УДК 519.86

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БИЗНЕС-ДЕМОГРАФИИ НОВЫХ МАЛЫХ ИННОВАЦИОННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ РЕГИОНА[1]

Азарнова Татьяна Васильевна, док. тех. наук, проф.
Бондаренко Юлия Валентиновна, док. тех. наук, доц.
Гоголева Татьяна Николаевна, док. экон. наук, проф.
Каширина Ирина Леонидовна, док. тех. наук, доц.
Щепина Ирина Наумовна, док. экон. наук, доц.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: ivdas92@mail.ru; bond.julia@mail.ru; kash.irina@mail.ru; shchepina@mail.ru; tgogoleva2003@mail.ru

Цель: исследовать теоретические и алгоритмические аспекты применения методов математического моделирования, базирующихся на кинетическом уравнении переноса, для оценки динамики бизнес-демографии новых малых инновационных предприятий региона. *Обсуждение*: новые малые инновационные предприятия играют важную роль в создании производственной основы для развития региональной экономики. Динамика бизнес-демографии малых инновационных предприятий имеет определенную специфику для различных отраслей региональной экономики, связанную с особенностями генезиса, роста и закрытия рассматриваемых хозяйствующих субъектов. Исследование динамики популяционных процессов играет важную роль для разработки эффективной управленческой политики, направленной на регулирование сбалансированного экономического роста и формирование эффективной занятости населения региона. Среди основных направлений исследования динамики можно выделить: анализ распределения хозяйствующих субъектов по размеру, построение обобщенных функций жизненного цикла, создания, закрытия элементов рассматриваемой совокупности объектов и анализ факторов, оказывающих непосредственное влияние на поведение данных функций. При исследовании выделенных направлений эффективно работает популяционный подход с использованием гипотез, заимствованных из общих законов сохранения, широко применяемых в естественных науках. *Результаты*: рассмотрены дифференциальные уравнения для исследования динамики бизнес-демографии популяции малых инновационных предприятий для стационарного и нестационарного ва-

[1] Статья выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (№ 16-06-00535 А)

рианта зависимости функций роста, создания и закрытия объектов популяции от времени. Предложены численные методы и алгоритмы решения анализируемых дифференциальных уравнений и нахождения распределения объектов популяции по размеру. Исследованы функции жизненного цикла, создания и закрытия элементов популяции и факторы, определяющие вид и параметры данных функций.

Ключевые слова: новые малые инновационные предприятия, бизнес-демография, дифференциальные уравнения динамики популяции, функция распределения предприятий по размеру.

DOI: 10.17308/meps.2016.10/1501

Введение

Для анализа динамики бизнес-демографии новых малых инновационных предприятий региона, определенного рынка или отрасли можно использовать популяционный подход, при котором рассматривается совокупность однотипных объектов, динамика которых подчиняется некоторым общим закономерностям. Предметом исследования динамики бизнес-демографии, проведенного в данной статье, являются базирующиеся на популяционном подходе инструментальные средства формирования оценок динамики распределения новых малых инновационных предприятий по размеру, представленные в виде моделей, методов и алгоритмов. Распределение хозяйствующих субъектов по размеру позволяет исследовать структуру занятости и использовать данную структуру в институциональной сфере, в частности, для разработки системы государственной поддержки инновационной деятельности.

Обзор основных работ

Исследованию динамики распределения фирм по размеру (под размером может пониматься численность работников, выручка, прибыль, суммарные активы) посвящено достаточно много работ российских и зарубежных исследователей: Р. Жибра, Д. Аудреча, Т. Бейтса, Р. Кресси, Л. Самуэльсона, Г.Б. Клейнера, В.М. Полтеровича, В.Л. Макарова, Г. Беккера, З. Коуза, А. Шаститко, Т. Дюна, М. Робертсона, Д. Эванса, Б. Жовановика, П. Жероски, Д. Хольтса-Икина, Дж. Мата, П. Португала, Р. Шмалензи, Д. МакФэддена, В. Грина, Дж. Хекмана, П. Руда, Т. Ланкастер, Дж. Жевеке, М. Кинэ, В. Хаживасилиу, А.Т. Мустафина, А.Ю. Кантарбаева, П.Г.Алексашин, В.Ю. Белоусова, Е.С. Попова, Ю.С. Пиньковецкой. Одной из первых работ по динамике распределения фирм по размеру является статья Роберта Жибра [5]. В результате исследований, проведенных в данной работе, установлено, что если приращения размера фирмы представляют собой одинаково распределенные независимые случайные величины, то распределение фирм по размеру приближается со временем к логнормальному закону распределения. Полученный факт называется законом Жибра или законом пропорционального роста. Закон содержит три положения: темп роста каждой фирмы в течение некоторого периода не зависит от ее размера; темп роста не зависит от индивидуальных характеристик фирмы; темпы роста фирмы в два последовательных периода являются независимыми величинами. В условиях данных положений приращение размера фирмы пропорционально ее текущему достигнутому размеру:

$$x(t) - x(t-1) = \varepsilon(t)\,x(t-1),$$

$$x(t) = x(0)\big(1+\varepsilon(1)\big)\big(1+\varepsilon(2)\big)\ldots\big(1+\varepsilon(t)\big),$$

$$\log x(t) = \log x(0) + \log\big(1+\varepsilon(1)\big) + \log\big(1+\varepsilon(2)\big) + \ldots + \log\big(1+\varepsilon(t)\big),$$

где $\varepsilon(t)$ – нормально распределенная случайная величина с параметрами μ, σ^2. При $t \to \infty$ распределение $\log x(t)$ стремится асимптотически к нормальному закону с параметрами $\mu t, \sigma^2 t$.

Работа Роберта Жибра повлекла за собой целый ряд работ, посвященных анализу выполнения закона пропорционального роста для различных рынков, отраслей и сфер бизнеса. В данных работах исследуются вопросы выполнения или невыполнения закона Жибра для определенных предметных областей.

В работах Т. Дюна, М.Ж. Робертсона, Л. Самуэльсона, В. Холла, Д.С. Эванса анализируются условные плотности распределения вероятностей $p(g|x)$ темпов роста g для фирм с вектором характеристик x, отдельно рассматриваются $h(g|x)$ – плотность темпов роста выживших фирм и плотность измеренных темпов роста $f(g|x)$. В исследованиях В. Холла и Д.С. Эванса [2, 3] используется техника, оценивающая одновременно регрессию роста и регрессию смертности при помощи метода максимального правдоподобия. Т. Дюнном, М.Ж. Робертсоном и Л. Самуэльсоном [2, 3] предложен метод группировки предприятий по интервалам в соответствии с размером и возрастом. Состоятельные оценки параметров распределения темпов роста $h(g|x)$, $f(g|x)$ получены в предположении, что предприятия в рамках каждой группы по размеру и возрасту являются однородными с точностью до случайной компоненты с нулевым средним и постоянной дисперсией. В работах Д.С. Эванса и В. Дюна, М.Ж. Робертсона, Л. Самуэльсона выявлены следующие значимые статистические закономерности: вероятность выживаемости увеличивается при увеличении размера фирмы; темп роста выживших фирм уменьшается при увеличении размера фирмы; для любого заданного размера фирмы темп роста становится меньше при увеличении размера, но вероятность выживаемости становится больше.

Работы по выживаемости предприятий посвящены исследованию вероятности выживаемости хозяйствующих субъектов Pr(*survival*) как функции от: характеристик предприятия, отраслевых характеристик, характеристик среды функционирования и способов организации производственного процесса. Д.С. Эванс исследовал выживаемость промышленных предприятий в зависимости от следующих факторов: возраст предприятия, размер предприятия, количество заводов, принадлежащих одному предприятию. В качестве базовой модели Д.С. Эванс рассмотрел модель «выборочной селекции» и на ее основе получил пробит-модель. Анализ полученного регрессионного уравнения показывает, что на вероятность выживания положительно, но нелинейно влияют размер и возраст предприятия.

Д.В. Аудреч [1] анализирует зависимость вероятности выживания предприятия от технологического режима и межотраслевых характеристик, таких как эффект масштаба и капиталоемкость. Результаты показывают, что при увеличении минимального эффективного уровня выпуска в отрасли вероятность выживания новой фирмы и возможность достигнуть среднего отраслевого размера падает. Чем выше в отрасли доля инновационной деятельности малых предприятий в общей инновационной деятельности, тем выше вероятность преобладания в отрасли предпринимательского режима и выживания новых предприятий.

На функционирование фирм оказывает влияние секторально-отраслевая специфика, успешный жизненный цикл нового предприятия непосредственно или опосредованно зависит от рыночной специфики и структуры спроса.

Многофакторное исследование генезиса, развития малых инновационных предприятий и факторов, их обуславливающих, проведено в работах Аршакуни К.В. [8, 7]. Тестируются гипотезы относительно влияния различных типов государственной помощи на генезис и динамику новых предприятий и гипотезы о характере влияния факторов, обуславливающих формирование начальных условий становления новых предприятий и их последующую эволюцию, в частности, эти гипотезы касаются влияния размеров начального капитала на выживаемость и динамику занятых на новых предприятиях.

В работе Ю.С. Пиньковецкой [12] анализируется распределение по размеру малых предприятий. Доказывается, что среди различных, используемых на практике характеристик размера малых предприятий, наиболее конструктивно использовать численность работников, поскольку данная характеристика наиболее полно и точно отражает специфику малых предприятий и их отличие от других типов хозяйствующих субъектов. Предложены математические модели распределения малых предприятий по размеру и описана апробация данных моделей при оценке структуры малых предприятий России и отдельных областей: Ростовской, Ульяновской и Свердловской. По итогам расчетов по России за 2007 год распределение малых предприятий по размеру подчиняется нормальному распределению с плотностью

$$f(x) = \frac{1}{2,3\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-8,66)^2}{10,54}}.$$

Данная статья посвящена исследованию теоретических и алгоритмических аспектов применения методов математического моделирования, базирующихся на кинетическом уравнении переноса, для оценки динамики бизнес-демографии малых инновационных предприятий региона. Исследование базируется на работе Мустафина А.Т. и Кантарбаева А.К. [11], в которой построена математическая модель распределения по численности работающих популяции фирм и проанализирован стационарный вариант модели.

Моделирование динамики

Рассмотрим популяцию малых инновационных предприятий, функционирование которых осуществляется на территории региона в рамках определенного производственного сектора. Существование популяции сопровождается процессами создания, роста и закрытия ее объектов [9].

Для количества фирм определенного размера рассматривается дифференциальное уравнение, отражающее дифференциальный закон сохранения:

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial(n\cdot r)}{\partial x}=Q(x,t)-D(x,t)\cdot n(x,t), \qquad (1)$$

где $n(t,x)dx$ – число объектов, размер которых лежит в интервале от x до $x+dx$; $r(t,x)=\frac{dx}{dt}$ – скорость изменения размера объектов; $Q(x,t)$ – число новых объектов размера x, созданных в момент времени t; $D(x,t)$ – относительная частота закрытия объектов. Уравнение описывает три потока, изменяющих распределение фирм по размеру: поток фирм, выходящих за пределы интервала $[x,x+dx]$ за счет изменения размера; поток новых фирм, имеющих размеры в интервале $[x,x+dx]$; поток ухода фирм с размерами в интервале $[x,x+dx]$.

В нормированном виде уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial(vr)}{\partial t}=\frac{Q}{N}-\left(D+\frac{1}{N}\int Qdx-\int Dvdx\right)v \qquad (2),$$

где $v(x,t)=\frac{n(x,t)}{N(t)}$, $N(t)=\int_0^\infty n(x,t)dx$ – число объектов рассматриваемой популяции. Для функции $v(x,t)$ требуется выполнение следующих условий:

$$v(0,t)=v(\infty,t)=0,\ \int_0^\infty v(x,t)dx=1. \qquad (3)$$

Используя функцию $v(x,t)$, общую численность работников $E(t)$, занятых на объектах рассматриваемой популяции в момент времени t, можно определить через интеграл

$$E(t)=N(t)\int_0^\infty v(x,t)xdx, \qquad (4)$$

а изменение данной функции – через дифференциальное уравнение:

$$\frac{dE}{dt}=N(t)\cdot\left(\int_0^\infty vrdx+\frac{1}{N}\int_0^\infty Qxdx-\int_0^\infty Dvxdx\right). \qquad (5)$$

Для решения уравнений (1) или (2) необходимо задать начальные значения *N(0)*, *v(0, x)* и построить функции $D(t,x)$, $Q(t,x)$, $r(t,x)$.

Вначале остановимся на стационарном случае, когда функции *N(t)*, *v(t, x)*, *D(t, x)*, *Q(t, x)*, *r(t, x)* не зависят в явном виде от времени. Для данного случая:

$$\frac{dN}{dt}=0,\ \int_0^\infty Qdx=N\int_0^\infty Dvdx$$

$$\frac{dE}{dt}=0,\ \int_0^\infty Qxdx+N\int_0^\infty vrdx=N\int Dvxdx$$
$$\frac{\partial v}{\partial t}=0,\ \frac{dv}{dx}+\left(\frac{dr}{dx}+D\right)\frac{v}{r}=\frac{Q}{Nr}. \quad (6)$$

Для некоторых реализаций стационарного случая [11], приведенных в табл. 1, получен аналитический вид функции распределения объектов популяции по размерам.

Таблица 1

Аналитическое решение *v(x)* стационарного уравнения для некоторых типов функций *D(x)*, *Q(x)* и *r(x)*

	r(x)	*Q(x)*	*D(x)*	*v(x)*
1	$r=const$	$Q(x)=\frac{Q_0}{\lambda}\cdot\exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)$	$D=const$	$v(x)=\frac{\exp\left(-x/\tilde{x}\right)-\exp\left(-x/\lambda\right)}{\tilde{x}-\lambda}$
2	$r=\beta x$			$v(x)=\frac{D/\beta}{x_*}\left(\frac{x}{x_*}\right)^{-1-\delta}$, $x\ge x_*>0$

В данной работе исследована более общая степенная зависимость для скорости роста: $r=\beta x^\gamma$, $-\infty<\gamma<1$. Варианты решений для *γ=0*, *γ=1* представлены в табл. 1, $\gamma\to-\infty$ соответствует отсутствию роста.

При степенной зависимости скорости роста размер представляет собой следующую функцию от времени $x=x_0\left(1+\bar{\beta}t\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$ и дифференциальное уравнение (2) для стационарного случая принимает вид:

$$\frac{dv}{dx}+\left(\beta\gamma x^{\gamma-1}+D\right)\frac{v}{\beta x^\gamma}=\frac{Q}{N\beta x^\gamma}. \quad (7)$$

Численное решение

Для решения уравнения (7) в работе используются численный метод Эйлера. Из-за сингулярности уравнения при *x=0* вводится ограничение диапазона размеров $x\ge x^*>0$. Дополнительно, без ограничения общности вводится ограничение: $x\le B<\infty$.

Метод Эйлера реализуется в работе по следующей разностной схеме [10]:

$$v_{i+1}=v_i+\left(\frac{\delta}{\lambda}\frac{\exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)}{x_i^\gamma}-\left(\gamma+\frac{\delta}{x_i^{\gamma-1}}\right)\cdot\frac{v_i}{x_i}\right)\cdot\Delta x_i,\ \delta=\frac{D}{\beta} \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^{M}v_i\cdot\Delta x_i=1. \quad (9)$$

Сходимость вычислительного процесса обеспечивается выбором шага интегрирования Δx_i.

На рис. 1 продемонстрированы результаты численного решения при различных значениях показателя степенной зависимости скорости роста (рис. 1).

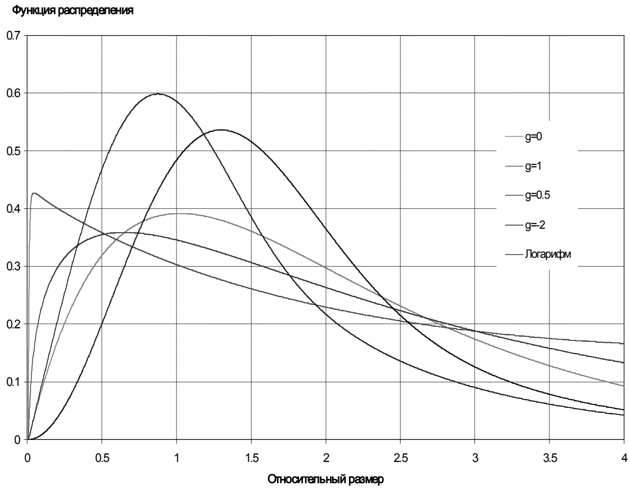

Рис. 1. Функция распределения ХС по размерам для различных законов роста

Анализ численных расчетов показывает смещение распределения *v(x)* в область объектов малого размера при увеличении показателя функции $r = \beta x^{\gamma}$. Подобная закономерность исследовалась в [10] при рассмотрении частных случаев скорости роста, позволяющих получить аналитическое решение уравнения.

Изменение показателя степени функции роста $r = \beta x^{\gamma}$ предоставляет возможность в широких пределах изменять распределение *v(x)*. Это позволяет в определенной мере решать обратную задачу, по экспериментальному распределению *v(x)*, полученному по результатам статистической обработки информации, восстанавливать функцию роста для дальнейшего решения задачи прогнозирования движения трудовых ресурсов и обеспечения оптимальной занятости населения.

В приведенных выше расчетах использовалась функция $D = const$, однако численное решение допускает использование и других видов функций, например, функций, отражающих предположение о том, что вероятность закрытия уменьшается с ростом численности. При выборе функциональных зависимостей необходимо учитывать, что

$$N = \frac{\int_0^{\infty} Q dx}{\int_0^{\infty} D v dx} . \qquad (10)$$

Данному условию удовлетворяют убывающий экспоненциальный и степенной законы

$$D(x) = D_0 \cdot e^{-\mu x},$$

$$D(x)=\begin{cases} D_0 \to 0 \le x \le x^* \\ D_0 \cdot \left(\dfrac{x}{x^*}\right)^{\mu} \to x \ge x^* \end{cases}. \quad (11)$$

Для существования решения при степенном законе вводится дополнительное ограничение роста частоты закрытия при $x \to 0 \ (\mu < 0)$.

На рис. 2 приведена графическая демонстрация изменения решений рассматриваемого дифференциального уравнения при различных законах частоты закрытия.

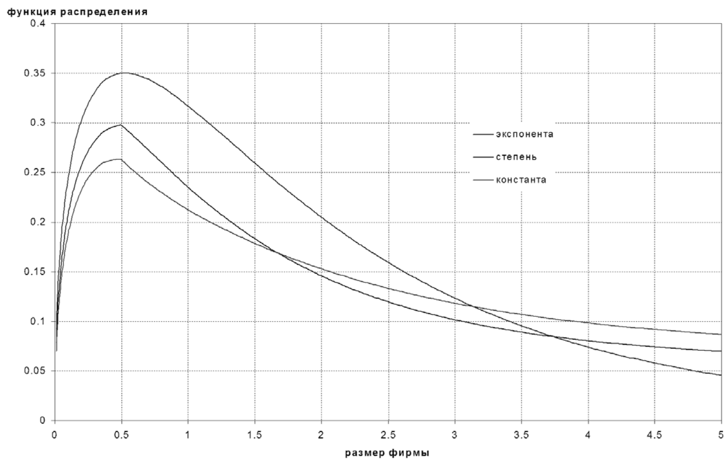

Рис. 2. Решения дифференциального уравнения (2) при различных типах функции относительной частоты закрытия объектов популяции

Анализ результатов расчетов показывает, что убывающий характер *D(x)* приводит к сдвигу функции *v(x)* в сторону объектов с большим числом работающих.

В работе проводится также исследование нестационарного варианта, когда поведение функций *D(t, x), Q(t, x)*, *r(t, x)* в явном виде зависит от времени. Используется численное решение дифференциального уравнения (2) при выполнении интегрального условия (3). Для численного решения данной системы уравнений применяется метод «конечных объемов», разработанный для технических приложений [10]. Кратко остановимся на сущности данного метода. Область изменения *x* разбивается на некоторое конечное число интервалов – «конечных объемов». В каждом из интервалов величины, зависящие от *x*, заменяются средним значением. Отдельные объемы связываются через уравнения баланса определяющих величин, и возникает система обыкновенных дифференциальных уравнений, для решения которой используются численные методы, допускающие адаптацию для большой размерности. Рассмотрим данный метод для решения уравнения (1). Область определения разбивается на I интервалов, за правую границу принимается некоторое достаточно большое число X*. Уравнение (1) преобразуется в систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dn_i}{dt} = n_{i-1} \cdot r_{i-1} - n_i \cdot r_i + Q_i - D_i \cdot n_i \,,\ i = 1....I \,, \tag{12}$$

где $n_i = \int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} n(x)dx$, $r_i = r(x_i)$, $Q_i = \int\limits_{x_{i-1}}^{x_i} Q(x)dx$, $D_i = D(\tilde{x}_i)$

Предположим, что в начальный момент времени распределение объектов по размеру $n_i = const$, $\forall i$, $n_0 = 0$.

Для численного решения системы полученной системы используется метод Эйлера:

$$n_i^{k+1} = n_i^k + \left(\left(n_{i-1}^k \cdot r_{i-1} - n_i^k \cdot r_i\right) / \Delta x_i + Q_i - D_i \cdot n_i^k\right) \cdot \Delta t_k \,, \tag{13}$$

где *i=1...I* – количество интервалов разбиения области *X*, Δx_i – размер интервала, *k=1...K* – количество шагов по времени, Δt_k – шаг по времени.

Сходимость метода достигается выбором шага по времени Δt_k, точность решения определяется выбором шага разбиения области *x*. Результаты численного решения приведены на рис. 3.

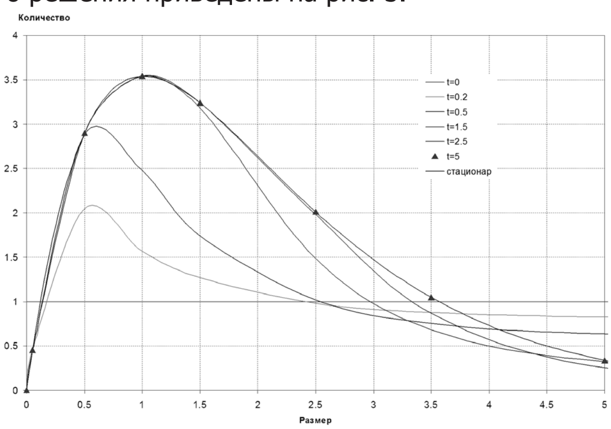

Рис. 3. Результаты численных расчетов для нестационарного случая (по периодам)

Функция *v(x, t)* довольно быстро деформируется и при принятых функциях *D(x), Q(x)*, *r(x)* уже через 5 периодов приближается к полученному стационарному решению (рис. 4).

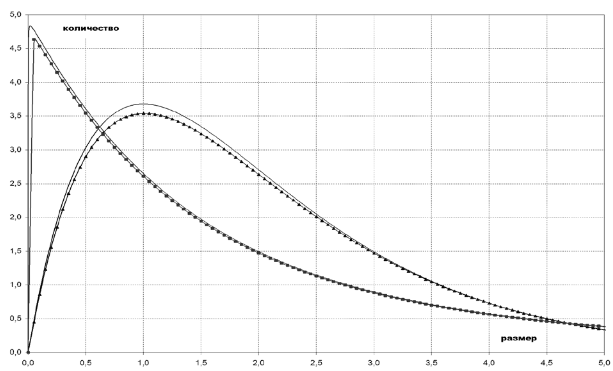

Рис. 4. Сравнение решений стационарного и нестационарного уравнений

Решение нестационарной задачи позволяет при принятых функциональных зависимостях оценить динамику занятости *E(t)* в малых инновационных предприятиях (рис. 5).

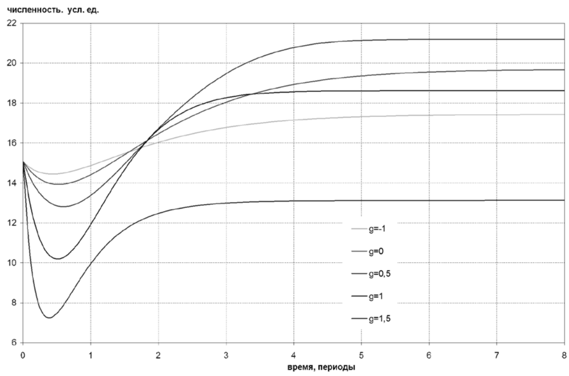

Рис. 5. Динамика изменения занятости *E(t)*

На распределение *v(x, t)* и через него на занятность *E(t)* в рассматриваемой популяции предприятий можно влиять формированием типа и параметров функций *r(x, t)*, *Q(x, t)* и *D(x, t)*. В начале статьи проведен обзор работ, посвященных факторному анализу рассматриваемых функциональных зависимостей, и выделен ряд существенных факторов, оказывающих влияние на их формирование. Возможно целенаправленное с позиции управляющего центра регулирование процесса формирования данных функций для достижения целей развития популяции.

Регулирование процесса формирования функций

Введем следующие величины: *Φ(x, t)* – затраты на создание нового объекта размера *x*; *Ψ (x, t)* – высвобождаемая стоимость при закрытии объекта размера *x*; *h (x, t)* – стоимость создания одного рабочего места в процессе роста объекта.

На основании введенных функций можно вычислить величину затрат на процессы создания, роста и закрытия объектов популяции

$$C_s(t) = \int_0^\infty \begin{pmatrix} \Phi(x,t)\cdot Q(x,t) + h(x,t)\cdot r(x,t)\cdot n(x,t) - \\ -D(x,t)\cdot \Psi(x,t)\cdot n(x,t) \end{pmatrix} \cdot dx .$$

Предполагается, что величина затрат для любого момента времени ограничена сверху $C_s(t) \le C_0(t)$.

В качестве целевых критериев регулирования процессов создания, роста и закрытия объектов популяции можно рассмотреть максимизацию суммарной численности работников, занятых на объектах популяции:

$$E(t) = \int_0^\infty n(x,t)\,x dx \to \max$$

и (или) минимизацию затрат на регулирование процессов:

$$C_s(t) = \int_0^\infty \begin{pmatrix} \Phi(x,t)\cdot Q(x,t) + h(x,t)\cdot r(x,t)\cdot n(x,t) - \\ -D(x,t)\cdot \Psi(x,t)\cdot n(x,t) \end{pmatrix} \cdot dx \to \min .$$

Задача максимизации *E(t)* в стационарной постановке принимает вид:

$$
\begin{aligned}
& r\frac{\partial n}{\partial x}+n\frac{\partial r}{\partial x}=Q(x)-D(x)\cdot n \\
& \int\limits_0^{\infty}\Big(\Phi(x)\cdot Q(x)+h(x)\cdot r(x)\cdot n(x)-D(x)\cdot\Psi(x)\cdot n(x)\Big)\cdot dx\le C_0 \qquad (14)\\
& \int\limits_0^{\infty} n(x)\cdot x\cdot dx\to\max .
\end{aligned}
$$

Рассмотрим функцию затрат, удовлетворяющую следующим условиям: присутствует постоянная составляющая затрат, независящая от размера объектов; удельные затраты *φ(x)* на одного работающего вначале убывают, затем возрастают и в дальнейшем при увеличении размера стабилизируются (рис. 6, 7):

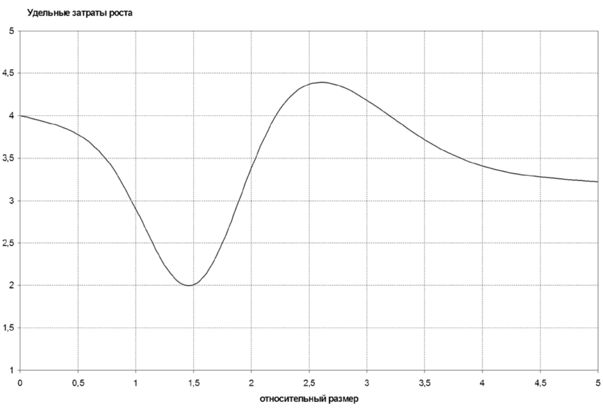

Рис. 6. Удельные затраты $\varphi(x)=A_1-B_1\cdot e^{-\alpha(x-a)^2}+B_2\cdot e^{-\beta\cdot x}$

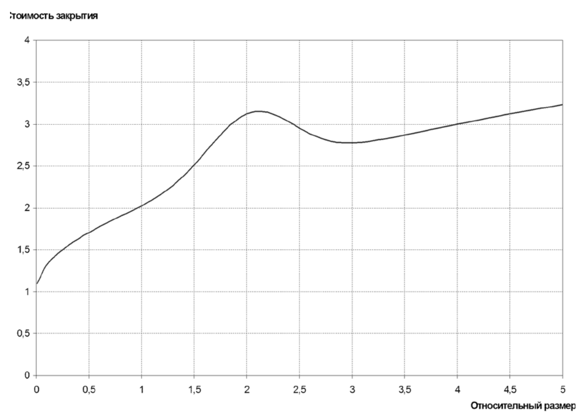

Рис. 7. Общие затраты $\Phi(x)=A_0+x\cdot\varphi(x)$

Рассмотрим затраты на создание новых рабочих мест в процессе роста, идентичные удельным затратам при возникновении хозяйствующего субъекта.

В качестве функции, характеризующей высвобождаемую стоимость при закрытии объектов популяции, рассмотрим функцию $\Psi(x)=A_3+\sqrt{x}\cdot\left(A_4+B_3\cdot e^{-\delta\cdot(x-b)^2}\right)$ (рис. 8):

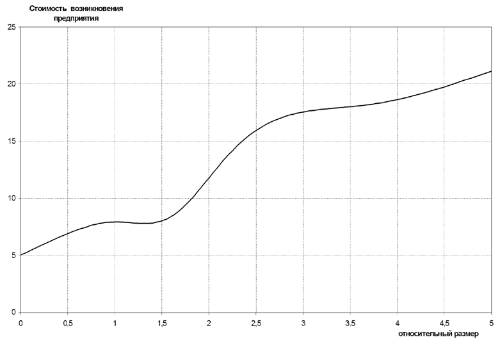

Рис. 8. Вид функции $\Psi(x)$

Для решения задачи (14) используется метод имитационного моделирования выбора оптимального решения на некотором множестве альтернатив.

Заключение

Проанализированный в работе инструментарий исследования бизнес демографии популяции новых малых инновационных предприятий позволяет: получать распределение объектов популяции по размеру в зависимости от вида функций их жизненного цикла, создания и закрытия; определять численность работающих на объектах популяции и анализировать эффективность различных стратегий регулирования процессов создания, закрытия и роста объектов популяции. Решение данных задач на базе качественной региональной статистики позволит сформировать систему рекомендаций по регулированию на региональном или отраслевом уровне процессов поддержки и перспективного развития занятости в малых инновационных предприятиях.

Список источников

1. Audretsch D.B. New-Firm survival and Technological Regime // *Review of Economics and Statistics*, Aug., 1991, pp. 441-450.
2. Dunne T., Roberts M.J. and Samuelson L. Patterns of Firm Entry and Exit in U.S. Manufacturing Industries // *Rand Journal of Economics*, 1988, nov., pp. 671-698.
3. Dunne T., Roberts M.J. and Samuelson L. The growth and Failure of U.S. Manufacturing Plants // *Quarterly Journal of Economics*, 1989, nov.
4. Evans D.S. Tests of Alternative Theories of Firm Growth // *Journal of Political Economics*, 1987, aug, pp. 657-674.
5. Gibrat R. *Les inégalités économiques; applications: aux inégalités des richesses, à la concentration des entreprises, aux populations des villes, aux statistiques des familles, etc., d'une loi nouvelle, la loi de l'effet proportionnel.* Paris, Librairie du Recueil Sirey, 1931.
6. Hall B. The Relationship between Firm Size and Firm Growth in the U.S. Manufacturing Sector // *Journal of Industrial Economics,* 1987, Jun., pp. 583-605.
7. Аршакуни К.В. Динамика новых малых предприятий и эндогенные начальные условия. Эконометрический подход на базе симулированного правдоподобия // *Экономический журнал ВШЭ*, 2005, т. 9, no. 3, с. 291-324.
8. Аршакуни К.В. Процессы возникновения и становления новых малых предприятий. Эконометрическое исследование начальных условий генезиса на базе индивидуальных данных // *Экономический журнал ВШЭ*, 2005, т. 9, no. 1, с. 17-50.
9. Баева Н.Б., Чембарцев Д.С. Прогнозирование занятости в региональной экономической системе на основе

нормативно-статистического подхода // *Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы Международной научно-практической конференции – Воронежский государственный университет*, 2006, ч. 1, с. 180-186.

10. Милн В.Э. *Численное решение дифференциальных уравнений*. Москва, Издательство иностранной литературы, 1955.

11. Мустафин А.Т., Кантарбаева А.К. О распределении фирм по размерам // *Экономика и математические методы*, 2000, no. 3, с. 105-112.

12. Пиньковецкая Ю.С. Численность предприятий малого бизнеса: результаты анализа // *Журнал «Экономика региона»*. Екатеринбург, институт экономики УрО РАН, 2009, no. 2 (18), с. 224-230.

MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMICS BUSINESS DEMOGRAPHY OF NEW SMALL INNOVATIVE REGION ENTERPRISES

Azarnova Tatyana Vasilievna, Dr. Sc. (Eng.), Prof.
Bondarenko Julia Valentinovna, Dr. Sc. (Eng.), Assoc. Prof
Kashirina Irina Leonidovna, Dr. Sc. (Eng.), Assoc. Prof
Shchepina Irina Naumovna, Dr. Sc. (Econ.), Assoc. Prof
Gogoleva Tatiana Nikolaevna, Dr. Sc. (Econ.), Prof.

Voronezh State University, University Sq., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: ivdas92@mail.ru; bond.julia@mail.ru; kash.irina@mail.ru; shchepina@mail.ru; tgogoleva2003@mail.ru

Purpose: the exploration of the theoretical and algorithmic application of mathematical modeling methods aspects, based on the kinetic equation migration, to assess the dynamics of the business demographics of new small innovative enterprises in the region. *Discussion*: the new small innovative enterprises play an important role in the establishment of producing bases for the development of the regional economy. The dynamics of the business demographics of small innovative enterprises has certain specificity for different sectors of the regional economy, associated with the peculiarities of the genesis, growth, and considered closing businesses. The study of the population processes dynamics plays an important role for the development of effective management policies for the regulation of balanced economic growth and the formation of effective employment of the region’s population. Among the main areas of the dynamics study the following studies may also be distinguished: analysis of the distribution of economic entities on the size, construction of generalized life cycle functions, creating, closing elements of the considered set of objects and the analysis of factors that have a direct impact on the behavior of these functions. In the study of selected areas, population approach is effectively working by using hypotheses borrowed from the general conservation laws that are widely used in the natural sciences. *Results*: We consider the differential equation for the study of the dynamics of business demographics of the population of small innovative enterprises to steady and unsteady options depending on the growth, creation and closing the population facilities on certain the time. The numerical methods and algorithms for solving differential equations, finding objects by size of population are proposed in the paper. We studied the life cycle of the functions of creating and closing elements of the population and the factors that determine the type and parameters of these functions.

Keywords: new small innovative enterprises, business demography, population dynamics differential equations, enterprises size distribution function.

Reference

1. Audretsch D.B. New-Firm survival and Technological Regime. *Review of Economics and Statistics*, aug., 1991, pp. 441-450.
2. Dunne T., Roberts M.J. and Samuelson L. Patterns of Firm Entry and Exit in U.S. Manufacturing Industries. *Rand Journal of Economics*, 1988, nov., pp. 671-698.
3. Dunne T., Roberts M.J. and Samuelson L. The growth and Failure of U.S. Manufacturing Plants. *Quarterly Journal of Economics*, 1989, nov.
4. Evans D.S. Tests of Alternative Theories of Firm Growth. *Journal of Political Economics*, 1987, aug, pp. 657-674.
5. Gibrat R. *Les inégalités économiques; applications : aux inégalités des richesses, à la concentration des entreprises, aux populations des villes, aux statistiques des familles, etc., d'une loi nouvelle, la loi de l'effet proportionnel*. Paris, Librairie du Recueil Sirey, 1931.
6. Hall B. The Relationship between Firm Size and Firm Growth in the U.S. Manufacturing Sector. *Journal of Industrial Economics*, 1987, jun., pp. 583-605.
7. Arshakuni K.V. Dinamika novykh malykh predpriiatii i endogennye nachal'nye usloviia. Ekonometricheskii podkhod na baze simulirovannogo pravdopodobiia. *Ekonomicheskii zhurnal VShE*, 2005, vol. 9, no. 3, pp. 291-324.
8. Arshakuni K.V. Protsessy vozniknoveniia i stanovleniia novykh malykh predpriiatii. Ekonometricheskoe issledovanie nachal'nykh uslovii genezisa na baze individual'nykh dannykh. *Ekonomicheskii zhurnal VShE*, 2005, vol. 9, no. 1, pp. 17-50.
9. Baeva N.B., Chembartsev D.S. Prognozirovanie zaniatosti v regional'noi ekonomicheskoi sisteme na osnove normativno-statisticheskogo podkhoda. *Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli i metody: materialy Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii*. Voronezhskii gosudarstvennyi universitet, 2006, vol. 1, pp. 180-186.
10. Miln V.E. *Chislennoe reshenie differentsial'nykh uravnenii*. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoi literatury, 1955.
11. Mustafin A.T., Kantarbaeva A.K. O raspredelenii firm po razmeram. *Ekonomika i matematicheskie metody*, 2000, no. 3, pp. 105-112.
12. Pin'kovetskaia Iu.S. Chislennost' predpriiatii malogo biznesa: rezul'taty analiza. *Zhurnal «Ekonomika regiona»*. Ekaterinburg, institut ekonomiki UrO RAN, 2009, no. 2 (18), pp. 224-230.