

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

---

УДК 519.86

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ЛАКУНЫ РЕГИОНА.

---

**Баева Нина Борисовна,**

кандидат экономических наук, профессор кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета; zhenek@mail.com

**Куркин Евгений Владимирович,**

аспирант кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета;  
zhenek@mail.com

В работе рассматривается модель развития региональной экономической системы с учетом показателей качества, индекса хозяйственного развития территории и экономического потенциала. Особенностью статьи является учет и выявление производственных лагун в регионе. Учитывается внутренняя и внешняя лагуна и исследуется её структура.

**Ключевые слова:** экономическая модель, региональная экономическая система, качество, индекс развития, потенциал, лагуна, межотраслевой баланс.

В ходе практического моделирования региональной экономической системы (РЭС) возникает необходимость учитывать влияние элементов, организационно не подчиненных административному центру. Актуальность исследования влияния таких элементов на развитие региона, подчеркивается также практикой функционирования Воронежской области. В комментариях руководителя управления Федеральной налоговой службы отмечается, что «50% налога на прибыль в Воронежской области дают вертикально интегрированные компании, головные структуры которых «прописаны» в других регионах», там же отмечено, что «спрогнозировать объем этих сборов сложно» [2]. При составлении статистической информации величину валового выпуска, фактически произведенного на территории региона с привлечением трудовых ресурсов региона, для ХС из внешней лагуны относят к региону «прописки» головного подразделения субъекта. Это существенно завышает величину валового регионального продукта в рыночных ценах, произведенного на территории местонахождения головной

компании и одновременно занижает ВРП территорий, где расположены другие подразделения компании. Все это приводит к значительным искажениям объема и динамики ВРП в рыночных ценах по отдельным субъектам Российской Федерации [4]. Именно этим и объясняется выбор темы исследования.

Региональная экономическая система (РЭС) рассматривается нами как совокупность хозяйствующих субъектов (ХС), имеющих собственные интересы и цели, владеющих ресурсами, обеспечивающими достижение этих целей и реализацию интересов. Важнейшим средством сопряжения интересов каждого ХС с глобальной целью развития РЭС является длительно действующие отношения между ХС региона и отношения их с внешней средой. Регулирование отношений каждого рода требует финансовой, информационной, административной и ресурсной поддержки центра, финансовых и прочих затрат самих субъектов хозяйственной деятельности. Из сказанного следует, что решению вопроса успешного функционирования и развития РЭС процесс многоаспектный. Важнейшим на этом пути является выбор рациональной структуры РЭС. Простейшей структурой РЭС является совокупность элементов и отношений между ними:

$$S = \langle (e_i, N), (r_{ij}, R), Cm(e, r) \rangle,$$

здесь  $e_i$  –  $i$ -й ХС из множества  $N$ ,  $r_{ij}$  – отношения между ХС,  $Cm(e, r)$  – обрабатываемая элементами и их связями структура.

Система функционирует, если появляются входной и выходной потоки, то есть имеет место влияние внешней среды или на внешнюю среду:

$$S_{\Phi} = \langle S_{ucx}; X; Y; F(X, Z) \rangle,$$

здесь  $X$  – набор входных переменных,  $Z = (Z_p, \dots, Z_m)$  – вектор состояний системы,  $F$  – передаточная функция системы,  $Y = F(X, Z)$  – выходной поток.

Если параметры, характеристики и переменные, которые используются при описании системы, зависят от времени, то система называется динамической. При описании таких систем вводится системное время  $t \in [t_0, T]$ ,  $t_0$  – начальное время,  $T$  – горизонт системного времени. Описатель динамической системы имеет вид:

$$S_t = \langle S_{ucx}; (t_0, t, T); (X_t, G_X); (U_t, G_u); (Y_t = F(Z(t))) \rangle,$$

где  $S_{ucx}$  – простейший описатель системы,  $X_t$  – входной поток, заданный на множестве  $G_X$ ,  $U_t$  – величина входа внешней среды,  $G_u$  – множество состояний, определяющее рамки, в которых система может существовать,  $Y_t$  – выходной поток, рассчитываемый с помощью передаточной функции  $F$ , зависящий от вектора состояний  $Z(t) = H(Z(t-1), X_t, U_t)$ .

Под производственной лакуной региона понимается совокупность субъектов хозяйственной деятельности, которые вступают в материальные, организационные и производственные отношения с другими ХС региона, но организационно не подчинены административному центру и не зарегистрированы как юридические лица на территории региона, а также величину недополученного валового выпуска вследствие неоптимального

функционирования ХС. Таким образом, лагуну можно разделить на внешнюю – ХС, не платящие налоги в регионе, и внутреннюю – разницу между потенциалом региона и фактическим или прогнозируем валовым выпуском ХС региона.

Модифицируем описатели системы для учета лагуны в РЭС. Простейший описатель примет вид:

$$S = \langle (e_i, N), (r_{ij}, R), Cm(e, r); e_L \rangle,$$

лагуна  $e_L$  присутствует как отдельно выделенный элемент, о связях которого с другими элементами при определении системы неизвестно ничего.

Описатель функционирующей системы с лагуной:

$$S_{\Phi} = \langle S_{ucx}; X; Y; F(X, Z); (e_L; X_L; Y_L) \rangle,$$

здесь отсутствует передаточная функция для лагуны, вследствие отсутствия данных у административного центра информации о её функционировании. Методика определения входных  $X_L$  и выходных  $Y_L$  потоков для лагуны будет описана ниже.

Для динамической системы имеем следующий описатель с лагуной:

$$S_t = \langle S_{ucx}; (t_0, t, T); (X_t, G_X); (U_t, G_u); (Y_t = F(Z(t))); (X_L(t), Y_L(t)) \rangle.$$

Здесь, как и в предыдущем случае, для лагуны в описателе выделены входные и выходные потоки, изменяющиеся во времени.

Для оценки масштаба лагуны региона необходимо, с нашей точки зрения, предварительно решить следующие проблемы:

- оценить экономический потенциал региональной экономической системы, для чего необходимо разработать модели и методы;
- определить уровень использования экономического потенциала региона;
- разработать модели и методы расчета характеристик производственной лагуны региона.

Рассмотрим подходы к реализации этих задач. Для первого этапа предлагается модель развития региона, базирующаяся на результатах, полученных в работах [6]. С целью более полного и подробного математического описания региона в экономическую модель введены производственные лагуны, как множество ХС. Учет лагун будет производить для региона в целом, без разбиения на подотрасли. Для лагун в модели не учитываются показатели качества.

Каждому направлению развития региона соответствует своя целевая функция. Максимизации индекса хозяйственного развития территории и минимизации недоиспользования потенциала региона [3] соответствуют целевые функции:

$$I = 0.1 \sqrt{\frac{V^2}{PS}} \rightarrow \max,$$

$$\Pi - V \rightarrow \min,$$

где  $V$  – суммарный валовой выпуск,  $P$  – население региона,  $S$  – площадь территории (тыс. км<sup>2</sup>) и  $\Pi$  – потенциал региона. Минимизация общего уровня некачественности (или другими словами повышение показателя качества) продукции и услуг среди ХС государственной и муниципальной собственности. Уровень некачественности базируется на теории трудности достижения цели (ТДЦ), основные положения которой приведены в работах [1, 5]. Максимизация уровня занятости населения в регионе будем с учетом трудовых ресурсов лакуны через коэффициент трудности достижения цели. Имея данные по количеству трудоспособного населения в регионе определяется максимальное значение числа занятых  $L_{max}$ . Минимальное значение числа занятых  $L_{min}$  можно определить, например, как наименьшее число занятых, при котором экономика региона может существовать, тогда перейдя к безразмерным величинам  $\mu_L = \frac{L}{L_{max}}$  и  $\varepsilon_L = \frac{L_{min}}{L_{max}}$ , можно вычислить значение коэффициента ТДЦ  $d_L = \frac{\mu_L(1-\varepsilon_L)}{\varepsilon_L(1-\mu_L)}$  по уровню занятости населения. Переход к коэффициентам ТДЦ для всех функций цели удобен для решения модели, поскольку с помощью обобщенных операций над коэффициентами ТДЦ несколько целевых функции можно объединить в одну.

Имеющийся в регионе набор  $N$  хозяйствующих субъектов различных форм собственности разделим на три множества:

$$N = N_1 \cup N_2 \cup N_3,$$

где  $N_1$  – государственные и муниципальные ХС, находящиеся в непосредственном подчинении от управляющего центра,  $N_2$  – ХС частной формы собственности, зарегистрированные в регионе и  $N_3$  – лакуны. Условимся считать, что элементами указанных множеств будут агрегированные отрасли и уже для них будут в дальнейшем считаться производственные функции, отражающие максимально возможный выпуск от агрегированного труда и капитала.

Выпишем целевые функции модели:

$$I = 0.1 \sqrt{\frac{V^2}{PS}} \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\Pi - V \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$D = (\lambda_1^K \otimes d_1^K(T) \oplus \lambda_1^L \otimes d_1^L(T)) \oplus \dots$$

$$\dots \oplus (\lambda_{n_1}^K \otimes d_{n_1}^K(T) \oplus \lambda_{n_1}^L \otimes d_{n_1}^L(T)) \rightarrow \min \quad (3)$$

$$d_L(T) = \frac{\varepsilon_L(1-\mu_L)}{\mu_L(1-\varepsilon_L)} \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$V(T) = \sum_{i \in \{N_1, N_2, N_3\}} X_i(T), \quad (5)$$

$$\Pi = \sum_{i \in \{N_1, N_2\}} f_i(K_i(t), L_i(t)). \quad (6)$$

Целевая функция (2) составлена с помощью обобщенных операций [1] и элементы множества  $N_I$  пронумерованы от 1 до  $n_I$ .

$$X_i(t) \leq f_i(K_i(t), L_i(t)), i \in \{N_1, N_2\}, \quad (7)$$

здесь  $f_i$  – производственные функции отраслей.

Уравнение перераспределения средств между элементами множества  $N_I$  и двусторонние ограничения на коэффициенты перераспределения финансовых средств  $\Delta\Phi(t)$  (как собственных так и заемных):

$$K_i(t) = K_i(t-1) + \beta_i^K(t)\Delta\Phi(t), i \in N_1, t = t_0 + 1, \dots, T, \quad (8)$$

$$L_i(t) = L_i(t-1) + \beta_i^L(t)\Delta\Phi(t), i \in N_1, t = t_0 + 1, \dots, T, \quad (9)$$

$$0 \leq \underline{\beta}_i^K(t) \leq \beta_i^K(t) \leq \overline{\beta}_i^K(t), i \in N_1, t = t_0 + 1, \dots, T, \quad (10)$$

$$0 \leq \underline{\beta}_i^L(t) \leq \beta_i^L(t) \leq \overline{\beta}_i^L(t), i \in N_1, t = t_0 + 1, \dots, T. \quad (11)$$

Начальные условия:

$$K_i(t_0) = K_i^0, i \in N_1, L_i(t_0) = L_i^0, i \in N_1. \quad (12)$$

Уравнение перераспределения средств на улучшение качества между существующими элементами РЭС и двусторонние ограничения на коэффициенты перераспределения и уровень амортизации:

$$d_i^K(t) = \overline{G}_i^K(\kappa_i^K(t) \cdot \Delta\Phi(t), \overline{A}_i^K(t), X_i(t), d_i^K(t-1)), \quad (13)$$

$$d_i^L(t) = \overline{G}_i^L(\kappa_i^L(t) \cdot \Delta\Phi(t), X_i(t), d_i^L(t-1)), \quad (14)$$

$$0 \leq \underline{\kappa}_i^K(t) \leq \kappa_i^K(t) \leq \overline{\kappa}_i^K(t), i \in N_1, \quad (15)$$

$$0 \leq \underline{\kappa}_i^L(t) \leq \kappa_i^L(t) \leq \overline{\kappa}_i^L(t), i \in N_1, \quad (16)$$

$$0 \leq \overline{A}_i^K(t) \leq 1. \quad (17)$$

Начальные показатели качества:

$$d_i^K(t_0) = d_{0i}^K, i \in N_1, d_i^L(t_0) = d_{0i}^L, i \in N_1 \quad (18)$$

Условие нормировки коэффициентов перераспределения:

$$\sum_{i \in N_1} (\beta_i^K(t) + \beta_i^L(t) + \kappa_i^K(t) + \kappa_i^L(t)) = 1, \forall t = t_0 + 1, \dots, T. \quad (19)$$

Смысловое значение уравнений (13) – (14) аналогично (8) – (9), только записаны они в терминах показателей качества. Именно дополнительные средства  $\Delta\Phi(t)$  перераспределяются с учетом уровня амортизации и нагрузки на ресурсы в формуле (13) между подсистемами с начальными условиями (15). Ограничения (6) – (12) задают потенциал РЭС.

Рассмотрим теперь набор ограничений, задающих валовой выпуск РЭС. Опираясь на прогнозные значения вектора прибыли  $Pr_i(t), i \in \{N_1, N_2\}$  и вектора потребления  $Y$  на планируемый период, составим ограничения на вектор валового выпуска:

$$X_i(t) \geq \sum_{j=1}^n h_{ij} X_j(t) + d_j K_j(t) + L_j(t) + Pr_j(t), j \in \{N_1, N_2\}, \quad (20)$$

$$X_i(t) \geq \sum_{j=1}^n h_{ij} \frac{X_j^B}{X_j^B} X_j(t) + \sum_{j=1}^n b_{ij} V_j + Y_i(t), i \in \{N_1, N_2\}, \quad (21)$$

$$V_j(t) = \frac{\varphi_j X_j(t) - K_j(t)}{\xi_j} + d_j K_j(t), j \in \{N_1, N_2\}. \quad (22)$$

В ограничениях (20) – (22):  $h_{ij}$  – доля продукции  $i$ -го элемента системы, направляемого в  $j$ -й элемент в момент времени  $t$ ;  $d_j$  – доля выбытия основных производственных фондов в  $i$ -ом элементе системы;  $\varphi_i$  – коэффициент фондоёмкости продукции  $i$ -го элемента системы;  $\xi_j$  – коэффициент перевода в среднегодовые показатели;  $V_j$  – величина конечного продукта, идущего на восстановления основных фондов.

Движение трудовых ресурсов между всеми множествами  $N = N_1 \cup N_2 \cup N_3$  будем описывать, опираясь на методику, предложенную в работах [9, 10]. Для этого введем следующие величины:

$\omega_i^s$  – средняя оплата труда в  $s$ -ой группе  $i$ -ого элемента РЭС;

$L_{ij}^{sk}$  – поток ресурса из  $s$ -ой группы  $i$ -ого элемента РЭС в  $k$ -ую группу  $j$ -ого элемента. Будем считать, что величина потока трудовых ресурсов между соответствующими группами определяется как:

$$L_{ij}^{sk} = A_{ij}^{sk} \cdot |\tilde{\omega}_i^s - \tilde{\omega}_j^k|^{\phi} \cdot \text{sign}(\tilde{\omega}_i^s - \tilde{\omega}_j^k),$$

где  $\tilde{\omega}_i^s = \frac{\omega_i^s}{\max_{i,s} \omega_i^s}$ ,  $\tilde{\omega}_j^k = \frac{\omega_j^k}{\max_{j,k} \omega_j^k}$  – нормированная оплата труда. Коэффициент в выражении для потоков есть сумма  $A_{ij}^{sk} = \sum_n a_{ij}^{snk}$  коэффициентов потоков из подгрупп  $L_i^{sn}$ :

$$a_{ij}^{snk} = A_0 \cdot L_i^{sn} \cdot \left(1 - \frac{z_i^{sn}}{z_k}\right)^{\gamma} \left(\frac{k}{s}\right)^{\eta},$$

где  $A_0$  – постоянный коэффициент, определяющий номинальную величину потока,  $L_i^{sn}$  – численность соответствующей группы работников с возрастом  $z_i^{sn}$ ,  $z_k$  – максимальный возраст,  $\gamma, \eta$  – показатели степени, регулирующие влияние факторов. Также предполагается, что группы ранжированы по важности (престижности работы)  $k < s$ .

После определения действительных потоков трудовых ресурсов уравнение динамики трудовых ресурсов в математической модели РЭС может быть уточнено следующим образом:

$$\bar{L}_i(t) = \bar{L}_i(t-1) + \sum_{j,k,s} L_{ij}^{sk}(t), \quad (23)$$

$$\bar{L}_i(t_0) = \bar{L}_i^0, \quad i \in N. \quad (24)$$

Общее количество занятых среди трудоспособного населения в регионе оценивается следующим выражением:

$$\bar{L} = \sum_N \bar{L}_i(t) + l(out) + l(in), \quad (25)$$

где  $l(out)$  – величина, определяющая выбытие работников из региона,  $l(in)$  – пополнение трудовых ресурсов.

Переход между численностью трудовых ресурсов в ограничениях (23) – (25) и фондом оплаты труда в ограничениях (6), (7), (9), (20) осуществляется

на основе данных о средней оплате труда.

В силу того, что в общей постановке модели (1) – (25) аналитический вид производственных функций (6), (7) определяется в процессе реализации данной системы задач и заранее неизвестен, поэтому для решения модели требуется алгоритм достаточно высокой универсальности, коим обладает метод Соболя [7]. В результате решения модели (1) – (25) будет получена траектория-прогноз развития региона на планируемый период, а также значения выпусков каждой отрасли.

Взяв за основу МОБ за базовый год, а также прогнозируемые моделью значения выпусков, можно составить прогноз по внешней лакуне.

Таблица 1

Общий МОБ с выделением лакуны

	1	2	...	n	n+1	Σ	1	...	n <sub>γ</sub>	КП	ВП
1	x <sub>11</sub>	x <sub>12</sub>	...	x <sub>1n</sub>	x <sub>1,n+1</sub>	Σx <sub>1j</sub>	y <sub>11</sub>	...	y <sub>1,n<sub>γ</sub></sub>	Σy <sub>1k</sub>	X <sub>1</sub>
2	x <sub>21</sub>	x <sub>22</sub>	...	x <sub>2n</sub>	x <sub>2,n+1</sub>	Σx <sub>2j</sub>	y <sub>21</sub>	...	y <sub>2,n<sub>γ</sub></sub>	Σy <sub>2k</sub>	X <sub>2</sub>
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
n	x <sub>n1</sub>	x <sub>n2</sub>	...	x <sub>nn</sub>	x <sub>n,n+1</sub>	Σx <sub>nj</sub>	y <sub>n1</sub>	...	y <sub>n,n<sub>γ</sub></sub>	Σy <sub>nk</sub>	X <sub>n</sub>
n+1	x <sub>n+1,1</sub>	x <sub>n+1,2</sub>	...	x <sub>n+1,n</sub>	x <sub>n+1,n+1</sub>	Σx <sub>n+1,j</sub>	y <sub>n+1,1</sub>	...	y <sub>n+1,n<sub>γ</sub></sub>	Σy <sub>n+1,k</sub>	X <sub>n+1</sub>
Σ	Σx <sub>i1</sub>	Σx <sub>i2</sub>	...	Σx <sub>in</sub>	Σx <sub>i,n+1</sub>	ΣΣx <sub>ij</sub>	Σy <sub>i1</sub>	...	Σy <sub>i,n<sub>γ</sub></sub>	ΣΣy <sub>ik</sub>	ΣX <sub>i</sub>
1	z <sub>11</sub>	z <sub>12</sub>	...	z <sub>1n</sub>	z <sub>1,n+1</sub>	Σz <sub>1j</sub>					
...	...	...	...	...	...	...					
n <sub>z</sub>	z <sub>n<sub>z</sub>,1</sub>	z <sub>n<sub>z</sub>,2</sub>	...	z <sub>n<sub>z</sub>,n</sub>	z <sub>n<sub>z</sub>,n+1</sub>	Σz <sub>n<sub>z</sub>,j</sub>					
ЧП	Σz <sub>i1</sub>	Σz <sub>i2</sub>	...	Σz <sub>in</sub>	Σz <sub>i,n+1</sub>	ΣΣz <sub>ik</sub>					
ВП	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	...	X <sub>n</sub>	X <sub>n+1</sub>	ΣX <sub>i</sub>					

В табл. 1  $x_{ij}, i = \overline{1, n+1}, j = \overline{1, n+1}$  величина потока ресурсов в денежном выражении из  $i$ -ой отрасли в  $j$ -ю,  $Y_i, i = \overline{1, n+1}$  есть конечный продукт отрасли,  $Z_j, j = \overline{1, n+1}$  – чистый продукт, а  $X_i, i = \overline{1, n+1}$  – валовый выпуск. Опираясь на основные балансовые соотношения, выпишем формулу для определения распределения выпуска лакуны:

$$x_{i,n+1} = X_i - Y_i - \sum_{j=1}^n x_{ij}, i = \overline{1, n}, \quad (26)$$

и аналогично можно определить структуру затрат лакуны:

$$x_{n+1,j} = X_j - Z_j - \sum_{i=1}^n x_{ij}, j = \overline{1, n}. \quad (27)$$

Формулы (26), (27) также могут быть записаны в терминах коэффициентов распределения.

Рассмотрим иллюстрирующий пример использования модели и определения масштаба лакуны в регионе. В примере не производится разбиение элементов на формы собственности, а также не учитываются показатели качества. В работе [6] представлены расчеты построения траектории развития региона с учетом показателей качества. Примем за основу МОБ нижеприведенную матрицу прямых затрат рассчитанную для

Воронежской области.

В рамках модели сделаем ряд допущений: изменение конечного спроса зависит от изменения реальных доходов населения и рост или убыль прибыли отрасли зависит от валового выпуска отрасли. Опираясь на сделанные допущения, будем в модели рассчитывать конечный спрос на будущие периоды на основе прогноза тренда изменения реальных доходов населения. Для прогнозирования прибыли на основе данных по валовому выпуску, рассчитаем процент прибыли в валовом выпуске за базовый год, и далее для каждого прогнозного года будем считать прибыль как процент от валового выпуска.

Таблица 2

Матрица прямых затрат

	1	2	3	4	5	6
1 - обрабатывающие производства	0,188	0,15	0,15	0,078	0,15	0,076
2 - производство и распределение электроэнергии, газа и воды	0,026	0,03	0,014	0,014	0,065	0,024
3- сельское хозяйство	0,087	0,045	0,038	0,001	0,001	0,054
4 - оптовая и розничная торговля	0,052	0,031	0,058	0,101	0,3	0,125
5 - строительство	0,083	0,027	0,005	0,014	0,026	0,015
6 - транспорт и связь	0,116	0,092	0,022	0,022	0,027	0,015

Приведем восстановленные на основе статистических данных [4] виды производственных функций отраслей без разбиения по формам собственности:

– обрабатывающие производства:

$$f_1(K_1(t), L_1(t)) = 17198,4 + 0,365K_1(t) + 4,12L_1(t);$$

– производство и распределение электроэнергии, газа и воды:

$$f_2(K_2(t), L_2(t)) = 0,248K_2(t)^{0,37} L_2(t)^{1,15};$$

– сельское хозяйство:  $f_3(K_3(t), L_3(t)) = 463,1K_3(t)^{0,00005} L_3(t)^{0,58};$

– оптовая и розничная торговля:

$$f_4(K_4(t), L_4(t)) = (0,00001K_4(t)^{21,51} + 0,0035L_4(t)^{0,3})^{2,04};$$

– строительство:

$$f_5(K_5(t), L_5(t)) = (0,00002K_5(t)^{157,46} + 3,52L_5(t)^{2,54})^{0,45};$$

– транспорт и связь:  $f_6(K_6(t), L_6(t)) = 0,0142K_6(t)^{1,173} L_6(t)^{0,00001}.$

Распределим, согласно ограничениям модели (8) – (12), дополнительные финансовые средства  $\Phi(t) = \{960,1009,695,1120,1412\}$  в млн. руб., максимизируя значение валового выпуска. В результате решения модели получим суммарный потенциал валового выпуска по всем отраслям и за все периоды планирования – 1024015,577 млн. руб. В то же время расчет реальных валовых выпусков с учетом ограничений (20) – (22) дает суммарный валовой выпуск – 933583,7317 млн. руб. Таким образом, недополученный в результате неоптимального функционирования ХС выпуск составил 90431,84541 млн. руб., что и составляет мощность внутренней лакуны



региона. Так как валовой региональный продукт есть валовая добавленная стоимость в основных ценах [4], то от неэффективного функционирования управляющий центр недополучил 16277.73 налоговых поступлений.

Для определения масштаба внешней лакуны распишем подробнее формулы (26) и (27) для нашего примера. Пусть  $X(t)$  – вектор валового выпуска в плановом году  $t$  полученный на основе значений производственных функций отраслей от значений труда и капитала рассчитанных по модели (1) – (25). Тогда исходя из определения коэффициентов прямых затрат, выражения (26) и (27) примут вид:

$$x_{i,n+1}(t) = X_i(t) - Y_i(t) - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j(t) = \left(1 - \sum_{j=1}^n a_{ij}\right) X_i(t) - Y_i(t), i = \overline{1, n}, \quad (28)$$

$$x_{n+1,j}(t) = X_j(t) - Z_j(t) - \sum_{i=1}^n a_{ij} X_i(t) = \left(1 - \sum_{i=1}^n a_{ij}\right) X_j(t) - Z_j(t), j = \overline{1, n}. \quad (29)$$

Вектор конечного продукта за базовый год, есть  $Y(0) = (36904.7, 8525.9, 35580.3, 41859.2, 10384.2, 3748.7)$ . Вектор добавленной стоимости распишем по составляющим  $Z_j(t) = d_j K_j(t) + L_j(t) + Pr_j(t)$ , где  $K_j(t)$  и  $L_j(t)$  соответственно капитал и труд производственной функции отрасли,  $Pr_j(t)$  – прибыль,  $d_j$  – доля выбытия основных производственных фондов. Опираясь на данные нашего примера, рассчитанный вектор-строка распределения выпуска лакуны по отраслям за базовый год есть  $(-26293.45, 2784.56, -7855.62, -24298.21, 4781.14, 21885.31)$ , а вектор-строка затрат по отраслям  $(7930.85, 6467.23, 19229.6, 35189.14, 6278.42, -4009.095)$ . Отрицательные значения в векторе выпуска свидетельствуют о том, что продукт соответствующей отрасли «уходит» из региона, а в векторе затрат о том, что ресурс поступает извне.

В силу того, что для внешней лакуны налог на добавленную стоимость уходит в регион «прописки» ХС, то зная величину внешней лакуны, мы можем судить о величине налогов, которые уходят из региона.

Таким образом, имея производственные функции отраслей, значения труда и капитала, рассчитанные на основе модели, мы можем узнать структуру затрат лакуны и распределения выпуска лакуны по отраслям.

Предложенный способ прогнозирования развития региона на основе экономической модели учитывает индекс хозяйственного развития региона с минимизацией недоиспользования потенциала, показатели качества для отраслей государственного и муниципального вида собственности, а также движение потоков трудовых ресурсов между отраслями. Также в работе предложен механизм прогнозирования такого малоизученного явления как масштаб лакуны. Всё выше обозначенное позволяет строить адекватные прогнозы развития региона и принимать на этой основе адекватные управленческие решения. В дальнейшем предполагается провести исследование структуры, зависимости мощности и масштаба лакуны от различных факторов и показателей региона.

### Список источников

1. Баева, Н.Б. Алгебра трудности достижения цели как операционная основа оценки качества результата [текст] / Н.Б. Баева, Е.В. Куркин // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. – 2011. – №6 (137). – С. 210 – 213.
2. Волдочинский, В. Высокое напряжение [текст] / В. Волдочинский // Воронежский курьер. 2012. – №121 (3360). – С. 1.
3. Ворогушина, Д.В. Оценка величины и уровня использования экономического потенциала региональной экономической системы [текст] / Д.В. Ворогушина // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2009. – №2. – С. 81 – 89.
4. Воронежский статистический ежегодник. 2011: Стат. сб. [текст] / Воронежстат. – В 75 Воронеж, 2011. – 324 с.
5. Каплинский, А.И. Моделирование и алгоритмизация слабоформализованных задач выбора наилучших вариантов системы [текст] / А.И. Каплинский, И.Б. Руссман, В.М. Умывакин – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1990. – 168 с.
6. Куркин, Е.В. Моделирование развития региональной экономической системы на основе её модернизации [текст] / Е.В. Куркин // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2012. – №1. – С. 107 – 114.
7. Соболев, И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями [текст] / И.М. Соболев, Р.Б. Статников – М.: Наука, 1981. – 110 с.
8. Чембарцев, Д.С. Движение трудовых ресурсов и его влияние на их качество [текст] / Д.С. Чембарцев // Системный анализ в проектировании и управлении: Труды IX-й Междунар. науч.-техн. конф. СПб. – Изд-во СПбГПУ, 2005. – С. 247 – 252
9. Чембарцев, Д.С. Прикладной инструментарий выбора в условиях неопределенности сценариев развития региональных экономических систем: диссертация кандидата экономических наук: 08.00.13: защищена 17.10.07 [текст] / Чембарцев Дмитрий Сергеевич. – Воронеж, 2007. – 211 с.

---

## **METHODS OF ESTIMATING THE PRODUCTION LACUNA OF THE REGION**

---

**Bayeva Nina Borisovna,**

Ph. D. of Economy, Professor of the Chair of Mathematical Methods of Operations Research of Voronezh State University; zhenek@mail.com

**Kurkin Evgeny Vladimirovich,**

Post-graduate student of the Chair of Mathematical Methods of Operations Research of Voronezh State University; zhenek@mail.com

The regional economic development model with quality index and development index of territory and economic potential is considered. The key moment is the taking into account and identification the lacuna in the region.

**Keywords:** economic model, regional economic system, quality, development index, economic potential, lacuna, input-output model.