
ВЫБОР ПОРТФЕЛЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

Гринева Елена Валерьевна,

старший преподаватель кафедры высшей и прикладной математики Воронежского филиала Московского института инженеров транспорта; grineva-ev@mail.ru.

Матвеев Михаил Григорьевич,

доктор технических наук, профессор кафедры программирования и информационных технологий Воронежского государственного университета; mgmatveev@yandex.ru.

Для задачи выбора портфеля производственных инвестиций предлагается метод решения, основанный на теории нечетких множеств, позволяющей устанавливать требуемые аналитические зависимости в условиях неоднородности доходности активов. Метод позволяет получать четкие оптимальные решения.

Ключевые слова: оптимальный инвестиционный портфель, экспертные оценки, нечеткие переменные, α -уровневый принцип, управление рисками.

Одним из основных источников денежных средств, направляемых на развитие производства или расширение бизнеса, являются инвестиции. Инвестор, вкладывая капитал в развитие фирмы или предприятия, вынужден действовать в условиях неопределенности, так как в современных условиях нестабильности как отечественной, так и зарубежных экономик, инвестирование связано с риском неполучения прибыли. Риск может быть вызван непредвиденным снижением спроса, увеличением издержек производства и обращения производимой продукции, неблагоприятным изменением цены на произведенную продукцию и многими другими факторами, влияющими на размер дохода от реализации продукции. Умение правильно распределять денежные средства между инвестируемыми предприятиями позволит инвестору не только избежать значительных неоправданных потерь, но и получить максимально возможную прибыль.

Решение этой задачи может иметь ряд особенностей. Так применение традиционных методов формирования оптимального инвестиционного портфеля основано на ряде теоретико-вероятностных предположений, относительно величин доходностей активов инвестиционного портфеля. Применение теоретико-вероятностного подхода далеко не всегда

позволяет получить статистическое обоснование характеристик случайных величин инвестиционного портфеля (функция распределения, моменты). Кроме того, теоретико-вероятностное представление величин доходности активов не позволяет получать аналитических зависимостей, необходимых для решения задач оптимизации портфеля.

Альтернативным вариантом учета неопределенности могут служить экспертные оценки, формализуемые на основе теории нечетких множеств, которая в ряде случаев позволяет устанавливать требуемые аналитические зависимости [1].

Ещё одной важной особенностью инвестиционного рынка может являться зависимость рисков при оценке доходности инвестируемых средств от размера инвестиций. Такое предположение основано на том, что в реальной практике объем вклада инвестора может оказывать влияние на доходность акций и уровень риска за счет различий в правах и степени участия инвестора в управлении предприятием. В табл. 1 представлены права инвестора в зависимости от вклада в уставной капитал акционерного общества.

Таблица 1

Вклад в уставный капитал	Права инвестора
1%	На ознакомление с информацией, содержащейся в реестре акционеров АО, обращение в суд с иском к члену совета директоров АО.
2%	На два предложения в повестку дня общего собрания акционеров, выдвижение кандидата в совет директоров и ревизионную комиссию общества.
10%	На требование созыва внеочередного общего собрания акционеров, ознакомление со списком участников собрания, требование проверки финансово-хозяйственной деятельности АО.
25% + 1 акция	На блокирование решения общего собрания акционеров по вопросам изменения устава, реорганизации и ликвидации АО, заключения крупных сделок.
30% + 1 акция	На проведение нового общего собрания акционеров, созданного взамен несостоявшегося.
50% + 1 акция (контрольный пакет)	На проведение общего собрания акционеров, принятие необходимых решений на общем собрании (за исключением вопросов, связанных с изменением устава АО, его реорганизацией и т.д.).
75% + 1 акция	На полный контроль над АО, возможность принимать решения об изменении устава, реорганизации и ликвидации АО, заключении крупных сделок.

Данные табл. 1 обосновывают предположение о зависимости рисков при оценке доходности от размера инвестиций. Установить аналитический вид такой зависимости не представляется возможным.

Возможным подходом к оценке такой зависимости может быть использование теории нечетких множеств. Например, можно задать эту зависимость в виде изменений носителя нечеткого числа в зависимости от объема инвестиций.

Рассмотрим задачу распределения инвестиционных средств между несколькими предприятиями с целью получения прибыли в течение ряда последующих лет [2]. При этом известна экспертная информация о прибыли, которую инвестор может получить с единицы вложенных средств на каждом из предприятий, которую сложно представить в виде вероятностных закономерностей. Она может быть определена экспертным путем, и аппарат описания экспертных оценок может быть только нечеткие переменные. В этом случае решение задачи может рассматриваться в классе задач нечеткого математического программирования.

Пусть совокупный размер инвестиционного капитала ограничен величиной d .

Введем обозначения:

x_i - размер инвестиционных вложений в i -е предприятие ($i = 1, 2, \dots, n$); a_{ij} - прибыль инвестора от вложения единицы денежных средств в j -й год ($j = 1, 2, \dots, m$) с i -го предприятия; y_j - доход инвестора от дивидендов, получаемых от инвестирования в j -й год.

Тогда распределение доходов по годам будет определяться выражением

$$\bar{y} = A\bar{x}.$$

Задачу получения максимума прибыли рассмотрим на примере вложения инвестиций в два предприятия ($n=2$) при расчете прибыли за один год ($m=1$). Задача примет вид задачи линейного программирования с нечеткими параметрами функции цели:

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 \rightarrow \max, \quad (1)$$

с ограничениями

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= d, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0, \end{aligned}$$

где a_i - нечеткий параметр, а d - четкое значение инвестиционных средств, которые инвестор планирует вложить в предприятия. Пусть $d = 10$. Тогда все допустимые решения могут лежать на отрезке АВ, показанном на рис. 1.

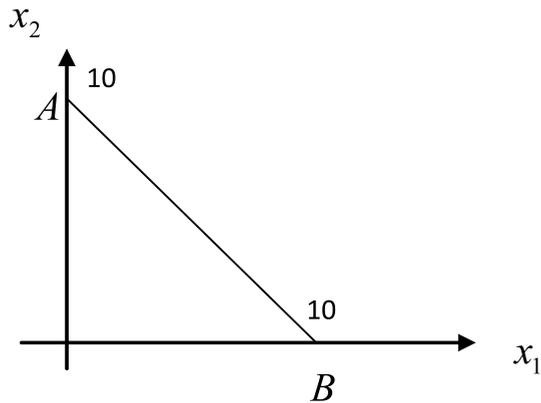


Рис. 1 АВ - область допустимых решений

Оценим параметры a_i , представив прибыль с единицы вложений в виде нечетких треугольных чисел с функциями принадлежности μ_i .

Рассмотрим функции принадлежности нечеткого параметра a_i .

Для первого предприятия, если инвестиции составляют $0 \leq x_1 \leq 5$, то функция принадлежности будет

$$\mu_1(a, x_1) = (0.1 + 0.01(x_1 - 3); 0.2; 0.3 + 0.1(x_1 - 3)).$$

Графический вид такой функции принадлежности показан на рис. 2.

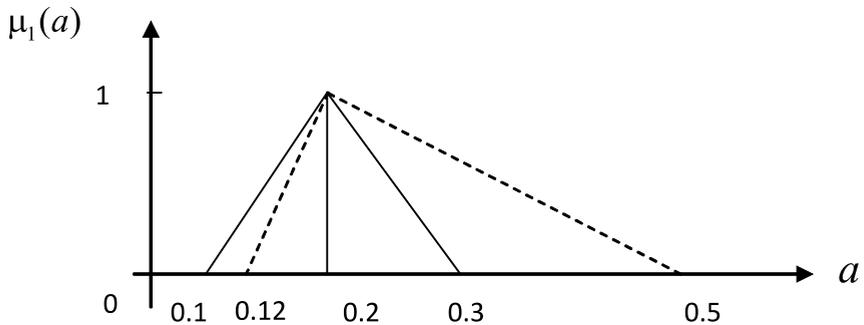


Рис. 2. Функция принадлежности при $0 \leq x_1 \leq 5$

В случае, если размер инвестиций в первое предприятие составляет $0 \leq x_1 \leq 5$, то возможность получения прибыли до трех раз больше, чем возможность уменьшения прибыли.

Для первого предприятия, если инвестиции составляют $5 < x_2 \leq 10$, функция принадлежности будет

$$\mu_2(a, x_1) = (0.1 + 0.01(x_1 - 3); 0.2; 0.3 + 0.1(x_1 - 3)).$$

Графический вид такой функции принадлежности показан на рис. 3.

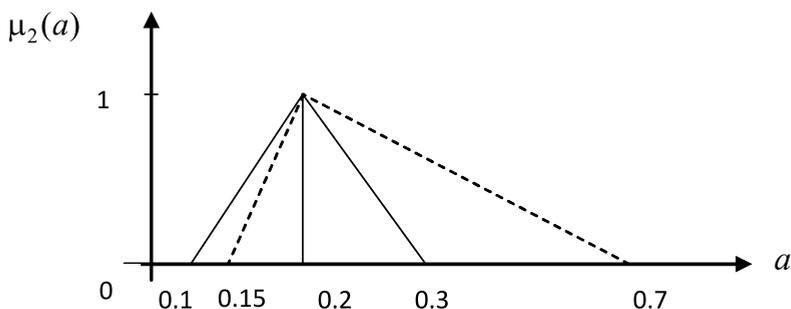


Рис. 3. Функция принадлежности при $5 < x_1 \leq 10$

В случае, если $5 < x_1 \leq 10$, возможность получения прибыли до пяти раз больше, чем возможность уменьшения прибыли.

Для второго предприятия, если инвестиции составляют $0 \leq x_2 \leq 5$, функция принадлежности будет

$$\mu_3(a, x_2) = (0.1 + 0.0125(x_2 - 1); 0.25; 0.4 + 0.05(x_2 - 1))$$

Графический вид такой функции принадлежности показан на рис. 4.

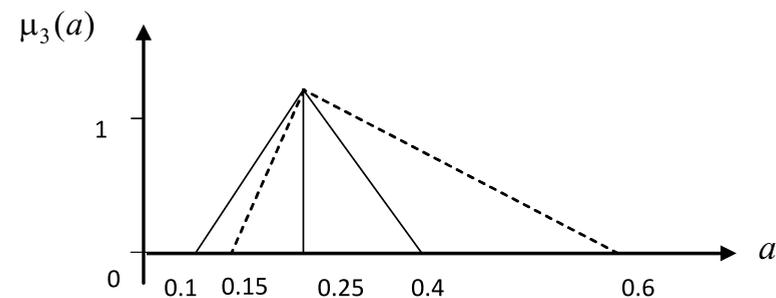


Рис. 4. Функция принадлежности при $0 \leq x_2 \leq 5$

В случае если $0 \leq x_2 \leq 5$, возможность получения прибыли до трех раз больше, чем возможность уменьшения прибыли.

Для второго предприятия, если инвестиции составляют $5 < x_2 \leq 10$, функция принадлежности будет

$$\mu_4(a, x_2) = (0.1 + 0.025(x_2 - 5); 0.25; 0.4 + 0.5(x_2 - 5))$$

Графический вид такой функции принадлежности показан на рис. 5.

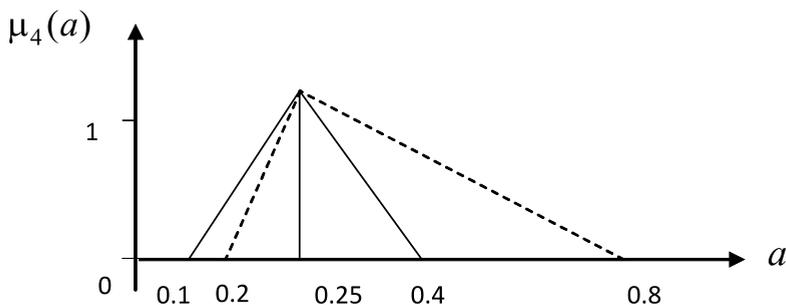


Рис. 5. Функция принадлежности при $5 < x_2 \leq 10$

В случае, если $5 < x_2 \leq 10$, возможность получения прибыли более чем в три раза больше возможности уменьшения прибыли.

Одним из подходов к решению такой задачи является переход от нечеткости к соответствующей задаче интервального программирования. Для этого, используя понятие α -уровней, на основе которого осуществляется переход от одной задачи нечеткого программирования к конечной совокупности задач интервального линейного программирования.

Выберем конечное число α -уровней: $\alpha \in (0; 0.25; 0.5; 0.75; 1)$.

Для нахождения решения исходной задачи, для вычисления нечетких чисел \bar{a}_i будем использовать формулу:

$$\bar{a}_i = \frac{\int_{\mu_i \geq \alpha} a \cdot \mu_i(a, x_i) da}{\int_{\mu_i \geq \alpha} \mu_i(a, x_i) da}, \quad (2)$$

как среднее значение функции принадлежности на каждом α -уровне.

Из-за ограниченного совокупного размера инвестиций рассмотрим два варианта распределения инвестиций в два предприятия:

- 1) Если $0 \leq x_1 \leq 5$, то $5 < x_2 \leq 10$;
- 2) Если $5 < x_1 \leq 10$, то $0 \leq x_2 \leq 5$.

Рассмотрим каждый из этих вариантов.

Первый вариант распределения инвестиций $0 \leq x_1 \leq 5$, $5 < x_2 \leq 10$.

Используя формулу (2), выразим общий доход:

$$y(x_1, x_2, \alpha) = \frac{\int_0^{0.2} \frac{a - 0.9375 + 0.0125x_1}{0.1625 - 0.0125x_1} da + \int_0.2^{0.1(x_1 - 5)(1 - \alpha) + 0.1(3 - \alpha)} \frac{-a + 0.1x_1 - 0.2}{0.1x_1 - 0.4} da}{0.0125(x_1 - 5)(1 - \alpha) + 0.1(1 + \alpha)} \cdot x_1 +$$

$$+ \frac{\int_0^{0.25} \frac{a - 0.9875 - 0.0125x_2}{0.1625 - 0.0125x_2} da + \int_0.25^{0.05(x_2 - 1)(1 - \alpha) + 0.1(4 - 0.15\alpha)} \frac{-a + 0.05x_2 - 0.35}{0.05x_2 + 0.1} da}{0.0125(x_2 - 1)(1 - \alpha) + 0.1(1 + 0.15\alpha)} \cdot x_2$$

Придавая α конкретные значения, получим для каждого α -уровня задачу линейного программирования. Результаты решения задачи, то есть максимальное значение функции y_{max} , x_1 и x_2 на каждом α -уровне приведены в табл. 2.

Таблица 2

Размер инвестиций и максимальный доход при $0 \leq x_1 \leq 5$, $5 < x_2 \leq 10$

α -уровень	x_1	x_2	y_{max}
0	0	10	4.37
0,25	0	10	4.18

Окончание табл. 2

0,5	0	10	3.75
0,75	0	10	3.16
1	0	10	2.51

Второй вариант распределения инвестиций $5 < x_1 \leq 10$, $0 \leq x_2 \leq 5$.

Результаты решения задачи для этого варианта распределения инвестиций приведены в табл. 3.

Таблица 3

Размер инвестиций и максимальный доход при $5 < x_1 \leq 10$, $0 \leq x_2 \leq 5$

α -уровень	x_1	x_2	y_{\max}
0	10	0	3.87
0,25	10	0	3.68
0,5	10	0	3.25
0,75	10	0	2.66
1	5	5	2.26

Применяя метод дефаззификации, для каждого варианта получим максимальный доход:

Если $0 \leq x_1 \leq 5$ и $5 < x_2 \leq 10$, то $y_{\max} = 3.12$

Если $5 < x_1 \leq 10$ и $0 \leq x_2 \leq 5$, то $y_{\max} = 2.72$

Таким образом, у инвестора есть возможность оценить максимально возможную прибыль y_{\max} с соответствующими степенями уверенности α и соответствующим размером денежных средств, вложенных в каждое предприятие x_1 и x_2 .

Теперь рассмотрим задачу распределения инвестиционных средств без учета неоднородности доходности, используя те же исходные данные.

Для первого предприятия функция принадлежности будет $\mu_5(a) = (0.1; 0.2; 0.3)$, ее графический вид показан на рис. 6.

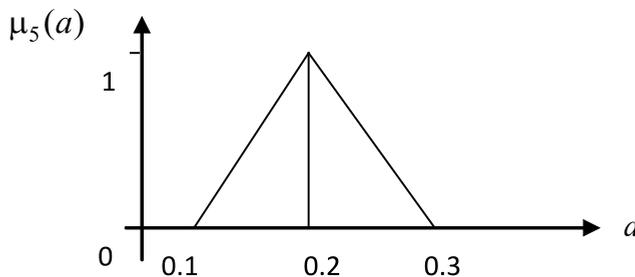


Рис. 6. Функция принадлежности прибыли для первого предприятия

Для второго предприятия функция принадлежности будет $\mu_6(a) = (0.1; 0.25; 0.4)$, ее графический вид показан на рис. 7.

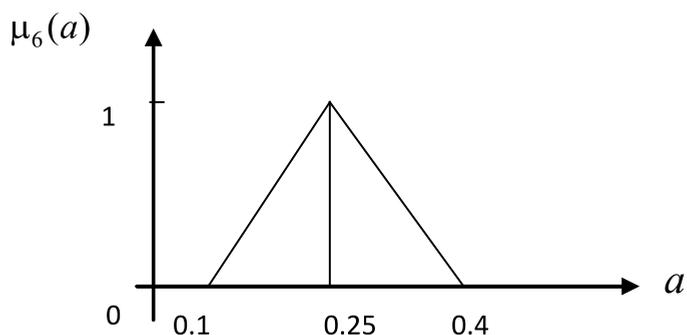


Рис. 7. Функция принадлежности прибыли для второго предприятия

Решая задачу, получим следующий результат. Размер инвестиций и максимальный доход для первого варианта распределения инвестиций соответственно равны $x_1 = 0$, $x_2 = 10$, $y_{max} = 2.5$. Размер инвестиций и максимальный доход для второго варианта распределения инвестиций соответственно равны $x_1 = 5$, $x_2 = 5$, $y_{max} = 2.25$.

Сравнивая результаты решения этих задач, следует отметить, что наибольший доход мы получаем, учитывая неоднородность доходности.

Теперь рассмотрим задачу нахождения такого распределения инвестиционных средств x_i между несколькими предприятиями, при котором будет обеспечен желаемый доход при ограниченном совокупном размере инвестиционного капитала $x_1 + x_2 = 10$ и конкретном значении уровня значимости α . В отличие от предыдущей задачи, вместо максимизации целевой функции придадим ей определенное значение с определенной степенью уверенности.

Например, рассмотрим первый вариант распределения инвестиций $0 \leq x_1 \leq 5$, $5 < x_2 \leq 10$, и пусть желаемый доход y , а уровень значимости $\alpha = 0.75$. Тогда, решая систему уравнений и неравенств:

$$\begin{cases} y(x_1, x_2, 0.75) = 4 \\ x_1 + x_2 = 10 \\ 0 \leq x_1 \leq 5 \\ 5 < x_2 \leq 10 \end{cases} \quad (3)$$

получим решение: $x_1 = 0.05$ и $x_2 = 9.95$.

Решение этой задачи совпадает со значениями в табл. 2 решений предыдущей задачи.

Рассмотрим ещё одну задачу — задачу нахождения такого распределения инвестиционных средств x_i между несколькими предприятиями, при котором будет обеспечен желаемый доход при максимальном уровне значимости α , при ограниченном совокупном размере инвестиционного капитала $x_1 + x_2 = 10$.

Например, рассмотрим второй вариант распределения инвестиций, когда

$5 < x_1 \leq 10$, $0 \leq x_2 \leq 5$. Пусть желаемый доход $y = 3.25$. Тогда получим задачу линейного программирования с ограничениями:

$$\alpha(x_1, x_2) \rightarrow \max$$
$$\left\{ \begin{array}{l} y(x_1, x_2, \alpha) = 3.25 \\ x_1 + x_2 = 10 \\ 5 < x_1 \leq 10 \\ 0 \leq x_2 \leq 5 \end{array} \right. \quad (4)$$

Получим решение: $x_1 = 10$, $x_2 = 0$, $\alpha = 0.5$, что совпадает со значениями в табл. 3 решений первой задачи.

Список источников

1. Душкин, Р.В. Методы получения, представления и обработки знаний с НЕ-факторами. [эл. ресурс] / URL: <http://www.twirpx.com/file/522118>.

2. Матвеев, М.Г. Решение задач линейного программирования с нечеткими параметрами [текст] / М.Г. Матвеев // Современная экономика: проблемы и решения, 2012. — №1.

SELECTION PORTFOLIO OF INDUSTRIAL INVESTMENTS

Grineva Yelena Valeryevna,

Senior Lecturer of the Chair of Higher and Applied Mathematics of Voronezh filial-branch of Moscow Institute of Transportation Engineers; grineva-ev@mail.ru.

Matveev Michael Grigoryevich,

Dr. of Technical Sciences, Professor of the Chair of Programming and Information Technology of Voronezh State University; mgmatveev@yandex.ru.

For the problem of selection of the portfolio of industrial investments solution method is proposed, based on fuzzy set theory, which allows installing the required analytic function in the inhomogeneity of return on assets. The method allows obtaining explicit optimal solutions.

Keywords: optimal portfolio, expert evaluation, fuzzy variables, α -level principle, risk management.