

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

---

УДК 51-77

---

## РЕЙТИНГОВЫЙ АНАЛИЗ: ФОРМАЛИЗАЦИЯ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

---

**Воищева Ольга Станиславовна,**

кандидат экономических наук, доцент кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; voischeva@mail.ru

**Черкунова Наталья Анатольевна,**

старший преподаватель кафедры математических методов и информатики в экономике Волгоградского государственного университета; nacherkunova@mail.ru

В статье рассматривается оригинальный подход к формированию рейтинговых оценок в виде вероятностного распределения, который положил начало практической реализации рейтингового анализа в задачах обоснования управленческих решений. Представлены модели формирования таких рейтинговых оценок, и приведены примеры, иллюстрирующие возможности рейтингового анализа при решении нетрадиционных задач экономического анализа.

**Ключевые слова:** рейтинг, рейтинговая оценка, рейтинговый анализ, эконометрическая модель, вероятностное распределение.

Термин «рейтинговый анализ» только-только начал появляться в научных публикациях. Его формальное описание и практическое использование в значительной степени зависит от тех задач, для решения которых предполагается использовать рейтинговые оценки, и от того, какой смысл вкладывается в понятие рейтинг. Подобный анализ позволяет расширить область применения самих рейтинговых оценок, которые, в силу своей адекватности современным реалиям, в настоящее время стали не только модным, но и широко востребованным инструментом обоснования принимаемых в экономике решений.

В связи с новым пониманием возможностей рейтинговых оценок, прежде всего, возникает необходимость уточнения их определения. Несмотря на свою популярность, особенно в таких сферах, как региональное управление и финансовый менеджмент [3, 6], до сих пор интуитивное представление о

рейтинге, как некой шкале сравнения, преобладает над четким определением этого понятия. Например, под банковскими рейтингами в [5] понимается оценочная система, позволяющая оценивать сравнительную надежность банков. Более общее, не связанное с отраслевой направленностью, представление о рейтингах можно найти в [4]. В соответствии с изложенной там точкой зрения, рейтинг – это комплексная оценка состояния субъекта, которая позволяет отнести его к некоторому классу или категории.

Приведенные определения, правильно отражая суть рейтинга, в то же время не обеспечивают требуемый уровень формализации этого понятия, что затрудняет моделирование рейтинговых оценок и их количественный анализ. Преследуя цель формализованного описания, будем рассматривать ранжированные классы, т.е. классы таких объектов, для которых одновременно устанавливается и принадлежность к классу, и порядковое отношение с объектами других классов. По сути это означает, что рейтинговое измерение оцениваемых субъектов должно осуществляться в шкале, представляющей комбинацию номинальной и ранговой шкал. Таким образом, под рейтингом целесообразно понимать качественную порядковую переменную, с помощью которой субъект относится к соответствующему классу. Данное определение, на наш взгляд, наиболее предпочтительно для создания методики рейтингового анализа, причем в самом определении заложена возможность его уточнения путем наполнения конкретным содержанием качественной порядковой переменной. При решении вопроса о содержательном наполнении этой переменной, прежде всего, надо определить какие эконометрические модели можно применить для ее описания. Очевидно, что переменная с подобными свойствами имеет двойное применение. По значению этой переменной можно без сравнения с другими определить возможности и достоинства данного субъекта. Например, если это кредито заемщик, то по идее его внутренний рейтинг позволяет определить имеет ли он право на самый большой размер кредита или нет. Причем это решение принимается вне зависимости от того какие рейтинги имеют остальные заемщики. Но если возникает вопрос о предпочтительности при выдаче кредита, то рейтинги можно сравнить между собой и установить необходимую предпочтительность. Другими словами, рейтинги позволяют пользоваться либо только номинальной шкалой, либо сначала провести сравнение в ранговой шкале, а уж потом воспользоваться номинальной шкалой.

Не случайно в международной практике принята символическая форма обозначения рейтингов. Сформулированное нами определение позволяет осуществлять взаимно-однозначный переход от символического представления рейтинговых оценок к числовому (кодовому). Это очень важный для нас факт, так как, благодаря ему, становится возможным применение эконометрических моделей специального вида для формирования, анализа и прогнозирования рейтинговых оценок.

Несмотря на отмеченную популярность рейтинговых оценок, найти подробное описание процедур, с помощью которых они формируются, практически невозможно. Как правило, методики, которыми пользуются рейтинговые агентства, известны очень узкому кругу лиц и, фактически, являются секретным оружием агентства. Это создало ситуацию, когда отсутствие представления о механизмах, лежащих в основе формирования рейтингов, мешает пониманию истинного смысла этих оценок. Более того, во многих прикладных исследованиях встречается даже некорректное использование самого термина «рейтинг». Чаще всего в этих исследованиях рейтингами называют рэнкинговые оценки.

Основная причина искажений подобного рода, скорее всего, не в том, что допущены ошибки при формировании цели исследования или неправильно понимаются возможности данного аппарата, а в том, что для получения рейтингов используются методики, ориентированные на получение рэнкинговых оценок, обладающих несколько иными свойствами.

Существующие базовые методики [1], по сути, реализуют в различных вариантах принципиальную схему расчетов интегрального показателя, допускающую всевозможного рода уточнения в зависимости от решаемой задачи. Причем подвергаться конкретизации или целенаправленным изменениям в зависимости от специфики решаемой задачи может каждый этап таких методик. Это повышает их универсальность и эффективность при использовании для обоснования управленческих решений. И все же, не умоляя практической значимости методик, ориентированных на формирование интегральных показателей, нужно отметить, что получаемые с их помощью оценки не могут выполнять ту роль, которая отводится рейтингам. Аргументация в пользу данного вывода основана на следующих замечаниях.

Прежде всего, заметим, что в интегральных оценках доминируют фактографические данные и это, с одной стороны, повышает их объективность, а с другой, – исключает возможность учесть в этих оценках риски, идентификация которых возможна только экспертным путем. В то же время субъективные оценки именно таких рисков являются обязательной составляющей рейтинга. В принципе, процедура формирования интегральной оценки без труда может быть модифицирована таким образом, чтобы обеспечить включение субъективных элементов в интегральную оценку. Однако возможность включения в состав показателей, на основе которых рассчитывается интегральная оценка, экспертных мнений в виде, например, некоторого количества баллов не решает полностью данную проблему.

В то же время нельзя оставить без внимания то обстоятельство, что рейтинги обладают свойствами рэнкингов, но проявляется это свойство в менее жесткой форме, что и порождает еще одно отличие от оценок интегрального типа. Смысл этого различия как раз в том и состоит, что с помощью рейтингов устанавливается нестрогий порядок, а с помощью рэнкингов – строгий порядок. Это различие можно было бы отнести в разряд несущественных,

так как путем введения связанных рангов задача установления строгого порядка сводится к задаче нестрогого порядка. Однако проблема гораздо сложнее. По идее, одинаковые рейтинги должны присваиваться в некотором смысле однородным, «похожим» между собой объектам. Однородность здесь понимается как принадлежность одному и тому же классу объектов, близких между собой по достаточно большому числу параметров. Но, как известно, многомерные задачи классификации не сводятся к одномерным. В силу этого, классификация, основанная на близости интегральных оценок (связности рангов), во многих случаях, будет отличаться от многомерной классификации. Следовательно, любые попытки построения рейтингов на основе интегральных оценок приводят к результатам, которые явно не обладают свойствами рейтинговых шкал.

Исходя из сформулированного выше, для получения рейтинговых оценок с подобным набором свойств необходимо применение комплексного подхода, предусматривающего формирование:

- номинальной составляющей, под которой понимается классификация оцениваемых объектов;
- ранговой составляющей, определяющей упорядоченность номинальной шкалы;
- вероятностной составляющей, позволяющей определить верность, с которой оцениваемому объекту присваивается соответствующий рейтинг.

Нетрудно понять, что одним из главных элементов этого подхода является классификация. Если опустить вспомогательные операции, то расчеты рейтинговых оценок начинаются с разделения исследуемых субъектов на однородные в некотором смысле классы, затем классы уточняются, ранжируются специальным образом и только после этого строится модель, с помощью которой устанавливаются рейтинги.

Смысл реализации именно такой схемы продиктован тем, что прежде чем получить рейтинговые оценки необходимо сформировать рейтинговую шкалу, в соответствии с которой субъектам должны присваиваться рейтинги. Фактически, изложенные идеи позволяют, с одной стороны, обобщить основные принципы рейтингового оценивания, а с другой – абстрагироваться от некоторых чрезмерно специфических черт, имеющих место при решении частных задач.

В этом подходе значительная часть расчетов основана на экспертных оценках или использует экспертные оценки. Это естественно, так как в процессе формирования рейтингов приходится решать слабо формализованные задачи. Использование субъективных мнений характерно для всех известных систем, применяемых рейтинговыми агентствами. В предлагаемом подходе экспертные методы используются как в качестве самостоятельных процедур, так и в сочетании с другими методами. Но они не являются доминирующим аппаратом.

Особое место в данном подходе отведено эконометрическим моделям с качественной зависимой переменной. Это модели, которые только начинают использоваться для решения задач прикладного характера. На их основе удастся построить распознающую систему, позволяющую для любого субъекта оценить вероятность, с которой ему присваивается рейтинговая оценка. Решение, выдаваемое в виде вероятностного распределения, хотя и не очень привычно, но содержит в себе об оцениваемом субъекте гораздо больше информации, чем детерминированное решение. Благодаря этой дополнительной информации определяется степень справедливости рейтинговой оценки, а также наиболее вероятные направления ее дрейфа.

Возможность представления рейтинговой оценки в виде вероятностного распределения является тем результатом, на основе которого строится рейтинговый анализ. Так как этот результат получается благодаря использованию эконометрических моделей, то имеет смысл привести краткое описание именно этих моделей, опустив описание традиционных методов классификации и экспертного оценивания, используемых на первых этапах формирования рейтинговой оценки.

В процедуре формирования рейтинговой оценки используется две эконометрические модели.

Первой моделью является мультиномиальная логит-модель (модель множественного выбора с неупорядоченными альтернативами), которая применяется для корректировки первоначального варианта номинальной шкалы, и, которая представляет собой обобщение известной логит-модели бинарного выбора [2].

На формальном уровне номинальную шкалу можно представить в виде последовательности номеров, присвоенных классам, из которых она сформирована,  $0, 1, 2, \dots, J$ . Мультиномиальная логит-модель, с помощью которой рассчитываются вероятности принадлежности оцениваемых объектов соответствующим классам номинальной шкалы, записывается в виде

$$P(y_i = j) = \frac{e^{x_i \cdot b_j}}{\sum_{j=0}^J e^{x_i \cdot b_j}}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, J, \quad (1)$$

где  $y_i$  – зависимая переменная, принимающая значения, равные номерам классов;  $j$  – номер класса;  $P(y_i = j)$  – вероятность того, что зависимая переменная может принять значение, равное номеру класса  $j$ ;  $b_j$  – коэффициенты логит-модели;  $x_i$  – вектор независимых переменных, описывающих состояние оцениваемого объекта.

Специфика модели (1) в том, что не удастся получить однозначную оценку ее коэффициентов. Чтобы избежать этой неоднозначности осуществляется операция нормализации (стандартизации), смысл которой в том, чтобы для одного из вариантов, например  $y_i = J$ , положить  $b_J = \mathbf{0}$ . Тогда оцениваются коэффициенты не  $J + 1$  функции, а только  $J$  функций вида

$$P(y_i = j) = \frac{e^{x_i b_j}}{1 + \sum_{j=0}^{J-1} e^{x_i b_j}}, \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad (2)$$

после чего определяется еще одна функция через значения этих оцененных функций путем вычитания их суммы из единицы

$$P(y_i = J) = \frac{1}{1 + \sum_{j=0}^{J-1} e^{x_i b_j}}. \quad (3)$$

Это одна из особенностей построения мультиномиальной логит-модели. В соответствии с этой особенностью компьютерные пакеты рассчитывают только коэффициенты первых  $J$  зависимостей  $b_0, b_1, \dots, b_{J-1}$ , по которым вычисляются в соответствии с (2) первые  $J$  вероятностей  $P(y_i = 0), P(y_i = 1), \dots, P(y_i = J-1)$ . Вероятность выбора последнего варианта  $P(y_i = J)$  компьютером не рассчитывается, а определяется отдельно с помощью (3).

С помощью построенной модели проводятся расчеты распределения вероятностей возможной принадлежности каждого субъекта выделенным на первом этапе классам. Субъект остается в своем классе, если рассчитанная вероятность принадлежности этому классу самая высокая. Если это не так, то субъекту переприсваивается номер того класса, вероятность принадлежности к которому для данного субъекта самая высокая.

После проведения полномасштабной корректировки в соответствии с выше описанным механизмом, заново строится модель и проверяется согласованность номинальной составляющей с реальными данными, которые используются для построения рейтинговой шкалы. Процедура корректировки может повторяться несколько раз до получения хорошо интерпретируемого результата.

В качестве критерия, позволяющего определить полезность проведенной корректировки, можно использовать энтропийную характеристику

$$H = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^J P_{ij} \log_2 P_{ij}, \quad (4)$$

показывающую средний уровень неопределенности в любой из рассматриваемых ситуаций. Ее можно интерпретировать как риск шкалы, на основе которой субъектам присваиваются рейтинги.

Формирование рейтинговых оценок завершается построением еще одной эконометрической модели – модели множественного выбора с упорядоченными альтернативами [2]. Рассматриваемый подход предусматривает спецификацию и оценку параметров этой модели после того, как элементам номинальной шкалы будут присвоены ранги. При помощи этой модели рассчитываются вероятности, с которыми рейтинги присваиваются субъектам.

Модель строится в двух вариантах: с нормальной функцией распределения вероятностей и с логистической функцией распределения вероятностей. Принципиального различия между моделями нет, модели имеет смысл

строить в тех ситуациях, когда моделируемая переменная измеряется в ранговой шкале. Построенная модель, по сути, будет выполнять роль «линейки» с делениями рейтинговой шкалы.

Будем считать, что для моделирования подобных ситуаций есть переменная  $y^*$ , значения которой определяются некоторым набором объясняющих переменных в соответствии с зависимостью

$$y^* = \mathbf{x}\mathbf{b} + e. \quad (5)$$

Сама переменная  $y^*$  – ненаблюдаемая величина, но известны значения дискретной переменной, которые в нашем представлении связаны с ненаблюдаемой величиной следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} y = 0, & \text{ если } y^* \leq 0; \\ y = 1, & \text{ если } 0 < y^* \leq \mu_1; \\ y = 2, & \text{ если } \mu_1 < y^* \leq \mu_2; \\ \dots & \dots \end{aligned} \quad (6)$$

$$y = J, \text{ если } \mu_{J-1} \leq y^*.$$

Неравенства реализуют некую форму цензурирования. Причем уровни цензурирования  $\mu_j$  неизвестны и представляют собой параметры, оцениваемые вместе с коэффициентами  $\mathbf{b}$ .

Заменим в неравенствах ненаблюдаемую переменную ее модельным представлением и вычтем  $\mathbf{x}\mathbf{b}$  из каждой части

$$\begin{aligned} y = 0, & \text{ если } \varepsilon \leq -\mathbf{x}\mathbf{b}; \\ y = 1, & \text{ если } -\mathbf{x}\mathbf{b} < \varepsilon \leq \mu_1 - \mathbf{x}\mathbf{b}; \\ y = 2, & \text{ если } \mu_1 - \mathbf{x}\mathbf{b}_1 < \varepsilon \leq \mu_2 - \mathbf{x}\mathbf{b}; \\ \dots & \dots \\ y = J, & \text{ если } \mu_{J-1} - \mathbf{x}\mathbf{b} \leq \varepsilon. \end{aligned} \quad (7)$$

Будем считать, что случайная величина  $\mathcal{E}$  нормально распределена по наблюдениям и, кроме того, нормирована таким образом, что имеет нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию. В случае построения логит-модели предполагается, что случайная величина имеет логистическое распределение.

Для пробит-модели выписанные неравенства позволяют записать следующие вероятности:

$$\begin{aligned} P(y = 0) &= \Phi(-\mathbf{x}\mathbf{b}); \\ P(y = 1) &= \Phi(\mu_1 - \mathbf{x}\mathbf{b}) - \Phi(-\mathbf{x}\mathbf{b}); \\ P(y = 2) &= \Phi(\mu_2 - \mathbf{x}\mathbf{b}) - \Phi(\mu_1 - \mathbf{x}\mathbf{b}); \\ \dots & \dots \\ P(y = J) &= 1 - \Phi(\mu_{J-1} - \mathbf{x}\mathbf{b}) \end{aligned} \quad (8)$$

Чтобы все вероятности были положительными, оцениваемые параметры положения должны удовлетворять неравенствам

$$0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_{j-1}. \quad (9)$$

Таким образом, эконометрическая модель с ранговой зависимой переменной используется в качестве инструмента, с помощью которого для интересующего нас субъекта в зависимости от его характеристик, оцениваются вероятности, в соответствии с которыми могут быть присвоены рейтинги. Формально субъекту присваивается один рейтинг, вероятность обладания которым у него наибольшая.

При рейтинговом оценивании полученное вероятностное распределение, как правило, используется только в качестве дополнительной информации, с помощью которой можно проанализировать характер тенденций, от которых зависит изменение рейтинга.

В рамках же рейтингового анализа данное вероятностное распределение является инструментом для решения оригинальных, не рассматриваемых ранее, задач, связанных, например, с анализом факторной обоснованности рейтинговой оценки, или, с идентификацией зарождающихся тенденций, формирующих новый дрейф рейтинга.

Генерируемое построенной моделью вероятностное распределение позволяет получать энтропийные оценки условий, в которых находится оцениваемый субъект, и на их основе получить коэффициент факторной обоснованности рейтинговой оценки [1] по формуле

$$K_{fv} = \frac{H_{\max} - H_i}{H_{\max}}, \quad (10)$$

где  $H_{\max} = -\log_2 \frac{1}{m}$  – максимально возможный уровень энтропии;  $m$  – количество рейтингов;  $H_i = -\sum_{j=1}^m p_{ij} \log_2 p_{ij}$  – энтропия рейтинга, установленного для  $i$ -го объекта;  $p_{ij}$  – вероятность, с которой  $i$ -й объекту приписывается  $j$ -й рейтинг.

Значения коэффициента (10) заключены между 0 и 1. Анализ чувствительности коэффициента факторной обоснованности рейтинговой оценки позволяет понять, усиливаются ли позиции субъекта в соответствующем рейтинговом классе ( $K_{fv}$  увеличивается), или же происходящие изменения характеристик субъекта могут перевести его в класс с другой рейтинговой оценкой ( $K_{fv}$  уменьшается).

Анализ факторной обоснованности удачно дополняется предельным анализом степени воздействия факторов на рейтинговую оценку. При построении эконометрической модели, с помощью которой настраивается номинальная составляющая рейтинговой шкалы, появляется возможность оценить степень воздействия факторов на структуру этой составляющей. Коэффициенты модели трудно интерпретируемы, нелинейный характер не позволяет непосредственно через коэффициенты проследить связь между уровнем вероятности и атрибутами (факторами). Поэтому для этих целей можно использовать только предельный анализ. Дифференцируя по  $l$ -му

атрибуту в  $i$ -й точке  $j$ -ю вероятность получаем предельный эффект в виде

$$\delta_{ij} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_l} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \right] = P_{ij} [b_{lj} - \bar{b}_{li}]. \quad (11)$$

При расчетах по этой формуле нужно помнить, что вектор  $\mathbf{b}_0$ , в соответствии с принятым соглашением, нулевой, и поэтому первое слагаемое при определении математического ожидания коэффициента равно нулю.

Таким образом, предельный эффект, получаемый при изменении  $l$ -го атрибута ( $l$ -й независимой переменной) представляет собой произведение вероятности  $P(y_i = j)$  на разность коэффициента стоящего перед  $l$ -й переменной и средней величиной этого коэффициента. Предельный эффект зависит от независимых переменных, причем механизм этой зависимости реализуется через вероятность и через среднюю величину коэффициента, при определении которой задействована та же самая вероятность. При высокой вероятности, также как и при малой, предельный эффект незначительный.

Это объясняется тем, что при больших  $P_{ij}$ , в средней величине коэффициента  $\bar{b}_l$  доминирует величина  $b_{lj}$  и разность между ними близка к нулю. При малых значениях  $P_{ij}$  разность большая, но значение самой вероятности близко к нулю, а, следовательно, и величина предельного эффекта небольшая. Обобщая, можно утверждать, что  $\delta_{ij} \rightarrow 0$  в двух случаях: когда  $P_{ij} \rightarrow 0$  и когда  $P_{ij} \rightarrow 1$ . Своего максимального значения он достигает, когда вероятность близка к 0,5, т.е. имеет место ситуация с самым большим уровнем неопределенности при выборе  $j$ -го варианта. Это естественно, так как именно в этой ситуации наиболее ценной является любая информация, уточняющая наше представление о выборе альтернатив.

Фактически предельный эффект является функцией, с помощью которой можно ранжировать независимые переменные по степени их влияния на выбор конкретного варианта. Кроме того, для каждой переменной с помощью предельного эффекта можно определить тот вариант, на выбор которого изменение данной переменной влияет сильнее всего.

Практика рейтингового оценивания обязательно предусматривает анализ динамики рейтинга, которую принято называть «дрейфом». Как правило, дрейф является результатом уже имевших место изменений рейтинговых оценок. В тех случаях, когда дрейф имеет негативную направленность, хотелось бы еще «в зародыше» определить начало такого дрейфа. Рейтинг в виде вероятностного распределения как раз и предоставляет такую возможность.

Проиллюстрируем это результатом реальных исследований. В таблице жирным шрифтом выделены вероятности, определяющие рейтинг, оценивающий эффективность деятельности органов власти в городских округах ЦФО. Из таблицы видно, что, например, рейтинг эффективности деятельности органов власти города Воронежа в 2011 году не изменился (рейтинг 3),

но вероятностное распределение показывает зарождение дрейфа в сторону увеличения рейтинга (рейтинг 4).

Таблица

Рейтинговые оценки деятельности органов власти  
в городских округах ЦФО

Период	Рейтинг	Вероятность принадлежности рейтинговой оценке					
	Город	1	2	3	4	5	6
2010	Воронеж	0,013	0,120	<b>0,734</b>	0,131	0,002	0,000
	Белгород	0,002	0,026	<b>0,523</b>	0,435	0,012	0,001
	Брянск	0,010	0,101	<b>0,730</b>	0,155	0,003	0,000
	Владимир	0,002	0,019	0,447	<b>0,515</b>	0,017	0,001
	Иваново	0,002	0,025	<b>0,519</b>	0,441	0,012	0,001
	Калуга	0,003	0,034	<b>0,583</b>	0,370	0,009	0,001
	Кострома	0,001	0,015	0,404	<b>0,557</b>	0,020	0,001
	Курск	0,016	0,149	<b>0,728</b>	0,104	0,002	0,000
	Липецк	0,088	<b>0,449</b>	0,443	0,020	0,000	0,000
	Орел	0,011	0,103	<b>0,731</b>	0,153	0,003	0,000
	Рязань	0,015	0,142	<b>0,730</b>	0,110	0,002	0,000
	Смоленск	0,007	0,067	<b>0,697</b>	0,225	0,005	0,000
	Тамбов	0,116	<b>0,495</b>	0,374	0,015	0,000	0,000
	Тверь	0,003	0,033	<b>0,576</b>	0,378	0,010	0,001
	Тула	0,012	0,115	<b>0,734</b>	0,137	0,002	0,000
Ярославль	0,000	0,002	0,079	<b>0,763</b>	0,145	0,012	
2011	Воронеж	0,004	0,043	<b>0,628</b>	0,317	0,007	0,000
	Белгород	0,054	0,351	<b>0,562</b>	0,033	0,001	0,000
	Брянск	0,002	0,025	<b>0,517</b>	0,442	0,013	0,001
	Владимир	0,005	0,054	<b>0,668</b>	0,267	0,006	0,000
	Иваново	0,000	0,003	0,110	<b>0,774</b>	0,105	0,008
	Калуга	0,017	0,157	<b>0,725</b>	0,099	0,002	0,000
	Кострома	0,003	0,029	<b>0,550</b>	0,406	0,011	0,001
	Курск	0,004	0,045	<b>0,638</b>	0,306	0,007	0,000
	Липецк	0,016	0,148	<b>0,729</b>	0,105	0,002	0,000
	Орел	0,034	0,265	<b>0,648</b>	0,051	0,001	0,000
	Рязань	0,002	0,024	<b>0,506</b>	0,454	0,013	0,001
	Смоленск	0,000	0,004	0,152	<b>0,763</b>	0,075	0,006
	Тамбов	0,291	<b>0,540</b>	0,164	0,005	0,000	0,000
	Тверь	0,004	0,041	<b>0,619</b>	0,329	0,008	0,001
	Тула	0,004	0,041	<b>0,620</b>	0,327	0,008	0,001
Ярославль	0,001	0,007	0,235	<b>0,710</b>	0,045	0,003	

Таким образом, предлагаемый подход обеспечивает решение ранее не рассматриваемых практических задач, что способствует повышению надежности и эффективности принимаемых бизнес-решений.

### **Список источников**

1. Борисов, А.Н. Рейтинговое оценивание в условиях риска: монография [текст] / А.Н. Борисов, О.С. Воищева, В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – М.: Ваш Полиграфический партнер, 2012. – 243 с.
2. Давнис, В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Изд-во Воронеж.гос. ун-та, 2005. - 248 с.
3. Ендовицкий, Д.А. Диагностический анализ финансовой несостоятельности организаций [текст] / Д.А. Ендовицкий, М.В. Щербаков. – М.: Экономика, 2007. – 287 с.
4. Карминский, А.М. Рейтинги в экономике: методология и практика [текст] / А.М. Карминский, А.А. Пересецкий, А.Е. Петров; Под ред. А.М. Карминского. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 240 с.
5. Литвак, Б.Г. Экспертные технологии в управлении [текст] / Б.Г. Литвак. – М.: Дело, 2004. – 400 с.
6. Соложенцев, Е.Д. Прозрачность методик оценки кредитных рисков и рейтингов [текст] / Е.Д. Соложенцев, Н.В. Степанова, В.В. Карасев. – СПб.: СПбГУ, 2005. – 195 с.

---

## **RATING ANALYSIS: FORMALIZATION AND PRACTICAL USE**

---

**Voischeva Olga Stanislavovna,**

Ph. D. of Economy, Associate Professor of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; voischeva@mail.ru

**Cherkunova Natalya Anatolyevna,**

Senior Lecturer of the Chair of Mathematical Methods and Informatics in Economy of Volgograd State University; nacherkunova@mail.ru

A novel approach to the formation of ratings in the form of a probability distribution, which marked the beginning of the practical implementation of the rating analysis in problems inform management decisions is considered in the article. Models of the formation of such ratings, and gives some examples of possible rating analysis for solving problems of non-traditional economic analysis.

**Keywords:** rating, rating, rating analysis, econometric model, the probability distribution.