под сомнение однозначное понимание этой рекомендации, есть.

Смысл главного вопроса в том, что обсуждаемая рекомендация есть результат, полученный из логики «замкнутого круга». Смыл замкнутого круга в том, что Марковиц свою модель построил на основе двух характеристик доходности и риска финансового актива и потом с помощью этих же характеристик описал множество инвестиционных возможностей. Инвестор должен, ориентируясь на эти возможности, субъективно определить значение одной из них, так как модель портфельного инвестирования двухкритериальная и сформировать, используя ту же самую модель, свой портфель ценных бумаг. Ситуация для инвестора довольно сложная. Осторожный инвестор в соответствии с рекомендацией укажет заниженную доходность портфеля и недополучит прибыль, а инвестор, предпочитающий риск, укажет завышенное значение ожидаемой доходности и, естественно, понесет потери из-за риска. Вывод простой. В самой рекомендации содержится большой уровень неопределенности.

Понятно, что инвесторы, скорее всего, прибегают к советам экспертов, возможно, к анализу исторических данных, к собственной интуиции, но в самой модели эта проблема остается незамеченной, в силу чего решение интерпретируется с некоторым искажением. Поэтому построение модели, в которой эта проблема находит отражение, по нашему мнению, стало актуальным в связи с разработкой нового математического инструментария моделирования.

Модели формирования доходности активов

Известно, что портфель ценных бумаг может рассматриваться как своеобразный финансовый актив с теми же самыми характеристиками множества инвестиционных возможностей, что и отдельный финансовый актив. Понятно, что эти характеристики портфеля зависят от соответствующих характеристик активов, включенных в портфель. Поэтому исследование по уточнению рекомендаций, которые следуют из анализа оптимальных решений и в соответствии с которыми формируется портфель инвестора, следует начинать с моделей доходности активов.

Нужно заметить, что самая первая модель оптимизации портфеля ценных бумаг, которую предложил Марковиц, формируется на основе статистических оценок, без привлечения модели, объясняющей механизм формирования доходности актива. Что это на самом деле не так, объясним ниже. Но из модели Марковица, и это отмечалось во введении, получается в предположении, что рынок находится в равновесии, уравнение доходности актива

$$\mathrm{E}\,r_i = r_f + \beta_i(\mathrm{E}\,r_p - r_f), \qquad (1)$$

где $\mathrm{E}\,r_p$ – математическое ожидание доходности рыночного индекса; $\mathrm{E}\,r_i$ – математическое ожидание доходности i-го финансового актива; r_f – доходность безрискового актива; $\beta_i = \mathrm{cov}(r_i, r_p)/\mathrm{var}(r_p)$ – бета-коэффициент определяемый отношением ковариации к дисперсии рыночного индекса.

Уравнение (1) как раз и является первой моделью, отражающей природу доходности рыночного актива. Оно является примером логики моделирования доходности финансовых активов. Понимая, что любая модель является только приближенным описанием реальных процессов, причем степень приближения зависит от знаний, которыми на данный момент владеют исследователи, а также инструментария, находящегося в их распоряжении, нужно согласиться с тем, что один и тот же процесс может описываться несколькими моделями. Эта точка зрения имеет непосредственное отношение к рассматриваемой проблеме. Поэтому в дополнение к модели (1) приведем еще один вариант модели доходности финансового актива, которым, по сути, пользовался Марковиц и который имеет следующий вид:

$$r_{it} = \mathrm{E}\,r_i + (r_{it} - \mathrm{E}\,r_i). \qquad (2)$$

Выражение (2) выглядит довольно тривиально, но именно с помощью этого выражения были получены необходимые для построения модели оптимального инвестирования характеристики, доходность и риск портфеля. Использование (2), детерминировано отражающего результаты формирования доходности в прошлом, позволило построить модель, с помощью которой формируются портфели упущенных возможностей. Имеется в виду, что если бы инвестор сформировал свой портфель в начале исторического периода, то в его конце он бы получил желаемый результат. Но, как известно, прошлое на фондовом рынке не повторяется.

Шарп для построения своей модели использовал эконометрический вариант уравнения (1)

$$r_i = \alpha + \beta r_I + \varepsilon_i\,, \qquad (3)$$

с помощью которого ему удалось внести новые элементы в инвестиционный анализ. Во-первых, стала понятна природа формирования доходности портфеля. В доходности было выделено две составляющих. Составляющая, отражающая вклад самих ценных бумаг, и составляющая, которая формируется под воздействием рынка. Это очень важный момент, который в модели Марковица не учитывался, но который позволяет задуматься над вопросом, а является ли полным описание множества инвестиционных возможностей инвестора. Достаточно ли знать только доходность и риск активов, чтобы сформировать эффективный портфель. Составляющая доходности, формируемая за счет рынка, измеряемая в портфеле Шарпа, как известно портфельной бетой, оказывает существенное влияние на уровень доходности портфеля.

Аналогично структурированное представление получила и дисперсия. В риске портфеля была выделена доля, которую назвали несистематическим риском и которая связана с риском самих ценных бумаг, включенных в портфель. В практических расчетах эта доля риска портфеля рассчитывается в виде взвешенной суммы остаточных дисперсий регрессионных уравнений. Систематическая составляющая определяется нестабильностью самого рынка, а ее величина равна взвешенной на квадрат портфельной беты дисперсии рыночного индекса.

Таким образом, в модели Шарпа кроме характеристик множества инвестиционных возможностей используется средняя доходность и риск фондового рынка. С одной стороны, очевидно, что элементы множества инвестиционных возможностей в модели Шарпа зависят от ситуации на фондовом рынке, которая оценивается с помощью рыночного индекса. Но с другой стороны, множество инвестиционных возможностей не было расширено за счет включения в него новых характеристик, которые инвесторы могли бы учитывать при обосновании своего выбора. Модель Шарпа не предусматривает такую возможность. К сожалению, она устроена таким образом, что в ней не рассматривается оценка влияния рыночной ситуации на формирование портфельного решения. Следовательно, инвестор не имеет возможности при формировании портфеля с помощью этой модели отразить свое предпочтение ожидаемой рыночной ситуации. В то же время зависимость портфельных решений от ситуации на фондовом рынке у многих инвесторов не вызывает сомнение и, следовательно, такая возможность, такой выбор, связанный с ситуационными ожиданиями на рынке, у них должен быть.

По нашему мнению, решение этой проблемы прежде всего ориентирует на внесение изменений в механизм эконометрической модели, описывающей доходность финансового актива. Известно [6], что изменение доходности акции на бесконечно малом отрезке времени Δt представляет собой обобщенный винеровский процесс и может быть записано в виде следующего выражения:

$$\Delta r = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}\,, \quad (4)$$

где μ – ожидаемая доходность акции; σ – мгновенное среднеквадратическое отклонение доходности акции, характеризующее скачкообразное изменение; ε – стандартная нормально распределенная случайная величина.

В силу такого понимания механизма формирования доходности акции следует без возражений согласиться с тем, что и механизм формирования доходности, воспроизводимый эконометрической моделью, должен отражать случайную природу этого процесса.

В простейшем случае, когда в своих ожиданиях инвестор ориентируется на величину средней доходности $\overline{r}_i$ i-го актива, текущая доходность r_{it} может быть представлена следующим эконометрическим уравнением:

$$r_{it} = \overline{r}_i + d_i x_{it} + \varepsilon_{it}\,, \quad (5)$$

где x_{it} – случайная дискретная переменная, принимающая значение – 1, если ожидается доходность ниже среднего уровня и принимает значение +1, если ожидается доходность выше среднего уровня; d_i – величина возможного изменения доходности, оцениваемая в рамках модели по фактически наблюдаемым значениям; ε_{it} – ненаблюдаемая случайная величина, характеризующая ту часть изменения ожидаемой доходности, которая не объясняется моделью.

Построение модели (5) осуществляется в два этапа. На первом этапе с помощью метода наименьших квадратов оценивается коэффициент d_i, величина которого принимается за возможное среднее отклонение фактически наблюдаемой доходности от средней. Это отклонение понимается как аналог среднеквадратического отклонения в модели винеровского процесса.

На втором этапе решается вопрос практического использования модели (5) для оценки ожидаемой доходности финансового актива. Решение этого вопроса основано на понимании того, как определять значение дискретной переменной x_{it}, которое будет использовано в расчете упреждающей доходности. Учитывая, что это случайная величина, нужно для реализации данной подхода идентифицировать распределения этой случайной величины. При использовании значений исторического периода такая идентификация возможна.

Если учесть, что x_{it} является бинарной переменной, то естественно ее поведение как случайной величины описывать с помощью модели бинарного выбора. Известны [2,8-11] пробит-модель бинарного выбора

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (6)$$

и логит-модель

$$F(z) = \frac{1}{1+e^{z}}\,, \quad (7)$$

где $z = b_0 + b_1 r_l$.

Построение этих моделей связано с оценкой коэффициентов b_0, b_1, которая в силу нелинейности этих моделей осуществляется с помощью метода максимального правдоподобия. Возникает вопрос, какое распределение нужно использовать при воспроизведении рыночных процессов. Если ориентироваться на гипотезы эффективного рынка, то нужно использовать пробит-модель, с помощью которой описывается нормальный закон распределения. Если же рассматривать вопросы практического использования, то в расчетах более удобной следует признать логит-модель.

Таким образом, уточнение механизма формирования доходности финансового актива позволило построить специфическую модель, отражающую случайный характер дискретных изменений доходности финансового актива. Эту модель без особых натяжек можно считать эконометрическим аналогом модели, описывающей винеровский случайный процесс. В силу этого данную модель будем называть винер-регрессией.

Винер-регрессия и модель портфельного инвестирования

Первым, кто использовал регрессионные модели для построения модели портфельного инвестирования, был Шарп [7]. Специфика этой модели обсуждалась выше. Структура модели Шарпа значительно отличалась от структуры модели Марковица [12], хотя целевая установка была одной и той же – сформировать портфель с оптимальной структурой. С помощью винер-регрессии будем формировать модель портфельного инвестирования, ориентируясь на структуру модели Марковица. Для этого на основе винер-регрессии необходимо получить числовые характеристики (доходность и риск) портфеля ценных бумаг.

Сначала рассмотрим числовые характеристики активов. Математическое ожидание доходности финансового актива определяется в соответствии с выражением:

$$\mathrm{E}(r_i) = \mathrm{E}(\overline{r_i} + dx_i + \varepsilon_i) = \overline{r_i} + \hat{d}_i[2P_i - 1], \qquad (8)$$

где P_i – вероятность того, что переменная x_i примет значение равное 1.

Оценка вероятности P_{it} для момента времени t рассчитывается с помощью логит-модели бинарного выбора:

$$P_{it} = \frac{1}{1 + e^{\hat{b}_{0i} + \hat{b}_{1i} r_{It}}}, \qquad (9)$$

построение которой осуществляется с помощью метода максимального правдоподобия на основе данных исторического периода.

Дисперсия доходности актива определяется обычным образом как математическое ожидание квадрата отклонения доходности актива от своего математического ожидания

$$\sigma_i^2 = \mathrm{E}[(\overline{r_i} + d_i x_i + \varepsilon_i - \overline{r_i} - d_i \mathrm{E}(x_i))^2] = = \mathrm{E}[(d_i(x_i - \mathrm{E}(x_i)) + \varepsilon_i)^2] =$$
$$= d_i^2[4P_i(1 - P_i)] + \sigma_{\varepsilon_i}^2. \qquad (10)$$

На основе винер-регрессионной модели были получены расчетные формулы для числовых характеристик финансовых активов. Основное отличие этих формул от тех, которые использовали Марковиц и Шарп в своих моделях, в том, что в них присутствует параметр P_i, значение которого не фиксировано, а в каждый момент времени определяется состоянием фондового рынка. Причем доходность в момент времени t становится выше средней, если $P_{it}>0$ и ниже средней, если $P_{it}<0$. Дисперсия достигает своего максимально возможного значения при $P_{it}=0,5$.

Прежде чем записать аналогичные выражения для портфеля, опишем статистические характеристики переменных, на основе которых осуществляется вывод соответствующих формул. Будем предполагать, что:

1) случайные составляющие ε_i в моделях любых двух финансовых активов независимы, т.е. $\mathrm{E}(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$;

2) дискретные случайные составляющие x_i в моделях любых двух финансовых активов независимы, т.е. $\mathrm{E}(x_i x_j) = 0$.

Учитывая (8), можем записать выражение для доходности портфеля

$$\mathrm{E}(r_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i \overline{r}_i + \sum_{i=1}^{n} w_i d_i [2P_i - 1]. \qquad (11)$$

В соответствии с (11) доходность портфеля складывается из взвешенной суммы доходностей включенных в него финансовых активов и взвешенной суммы рисков, характеризующих ожидаемые отклонения доходностей активов от своих средних значений. В данном выражении значения рисков могут быть как положительные, так и отрицательные. Все зависит от ситуации на фондовом рынке.

Учитывая сделанные предположения и выражение (10), с помощью которого определяется дисперсия актива, запишем формулу для дисперсии портфеля

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 + \sum_{i=1}^{n} w_i^2 d_i^2 [4P(1-P)]. \qquad (12)$$

Таким образом, дисперсия портфеля имеет две составляющих. Первую составляющую принято называть диверсифицированным риском, т.е. риском, который можно минимизировать путем его распределения по активам портфеля. Доля средств, вкладываемых в актив с большой дисперсией, должна быть меньше доли средств, вкладываемых в актив с меньшей дисперсией. В то же время природа этого риска носит шоковый характер, так как он не зависит от рынка, неизвестно ни время его проявления, ни вероятность наступления.

Вторую составляющую будем называть стохастически распределенным систематическим риском, понимая под этим термином риск, полученный путем взвешивания квадрата возможных отклонений доходности активов, ожидания которых описываются стохастической зависимостью от состояния рынка. Стохастическая зависимость в нашей модели описывается с помощью модели бинарного выбора (9). Причем величина стохастически распределенного систематического риска, учитываемого моделью, с течением времени может изменяться в зависимости от состояния фондового рынка.

Еще одна особенность, которую нужно учитывать при формировании модели портфельного инвестирования. В формуле (12) нет смешанных произведений, а это значит, что матрица, используя которую принято записывать дисперсию портфеля в модели оптимального портфельного инвестирования, является диагональной. Это упрощает расчеты и делает более прозрачным портфельный анализ. Но самое главное, модель предусматривает возможность настройки на рыночную ситуацию, что позволяет инвестору делая собственный выбор, учитывать текущие возможности фондового рынка.

Используя числовые характеристики портфеля, запишем модель оптимального портфельного инвестирования в следующем виде:

$$\mathbf{w}'\boldsymbol{\Sigma}_{d\varepsilon}\mathbf{w} \to \min, \tag{13}$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{r}_{dp} = \mu, \tag{14}$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{i} = 1, \tag{15}$$

где $\boldsymbol{\Sigma}_{d\varepsilon}$ – диагональная матрица, элементы которой зависят от средних отклонений d и случайной составляющей винер-регрессионных моделей ε; $\mathbf{r}_{dp}$ – вектор доходностей активов, скорректированных на величину ожидаемых с вероятностью p отклонений от среднего значения.

Оптимальное решение (13)-(15) получается обычным образом с помощью множителей Лагранжа. Чтобы понять: получает ли инвестор дополнительные возможности при формировании портфеля ценных бумаг с помощью предлагаемой модели, необходимо провести сравнение ее решений с решениями, которые получаются на основе модели Марковица. Провести такое сравнение на аналитическом уровне практически невозможно. Поэтому проведем эмпирические исследования, на основе которых, по нашему мнению, можно получить обоснованные выводы.

Эмпирические исследования

Смысл гипотезы, которую нам хотелось бы подтвердить эмпирическими исследованиями, в том, что инвестор при формировании своего портфеля ценных бумаг должен, ориентируясь на множество инвестиционных возможностей, понимать, что это множество зависит от состояния фондового рынка. В предлагаемой модели предусмотрен механизм, с помощью которого модель настраивается на возможности фондового рынка. Именно это свойство модели позволяет признать ее принципиальное отличие от моделей Марковица и Шарпа. С помощью этой модели удается получить несколько иную интерпретацию взаимосвязи риска и доходности, чем с помощью модели Марковица.

Расчеты проводились с использованием данных о недельных котировках акций за период 26.03.2012 – 14.03.2016. Оптимальный портфель формировался из акций Газпрома, Лукойла, Магнита, Роснефти, Сбербанка. Эти акции принято называть голубыми фишками, а следовательно, в данных нет пропусков, что важно для расчетов. В моделях доходности активов в качестве фактора использовался индекс Московской межбанковской валютной биржи (ММВБ).

Для построения модели портфельного инвестирования (13) – (15) были построены логит-модели бинарного выбора, коэффициенты и статистические характеристики которых приведены в табл. 1. У всех моделей статистически значим коэффициент при факторной переменной. В то же время у некоторых моделей свободный член оказался статистически незначимым. Эта проблема очень часто имеет место при эконометрическом моделировании динамических процессов фондового рынка. Естественно, можно построить модели с нулевым свободным членом. В приведенных расчетах модели бинарного выбора не уточнялись.

Таблица 1

Коэффициенты и статистические характеристики моделей бинарного выбора

Акции	Обозначения	Коэффициенты	Стандартные ошибки	Критерий Стьюдента	Вероятности ошибки
Газпром	b01	-0,43451	0,20718	-2,09719	0,03598
	b11	121,50148	17,53508	6,92905	0,00000
Лукойл	b02	-0,05956	0,20409	-0,29182	0,77043
	b12	123,60204	17,76371	6,95812	0,00000
Магнит	b03	0,24115	0,16244	1,48452	0,13767
	b13	52,02016	8,71350	5,97006	0,00000
Роснефть	b04	-0,34609	0,18391	-1,88191	0,05985
	b14	85,91464	12,54957	6,84602	0,00000
Сбарбанк	b05	0,01369	0,17934	0,07633	0,93915
	b15	82,19909	12,10544	6,79026	0,00000

Модели бинарного выбора, коэффициенты которых приведены в табл. 1, были использованы для расчета ожидаемых доходностей активов, включенных в портфель и остаточных дисперсий, которые приведены в табл. 2.

Таблица 2

Расчетные значения для построения модели

Акции	Средняя доходность r	Вероятность p	Средний риск d	Ожидаемая доходность	Остаточная дисперсия
Газпром	-0,00067	0,93846	0,02783	0,02373	0,00084
Лукойл	0,00255	0,95907	0,02710	0,02744	0,00091
Магнит	0,00601	0,83113	0,03372	0,02835	0,00162
Роснефть	0,00247	0,86849	0,02919	0,02398	0,00108
Сбербанк	0,00142	0,89575	0,03161	0,02644	0,00138

Использование данных табл. 2 совместно с формулой (12) и с учетом того, что ковариационная матрица диагональна, позволяют записать модель (13)-(15) в следующем виде:

$$0,00102w_1^2+0,00103w_2^2+0,00226w_3^2+0,00147w_4^2+0,00175w_5^2\rightarrow \min$$
$$0,02373w_1+0,02744w_2+0,02835w_3+0,02398w_4+0,02644w_5=0,02600$$
$$w_1+w_2+w_3+w_4+w_5=1.$$

Причем коэффициенты данной модели были вычислены в предположении, что возможность рынка по среднему уровню доходности оценивается в 0,026%. От этой оценки зависят коэффициенты модели, т.е. модель может настраиваться на ожидаемый уровень доходности. Например, для случая, когда возможность рынка по среднему уровню доходности оценивается в 0,016%, модель имеет другие коэффициенты

$$0,00130w_1^2+0,00124w_2^2+0,00248w_3^2+0,00174w_4^2+0,00204w_5^2\rightarrow \min$$
$$0,01708w_1+0,02271w_2+0,02256w_3+0,01628w_4+0,01980w_5=0,01600$$
$$w_1+w_2+w_3+w_4+w_5=1.$$

Таблица 3

Расчетные риски по заданному уровню доходности

№№ п.п.	Доходность портфеля	Риск портфеля 1	Риск портфеля 2	Риск портфеля 3	Риск портфеля 4
1	0,001	0,057121	0,015625	0,057121	0,001016
2	0,004	0,044953	0,011085	0,044953	0,001145
3	0,007	0,034248	0,007341	0,034248	0,001899
4	0,01	0,025006	0,004395	0,025006	0,003279
5	0,013	0,017228	0,002247	0,017228	0,005285
6	0,016	0,010912	0,000896	0,010912	0,007918
7	0,019	0,006060	0,000343	0,006060	0,011176
8	0,022	0,002670	0,000588	0,002670	0,015060
9	0,025	0,000744	0,001630	0,000744	0,019570
10	0,026	0,000279	0,002154	0,000427	0,021212
11	0,028	0,000281	0,003469	0,000281	0,024706
12	0,031	0,001281	0,006106	0,001281	0,030468
13	0,034	0,003745	0,009541	0,003745	0,036856
14	0,037	0,007671	0,013773	0,007671	0,043870
15	0,041	0,015182	0,020656	0,015182	0,054195
16	0,044	0,022522	0,026749	0,022522	0,062669

Таким образом, структура портфеля в предлагаемой модели зависит от двух параметров, характеризующих ожидаемую доходность рынка r_l и ожидаемую доходность инвестора μ. В модели Марковица структура портфеля зависит только от одного параметра μ.

Предлагаемая модель обладает интересным свойством. В соответствии с этим свойством, если ожидаемая доходность рынка совпадает с возможностями рынка, то построенный портфель имеет минимальный риск среди всех возможных портфелей. Это хорошо демонстрируется расчетами, приведенными во втором и третьем столбцах таблицы, которые выделены полужирным шрифтом ($r_l = 0,026$; $\sigma^2 = 0,000279$). Если же, например, ожидаемая доходность рынка ниже его возможностей, то портфель с минимальным риском получается при более высокой ожидаемой доходности. Этот факт (портфель 2) отмечен во втором и четвертом столбцах ($r_l = 0,016$; $\sigma^2 = 0,000343$). Если ожидаемая доходность рынка завышена (портфель 3), то все наоборот, портфель с минимальным риском получается при меньших значениях ожидаемой доходности рынка ($r_l = 0,031$; $\sigma^2 = 0,000281$).

Проведенный анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод, из которого следует, что модель может настраиваться на возможности рынка и, если портфель сформирован с помощью такой модели, то его риск ниже рисков любых других портфелей. Кроме того, интерпретация взаимодействия доходности и риска по этой модели отличается от интерпретации, которая имеет место в рамках теории портфельного инвестирования Марковица. Если интерпретировать по Марковицу (портфель 4), то чем выше ожидаемая инвестором доходность, тем выше риск, если интерпретировать по рассматриваемой модели (портфели 1, 2, 3), то увеличение риска происходит по мере удаления ожиданий инвестора от возможностей рынка. Это также хорошо видно на графиках множества эффективных портфелей, которые приведены ниже.

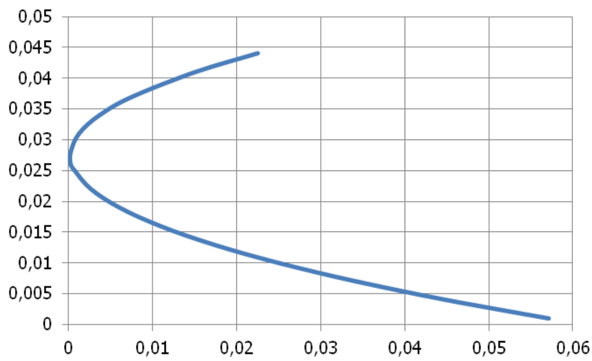

Рис. 1. Множество эффективных портфелей модели, настроенной на возможности фондового рынка

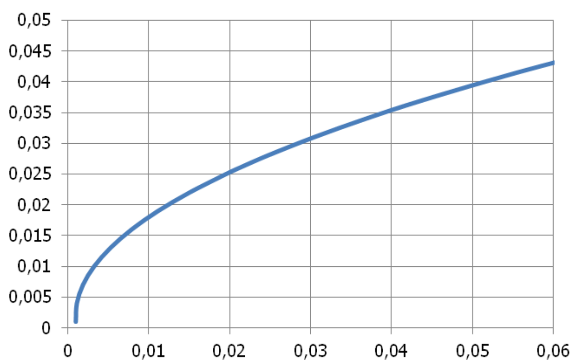

Рис. 2. Множество эффективных портфелей модели Марковица

Конфигурация графиков очевидным образом отражает интерпретируемую выше взаимосвязь «риск-доходность».

Заключение

Основной вывод, который следует из приведенных результатов моделирования портфельных решений, заключается в том, что инвесторы, чрезмерно уклоняющиеся от риска, как правило, не полностью используют возможности фондового рынка. Это происходит потому, что в соответствии с построенной моделью минимальный риск может быть только в тех случаях, когда ожидания инвесторов совпадают с возможностями рынка. Логика в этом выводе, безусловно, присутствует, но она не совпадает с теми рекомендациями, которые следуют из модели Марковица и которые принято считать основным правилом практической деятельности инвесторов. Смысл этого правила очень прост, чем ниже ожидания, тем ниже риск. Чтобы изменить это правило, а данная статья ориентирует именно на это, необходимо проведение, по нашему мнению, дополнительных эмпирических исследований.

Список источников

1. Давнис В.В., Тинякова В.И. Современные тенденции развития прогностических методов управления экономикой // *Экономическое прогнозирование: модели и методы. Материалы международной научно-практической конференции. 29-30 апреля 2005 г.*: в 2 ч. Под ред. проф. В.В. Давниса. Воронеж, Воронеж. гос. ун-т, 2005, ч. I, с. 29-36.
2. Давнис В.В., Тинякова В.В. *Прогнозные модели экспертных предпочтений*. Воронеж, изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005.
3. Давнис В.В., Фетисов В.А. Двухуровневый механизм глобализации и модели портфельного инвестирования на его основе // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2015, no. 7 (67), с. 8-19.
4. Давнис В.В., Зироян М.А., Комарова Е.В., Тинякова В.И. *Прогнозное обоснование инвестиционных решений на финансовых рынках:* монография. Москва, Руссайн, 2015.
5. Миркин Б.Г. *Анализ качественных признаков и структур*. Москва, Статистика, 1980.
6. Ширяев А.Н. *Основы стохастической финансовой математики*. Т. 1, 2. Москва, ФАЗИС, 1998.
7. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бейли Дж.В. *Инвестиции*. Москва, ИНФРА-М, 2001.
8. Cox D.R. *The analysis of binary data.* London, Chapman and Hall, 1989.
9. Green W.H. *Econometric Analysis*. New York, Macmillian Publishing Company, 2000.
10. Lee Lung – Fei. Identifacation and Estimation in Binary Choice Models with Limited (Censored) Dependent Variables // *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 4, pp. 977-996.
11. Maddala G.S. *Introduction to Econometrics*. New York, John Wiley & Sons Ltd., 2001.
12. Markowitz H.M. Portfolio Selection // *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.

THE RISK-DRIVEN MODEL OF OPTIMAL PORTFOLIO INVESTMENT

Davnis Valery Vladimirovich[1], Dr. Sc. (Econ.), Prof.
Kakovkina Tatyana Vladimirovna[2], Cand. Sc. (Econ.), Assoc. Prof.
Tinyakova Victoria Ivanovna[3], Dr. Sc. (Econ.), Prof.

[1] Voronezh State University, University sq., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: davnis@econ.vsu.ru

[2] State Academy of Industrial management named after N.P. Pastuhov, Republican st., 42/24 Yaroslavl, Russia, 150040; e-mail: kaktat59@yandex.ru

[3] Russian State Social University, Wilhelm Peak st., 4, Moscow, Russia, 129226; e-mail: tviktoria@yandex.ru

Purpose: construction the model of portfolio investment with the mechanism providing the possibility of forming a portfolio, the expected return which is consistent with the stock market's opportunities. *Discussion*: Markowitz with his model formulated the basic requirements for the investment decisions in the stock market. But the apparatus he used to build his model was limited by the level of knowledge and opportunities of that time. Naturally, because of this ideas of optimal formation portfolio of securities, implemented on the basis of statistical methods, contained the potential for further development. And this potential almost immediately began to act. Along with the modifications «cosmetic» nature models envisaging for new principles of formation of a portfolio of solutions were suggested. Tobin's model, the diagonal model of Sharpe, a model that takes into account the investor's attitude to risk enriched the theory of portfolio investment. But a special place in this list is Sharp model. Its formation was carried out using linear regression analysis, a more complex models which is assumed to be used to construct proposed in this article model of portfolio investment. *Results*: using the unit econometric modelling of discrete variables allowed to build a model of optimal portfolio investment, whose properties differ from the properties of the Markowitz model, but do not contradict the logic of common sense.

Keywords: portfolio of securities, the relationship of «risk-profitableness», the Markowitz model, Sharpe model, the binary choice model.

Reference

1. Davnis V.V., Tinyakova V.I. [Modern trends in the development of predictive methods of managing the economy]. *Economic forecasting: models and methods. Materials of international scientific-practical conference. April 29-30, 2005.: In 2 parts*. Under the editorship of Professor V.V. Davnis. Voronezh, Voronezh State University, 2005, part I, pp. 29-36. (In Russ.)

2. Davnis V.V., Tinyakova V.I. [Forecast models of expert preferences]. Voronezh, Publishing house Voronezh. State University, 2005. (In Russ.)

3. Davnis V.V., Fetisov V.A. [Duplex mechanism of globalization and the model of investment portfolio based on it]. *Modern economics: problems and solutions*, 2015, no. 7 (67), pp. 8-19. (In Russ.)

4. Davnis V.V., Ziroyan M.A., Komarov E.V., Tinyakova V.I. [Predictive support investment decisions in financial markets: monograph]. Moscow, Russain, 2015. (In Russ.)

5. Mirkin B.G. [The analysis of qualitative features and structures]. Moscow, Statistics, 1980. (In Russ.)

6. Shiryaev A.N. [Bases of stochastic financial mathematics]. Vol. 1, 2. Moscow, FAZIS, 1998. (In Russ.)

7. Sharpe W.F., Alexander G.J., Bailey G.In. *Investment*. Moscow, INFRA-M, 2001.

8. Cox D.R. *The analysis of binary data*. London, Chapman and Hall, 1989.

9. Green W.H. *Econometric Analysis*. New York, Macmillian Publishing Company, 2000.

10. Lee Lung – Fei. Identifacation and Estimation in Binary Choice Models with Limited (Censored) Dependent Variables. *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 4, pp. 977-996.

11. Maddala G.S. *Introduction to Econometrics.* New York, John Wiley & Sons Ltd., 2001.

12. Markowitz H. M. Portfolio Selection. *Journal of Finance,* 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.