УДК 330.322

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКОГО ПРОГНОЗНОГО ОБРАЗА В ОБОСНОВАНИИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ

Коротких Вячеслав Владимирович,
аспирант кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; v.v.korotkikh@gmail.com
Израилова Элиса Салаудиновна,
старший преподаватель кафедры общей информатики Грозненского государственного нефтяного технического университета; itmme@econ.vsu.ru

Для задачи выбора портфеля производственных инвестиций предлагается метод решения, основанный на теории нечетких множеств, позволяющей устанавливать требуемые аналитические зависимости в условиях неоднородности доходности активов. Метод позволяет получать четкие оптимальные решения.
Ключевые слова: оптимальный инвестиционный портфель, экспертные оценки, нечеткие переменные, α-уровневый принцип, управление рисками.

Различные проявления неопределенности в той или иной степени свойственны всем экономическим системам. Глобальный фондовый рынок, являющийся своего рода проекцией глобальной экономической системы, ее опережающим индикатором, отражает влияние неопределенности во всем ее многообразии. Игнорирование фактора неопределенности означает добровольный отказ от поддержания адекватности управляемого объекта внешней среде. На лицо существование проблемы обеспечения адекватности управляемого объекта внешней среды, изменение которой происходит в условиях перманентной неопределенности будущего. Традиционным для решения этой проблемы является обращение к аппарату теории вероятностей и математической статистики [1].

В этой связи нам представляется интересной эконометрическая модель прогнозного образа будущего. Согласно [4, 9], под прогнозным образом будущего понимается многовариантное описание будущего, накрывающее его многообразие конечным набором траекторий, вероятностное распределение которых имеет высокий уровень правдоподобия. Что касается применения модели на фондовом рынке, то по сравнению с обычным прогнозом, отражающим один, два или три варианта будущего при обосновании инвестиционных решений, информационные возможности прогнозного образа делают его гораздо более предпочтительным.

На текущий момент можно предложить два способа приложения модели прогнозного образа в задачах инвестирования. В рамках первого предполагается построение моделей прогнозного образа доходности для одной или нескольких ценных бумаг (в зависимости от решаемой задачи).

Построение модели прогнозного образа в этом случае осуществляется последовательно в несколько логически связанных этапов.

Начальным этапом формирования прогнозного образа доходности ценной бумаги является идентификация его экстраполяционной составляющей, расщепление которой и дает варианты доходности. Предполагается существование некоторой стохастической взаимосвязи между динамикой доходности ценной бумаги и динамикой доходности фондового рынка. Влияние этой взаимосвязи оценивается с помощью регрессионных моделей с качественной зависимой переменной. Каждый вариант прогнозного образа доходности вероятностно детерминирован настроением рынка. Это настроение удобно оценивать, используя особую шкалу z. Она имеет заранее определенный ограниченный диапазон, такой, что минимальному значению соответствует медвежье настроение, а максимальному значению – бычье.

Принятие во внимание условного математического ожидания прогнозного образа доходности i-й ценной бумаги, взятого при одной экспертной оценке настроения рынка в будущем, на деле является, возможно и неявным, но проявлением редукционизма: многообразие доходности i-й ценной бумаги на периоде упреждения безосновательно сводится к рассмотрению лишь одного варианта из спектра возможных рыночных настроений, определяющего соответствующее значение условного математического ожидания прогнозного образа. Очевидно, что в такой ситуации информационные возможности прогнозного образа доходности используются далеко не в полном объеме.

По нашему мнению, должное понимание этого факта предполагает обращение к теории нечетких множеств [7, 8]. Пусть R – множество доходностей фондового рынка с элементами $r \in R$. Тогда для случая конечного множества R, элементами которого являются в т.ч. и условные математические ожидания прогнозных образов доходности i-й ценной бумаги $\mathrm{E}\left(r_i \mid z_k\right) = r_i^k : r_i^k \in R$, представим нормальное нечеткое подмножество доходностей i-й ценной бумаги на упреждающем периоде времени $\tilde{r}_{t+\tau i}$ множества R в момент времени t как множество упорядоченных пар:

$$\tilde{r}_{t+\tau i} = \left\{\left(r_i^k / \mu_i\left(r_i^k\right)\right)\right\}, \qquad (1)$$

где r_i^k — условное математическое ожидание прогнозного образа доходности i-й ценной бумаги при оценке настроения рынка z_k; $\mu_i\left(r_i^k\right) \in [0;1]$ – известная на момент времени t функция принадлежности подмножества условных математических ожиданий прогнозного образа доходности r_i^k множеству доходностей упреждающего периода i-й ценной бумаги $\tilde{r}_{t+\tau i}$.

Можно сказать, что условное математическое ожидание прогнозного образа доходности представляет собой «смесь» вариантов доходностей рассматриваемой ценной бумаги, возможных при оценке настроения рынка z_k.

Вычисление прогнозного образа доходности i-й ценной бумаги r_i^k для одной оценки настроения рынка эквивалентно неявному предположению о том, что значение функции принадлежности полученного условного математического ожидания прогнозного образа множеству доходностей упреждающего периода i-й ценной бумаги является максимальным, и это дает право отказаться от вычисления других условных математических ожиданий.

Такое видение не раскрывает подлинную многовариантную природу упреждающего периода в должной степени. На деле мы имеет возможность вычислить не одно, а несколько условных математических ожиданий, что позволяет более полно представить многообразие будущих рыночных состояний, детерминированных настроением рынка.

После идентификации функции принадлежности условных математических ожиданий доходности упреждающему периоду, мы получаем нечеткое подмножество вариантов упреждающего периода или нечеткий прогнозный образ доходности i-й ценной бумаги. По нашему мнению, его использование в состоянии повысить эффективность инвестиционных решений на фондовом рынке.

Второй способ применения модели прогнозного образа в задачах инвестирования на фондовом рынке связан с ее актуализацией для целей портфельного инвестирования. Речь идет о модели портфельного образа инвестиционных решений, представленной в [3-6]. С помощью этой модели инвестор получает возможность определить для себя некоторое множество портфельных решений, имеющих вероятностное распределение их предпочтительности на упреждающем отрезке времени. Причем эффективный портфель, который можно построить на основе данных упреждающего периода, если бы они были известны на момент его построения, находится внутри портфельного образа.

Портфельный образ инвестиционных решений является прогнозным портфельным образом и, следовательно, его построение должно базироваться на идеях формирования прогнозного образа. В соответствии с выявленной выше ограниченностью рассмотрения одного математического ожидания прогнозного образа вместо их множества, ниже приведем логику построения нечеткого портфельного образа инвестиционных решений.

Полагая, что $\mathbf{W}$ – множество портфелей ценных бумаг, представленных на рынке, с элементами из векторов $\mathbf{w} \in \mathbf{W}$. Тогда для случая конечного множества $\mathbf{W}$ с элементами из k условных математических ожиданий портфельных образов инвестиционных решений $\mathbf{w}_k \in \mathbf{W}$, представим нормальное нечеткое подмножество оптимальных портфелей на упреждающем периоде времени $\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau}$ множества $\mathbf{W}$ в момент времени t как множество упорядоченных пар:

$$\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau} = \{(\mathbf{w}_k / \mu_{\mathbf{W}}(\mathbf{w}_k))\}, \tag{2}$$

где $\mathbf{w}_k$ – вектор условного математического ожидания портфельного образа при оценке настроения рынка, равной z_k; $\mu_{\mathbf{W}}(\mathbf{w}_k) \in [0;1]$ – функция принадлежности подмножества условных математических ожиданий k-го портфельного образа $\mathbf{w}_k$ множеству оптимальных портфелей на упреждающем периоде времени $\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau}$ в момент времени t.

В сущности, $\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau}$ есть вектор весов ценных бумаг в портфеле, которые являются нечеткими и представляются в виде нечеткого LR-числа.

Далее. Если в выше упомянутом способе применения прогнозного образа в задачах инвестирования на фондовом рынке базовой моделью была модель доходности ценной бумаги, то в рассматриваемом случае ее роль отводится одной из моделей формирования портфеля ценных бумаг.

Для примера в качестве базовой модели портфельного образа возь-мем модель портфельного инвестирования У. Шарпа [2]. Вне зависимости от взятой базовой модели портфельного инвестирования в ходе построения нечеткого портфельного образа необходимо осуществить следующие этапы вычислений. Во-первых, требуется оценить динамику доходности n ценных бумаг $r_{ti}, i = \overline{1,n}, t > 0$, включаемых в портфель. Пусть процесс $r_i = (r_{ti})$, отражающий формирование доходности i-й ценной бумаги, детерминирован процессом $r_I = (r_{It})$, отражающим формирование доходности на рынке в целом. Тогда на отрезке времени $t = \overline{1,T}$ имеет место зависимость (3), наделенная механизмом одноуровневой дискриминации. Переменная x_{ti} принимает значения 1 или -1 в зависимости от знака отклонения в момент времени t.

$$r_{ti} = \alpha_i + \beta_i r_{It} + d_i x_{ti} + \varepsilon_t, \quad t = \overline{1,T}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Слагаемое $d_i x_{ti}$ реализует механизм одноуровневой дискриминации, позволяющий оценить значения, необходимые для определения вариантов портфельного образа. Выражение (3) есть не что иное, как модификация одноиндексной модели У. Шарпа, где от варианта к варианту портфельного образа изменяется только свободный член, характеризующий математическое ожидание доходности анализируемых ценных бумаг. Структура модели формирования портфеля У. Шарпа в этом случае остается без изменений.

В соответствии с концепцией эффективного рынка [10], мы можем рассматривать пространство исходов $\Omega = \{\omega\}$ с элементами $\omega_{t+\tau} = (\omega_1, ..., \omega_n)$ на упреждающем периоде времени $t+\tau$. Оно формиру-ется на рынке N ценными бумагами, а значения $\omega_i = +1\ (\omega_i = -1)$ при $i = \overline{1,N}$ интерпретируются как рост (снижение) цены в этот момент времени. Тогда число вариантов портфельного образа будет соответствовать числу всех мыслимых исходов в этой модели с учетом числа включаемых в портфель ценных бумаг.

Так, в случае с двумя ценными бумагами исходов будет четыре:

$$\Omega = \{(+1,+1),(+1,-1),(-1,+1),(-1,-1)\}. \tag{4}$$

Фактический исход на упреждающем периоде времени $t+\tau$ определяется $\mathcal{F}_{t+\tau}$ – σ-алгеброй подмножеств Ω, т.е. соответствующим потоком информации, доступной на момент $t+\tau$.

При k-й оценке настроения рынка z_k число вариантов портфельного образа J вычисляется по формуле:

$$J = 2l^n \tag{5}$$

где l число уровней дискриминации в модели динамики доходности; n число включаемых в портфель ценных бумаг.

Подчеркиваем, что разнообразие вариантов не может быть произвольным. В противном случае пропадает содержательный смысл, заложенный в построение портфеля, и его построение будет невозможным.

Во-вторых, для j-го варианта k-го портфельного образа строится свой вариант вектора структуры портфеля $\mathbf{w}_j^k,\ j=\overline{1,J}$ в соответствии с моделью:

$$\begin{gathered} \mathbf{w}'^k_{\text{ext}\,j}\boldsymbol{\Sigma}_d(\omega_j)\mathbf{w}^k_{\text{ext}\,j} \to \min \\ \begin{cases} \mathbf{w}'^k_{\text{ext}\,j}\boldsymbol{\alpha}^k(\omega_j) = \mu, \\ \mathbf{w}'^k_j\mathbf{I} = 1, \\ \mathbf{w}'^k_j\boldsymbol{\beta} = w^k_{\mathrm{I}j}, \end{cases} \end{gathered} \tag{6}$$

где $\mathbf{w}'^k_{\text{ext}\,j} = (w^k_{1j},\ldots,w^k_{nj},w^k_{\mathrm{I}j})$ – вектор расширенной структуры портфеля, включающей в качестве $n+1$-го элемента рыночный индекс, при j-м исходе k-го портфельного образа; $\boldsymbol{\Sigma}_d(\omega_j) = \operatorname{diag}(\sigma^2_{\varepsilon 1},\sigma^2_{\varepsilon 2},\ldots,\sigma^2_{\varepsilon n},\sigma^2_I)$ – диагональная матрица с элементами из остаточных дисперсий доходностей активов $\sigma^2_{\varepsilon i}$ и дисперсии доходности рыночного индекса σ^2_I; $\mathbf{w}'^k_j = (w^k_1,\ldots,w^k_n)$ – искомый вектор структуры портфеля при j-м исходе k-го портфельного образа; $\boldsymbol{\alpha}'^k(\omega_j) = (\alpha_{1j},\ldots,\alpha_{nj},\overline{r}_I)$ – вектор оценок коэффициентов модели (3) при j-м исходе k-го портфельного образа с последней компонентой, равной ожидаемой доходности рыночного индекса; $\boldsymbol{\beta}' = (\beta_1,\ldots,\beta_n)$ – вектор оценок коэффициентов при факторной переменной модели (3).

В-третьих, при данной оценке z_k оценивается вероятностная мера P на пространстве исходов – J вариантов k-го портфельного образа:

$$P_j^k = \mathrm{P}\left(\mathbf{w}_j = \mathbf{w}^* \mid z^{(k)}\right),\quad j=\overline{1,J}\,. \tag{7}$$

На этом этапе возможно привлечение экспертов или же построение эконометрических моделей с качественной зависимой переменной. В качестве предпосылки этой процедуры можно рассматривать уже упомянутое предположение о существовании стохастической взаимосвязи между динамикой доходностей ценных бумаг и динамикой доходности фондового рынка. Принимая это предположение, мы получаем возможность оценить качественную зависимость отклонения доходности ценной бумаги от тренда от аналогичного отклонения доходности рынка. Для этого осуществляется построение моделей (8). По ним оценивается вероятность отклонения доходности ценной бумаги от тренда в сторону уменьшения (P_i) и в сторону увеличения $(Q_i=1-P_i)$. В работе [5] модели (3) и (8) рассматриваются как компоненты так называемой модели двойной зависимости и используются совместно.

$$P_{ti} = \mathrm{P}\left(x_{ti} = -1 \mid z_t\right) = \Lambda\left(z_t\right), \quad t = \overline{1,T}, \quad i = \overline{1,n}, \tag{8}$$

где z_t – значение, характеризующее настроение рынка в момент времени t.

Вероятность предпочтения j-го варианта в k-м портфельном образе P_j^k вычисляется как произведение вероятностей отклонений доходностей ценных бумаг от тренда в рассматриваемом варианте.

В-четвертых, вычисляется условное математическое ожидание k-го портфельного образа $\mathrm{E}\left(\mathbf{w} \mid z_k\right) = \mathbf{w}_k$, являющееся элементом нечеткого подмножества эффективных портфелей $\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau}$ упреждающего периода в момент t. Остальные варианты нечеткого портфельного образа формируются по аналогии, однако, при других характеристиках распределениях вероятности предпочтения вариантов портфельного образа, детерминированных настроением фондового рынка.

С одной стороны, идентификация функции принадлежности подмножества условных математических ожиданий портфельного образа $\mathbf{w}_k$ множеству птимальных портфелей на упреждающем периоде времени $\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau}$ в момент времени t можно осуществляться с привлечением экспертов. С другой стороны приветствуется разработка формальных процедур. В качестве одной из них можно предложить процедуру идентификации функции принадлежности на основе расчета частот проявления тех или иных состояний фондового рынка на историческом периоде.

В табл. 1 приведены результаты вычислительного эксперимента по определению нечеткого портфельного образа инвестиционных решений. Он носит демонстрационный характер, поэтому мы решили сформировать портфель из трех отечественных «голубых фишек». В качестве исторического рассматривался период с 01.06.2011 по 16.02.2012 гг., в роли поступреждающего – с 17.02.2012 по 06.03.2012 гг.

Таблица 1

Результаты моделирования

Структура расширенного портфеля У. Шарпа				Функция принадлежности	Средняя доходность
Норникель	Газпром	Сбербанк	Индекс РТС		
0,151	1,630	-0,781	0,569	0,018	0,070
0,134	1,635	-0,768	0,575	0,018	0,071
0,117	1,639	-0,756	0,580	0,000	0,073
0,101	1,641	-0,743	0,586	0,164	0,074
0,086	1,643	-0,729	0,592	0,200	0,075
0,071	1,644	-0,714	0,597	0,218	0,076
0,056	1,643	-0,700	0,603	1,036	0,077

Окончание табл.1

Структура расширенного портфеля У. Шарпа				Функция принадлежности	Средняя доходность
Норникель	Газпром	Сбербанк	Индекс РТС		
0,043	1,642	-0,684	0,609	1,000	0,078
0,029	1,639	-0,669	0,615	0,400	0,079
0,017	1,636	-0,652	0,621	0,200	0,080
0,005	1,631	-0,636	0,627	0,073	0,081

В строках табл. 1 приведены значения вариантов нечеткого портфельного образа инвестиционных решений, их функции принадлежности, а также средней доходности, полученной на поступреждающем периоде. Граница нечеткого подмножества эффективных портфелей $\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau}$ упреждающего периода, полученных в момент t, проиллюстрирована на рисунке.

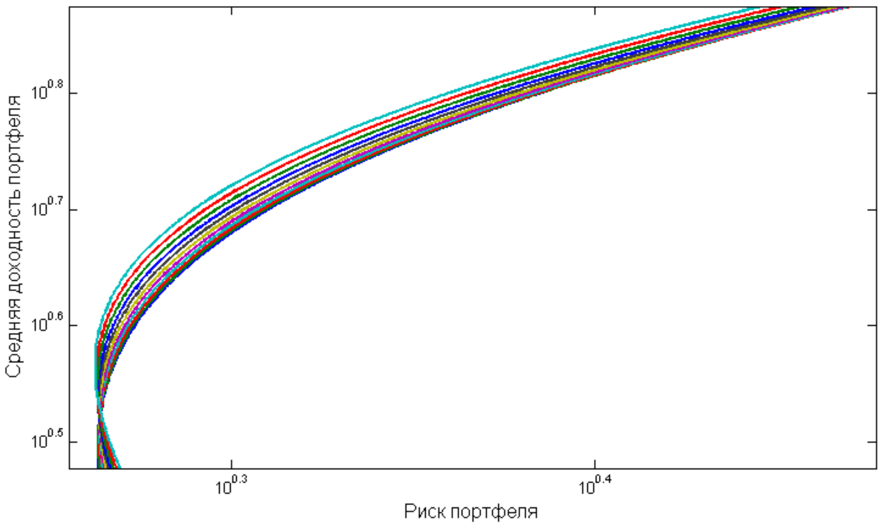

Рис. Нечеткий фронт эффективных портфелей

Зная функцию принадлежности подмножества условных математических ожиданий портфельного образа $\mathbf{w}_k$ множеству оптимальных портфелей на упреждающем периоде времени $\tilde{\mathbf{W}}_{t+\tau}$ в момент времени t, инвестор может осуществить выбор единственного решения, руководствуясь наибольшим значением функции принадлежности. В случае треугольного вида функции принадлежности, этот вариант кажется вполне приемлемым. Если же функция принадлежности является трапециевидной, то инвестор может прибегнуть к реализации процедуры дефаззификации по методу центра тяжести для случая дискретного представления множеств, описанной в [7]. Также имеет смысл воспользоваться принципом стохастического предпочтения наихудших вариантов, обоснованного в [6], и выбрать вариант нечеткого портфель-ного образа для самой низкой оценки настроения рынка.

Несмотря на близкий к треугольному вид функции принадлежности, мы решили прибегнуть к процедуре дефаззификации. Соответствующий результат приведен в табл. 2. Для ненормированной структуры портфеля средняя доходность не вычисляется.

Таблица 2

Результаты дефаззификации

Тип структуры	Структура расширенного портфеля У. Шарпа				Средняя доходность
	Норникель	Лукойл	Новатэк	Индекс РТС	
Исходная	0,051	1,641	-0,693	0,606	-
Нормированная	0,027	0,872	-0,368	0,322	0,077

Изложенные здесь идеи направлены на развитие прогнозного образа вообще и в частности на развитие способов его применения в задачах инвестирования на фондовом рынке.

Список источников

1. Knight, F. Risk, Uncertainty and Profit [текст] / F. Knight. – Boston, Houghton Miffin Co, – 1921. – P. 210-235.

2. Sharpe, W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis [текст] / W.F. Sharpe // Management Science. – 1963. – Vol. 9, №2. – P. 277-293.

3. Борисов, А.Н. Портфельный образ инвестиционных решений на фондовом рынке [текст] / А.Н. Борисов, О.В. Тимченко // Современная экономика: проблемы и решения. – 2011. – №7(19). – С. 139-148.

4. Давнис, В.В. Модели портфельного инвестирования в финансовые активы: учебное пособие для слушателей магистерских программ [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: ЦНТИ, 2010. – 112 с.

5. Давнис, В.В. Модели портфельного образа и оценка возможностей их практического использования [текст] / В.В. Давнис, С.Е. Касаткин, О.В. Тимченко // Современная экономика: проблемы и решения. – 2011. – №9(21). – С. 126-137.

6. Давнис, В.В. Портфельный образ и принцип стохастического предпочтения наихудших вариантов [текст] / В.В. Давнис, В.В. Коротких, О.С. Воищева // Стратегическое планирование и развитие предприятий. Секция 2. Материалы Тринадцатого всероссийского симпозиума. Москва, 10-11 апреля 2012 г. Под ред. чл.-корр. РАН Г.Б. Клейнера. – М.: ЦЭМИ РАН, 2012. – 171 с. – С. 59-61.

7. Леденева, Т.М. Обработка нечеткой информации : учебное пособие [текст] / Т.М. Леденева. – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2006. – 233 с.

8. Недосекин, А.О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций : монография [электронный ресурс] А.О. Недосекин. – URL: / http://www.mirkin.ru/_docs/book23.pdf, свободный.

9. Тинякова, В.И. Модель формирования прогнозного образа финансового актива [текст] / В.И. Тинякова, М.А. Мартынова, Э.С. Израилова // Современная экономика: проблемы и решения. – Воронеж, 2010. – №6 (6). – С. 172-182.

10. Ширяев, А.Н. Основы стохастической финансовой математики [текст] / А.Н. Ширяев. – М.: ФАЗИС, 2004. – 1076 с.

FUZZY FORECAST IMAGE APPLICATION IN INVESTMENT DECISION REASONING

Korotkoikh Vyacheslav Vladimirovich,
Post-graduate student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; v.v.korotkikh@gmail.com
Izrailova Elisa Salaudinivna,
Senior Lecturer of Grozny State Petroleum Technical University; it-mme@econ.vsu.ru

In the article common ideas of application forecast image in financial market investment tasks by the instrumentality of fuzzy set theory are discussed. There are some results of computing experiment in line with stated proposition.
Keywords: fuzzy forecast image, fuzzy portfolio image of investment decisions, portfolio investment.