

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

---

УДК 519.876.5:332.1

## МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПЕРЕЖАЮЩЕГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

---

**Баева Нина Борисовна,**

кандидат экономических наук, профессор кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета; mmio@amm.vsu.ru

**Ворогушина Дарья Вадимовна,**

кандидат экономических наук, системный аналитик ООО «Транс Информ»; voroguda@mail.ru

**Пронина Екатерина Александровна,**

аспирант кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета; ekaterina.pronina2012@mail.ru

В данной статье предлагается и обосновывается подход к опережающему развитию за счет инвестиций в модернизацию основных фондов и рационального распределение инвестиций по отраслям экономики региона и анализируется влияние различных вариантов проведения модернизации экономики региона на качество жизни населения.

**Ключевые слова:** региональная экономическая система, качество жизни, модернизация основных фондов, экономический потенциал.

Необходимым условием устойчивого развития любого региона является, с одной стороны, наличие собственной стратегии, ориентированной на сохранение своего экономического потенциала, и одновременно, создание предпосылок опережающего роста новых производств. В основе этих процессов лежит модернизация основных фондов хозяйствующих объектов региона, а ожидаемым результатом – рост качества жизни его населения.

Дело в том, что категория «качество жизни» является синтетической и характеризуется целым набором показателей: рождаемость и смертность, продолжительность жизни, заболеваемость, число зарегистрированных преступлений, организация социального обеспечения населения, состояние окружающей среды и многие другие. Проблема управления качеством жизни состоит не столько в трудности анализа разноплановых и часто

неформализуемых составляющих данной категории, сколько в сложности выделения базовых, измеримых и поддающихся прямому управлению факторов, связей между ними и выработке правильной системы воздействий на эти факторы, приводящей к устойчивому росту качества жизни.

В статье предложена оптимизационная модель поиска путей развития региональной экономической системы с целью повышения качества жизни населения в регионе. Анализируются понятие и показатели качества жизни, а также изменение параметров ввода и выбытия основных фондов, способствующих росту экономического потенциала региона, что формирует материальную базу для повышения уровня жизни.

### **1. Основные понятия и факты**

Существует много определений категории «качество жизни», каждое из которых отражает аспекты важные для конкретных целей исследования. Наиболее общие определения сводятся к следующему: «качество жизни – это социально-экономическая категория, которая представляет собой совокупность основных условий и характеристик всей жизнедеятельности человека, проявляющихся в масштабе потребностей, а также объёме, форме и способах удовлетворения их» [1].

Однако в случае необходимости количественной оценки данной категории удобнее выбрать определение, уже содержащее в себе суть метода этой оценки. Так, С.А. Айвазян определяет качество жизни как набор синтетических категорий: «качество населения», «уровень благосостояния населения», «качество социальной сферы», «качество экологической ниши» и «природно-климатические условия» [2].

Поскольку каждая из выделенных синтетических категорий является информативно ёмкой, то все они подразделяются на частные критерии. Так, например, «уровень благосостояния» складывается из «реальных доходов и расходов», «обеспеченности жильем и собственностью», «обеспеченности мощностями инфраструктуры общества», «характеристик самодостаточности развития».

Измерение синтетических категорий всех уровней проводится путем построения интегральных индикаторов качества жизни.

Каждый интегральный индикатор – это функция, зависящая от набора частных показателей качества жизни:  $f(X) = f(X_1, \dots, X_m)$ , где показатели  $X_1, \dots, X_m$  принадлежат некоторому множеству  $\Omega = X^1 \times \dots \times X^m$ ,  $X_i \in X^i$ .

Одной из таких функций является свертка  $f(X, \lambda) = \sum_{(i=1)}^n \lambda_i X_i$ , где вектор  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$  – весовые коэффициенты свёртки, характеризующие значимость каждого показателя.

Таким образом, С.А. Айвазян строит пирамидальную структуру, в соответствии с которой рассчитывается показатель «качество жизни» населения. На вершине данной структуры находится оцениваемая категория – «качество жизни», далее «синтетические категории», «частные критерии», «интегральные показатели», а у основания – базовые показатели.

Однако, с нашей точки зрения, эту структуру необходимо дополнить основными факторами, непосредственно влияющими на базовые показатели, поскольку управление «качеством жизни» во многом осуществляется через изменение данных факторов. Несомненно, к такому воздействию можно отнести распределение финансовых средств между элементами региональной экономической системы (РЭС).

Поскольку непосредственное повышение заработной платы или повышение среднедушевого конечного потребления может привести к дисбалансу финансового состояния региона, предлагается ввести дополнительный критерий, который, с одной стороны, не будет противопоставляться критерию роста качества жизни, с другой стороны, обеспечит долгосрочность опережающего роста в перспективе. Таким критерием может выступать реализация экономического потенциала региона.

Под экономическим потенциалом (ЭП) системы (региональной экономической системы, экономической системы страны и т.д.) понимается совокупная возможность системы, возникающая в процессе хозяйственной деятельности на основе эффективного использования имеющихся в распоряжении системы материальных и нематериальных ресурсов при достижении следующих целей:

- формирование и максимальное удовлетворение потребностей системы в товарах и услугах;
- повышение качества жизни населения;
- поддержка устойчивого роста хозяйствующих субъектов системы;
- содействие росту национального дохода страны.

Подход к оценке ЭП подробно описан в работе [3]. Методика оценки может быть структурирована по аналогии с оценкой категории «качество жизни».

ЭП можно рассматривать как совокупность ЭП отраслей, синергетического эффекта от их взаимодействия, институциональной составляющей ЭП региона [4]. Оценка ЭП отраслей строилась по функциям специального вида – ценностно-производственно-квалитативным (ЦПКФ).

Под ЦПК функцией понимается максимально-возможный объем выпуска ( $Y$ ) при заданном объеме ресурсов ( $B$ ), их характеристиках качества ( $Q$ ) с учетом инфляционных процессов:

$$f : G_B \times G_Q \times G_\varphi \rightarrow R, \quad G_B \subseteq R_+^n, \quad G_Q \subseteq [0,1]^n, \quad G_\varphi \in R_+,$$

$$Y = f(B, Q, \varphi), \quad B \in G_B, \quad Q \in G_Q, \quad \varphi \in G_\varphi,$$

где  $B$  – вектор ресурсов;  $Q$  – вектор характеристик качества;  $\varphi$  – инфляционная спираль.

Ценностно-производственно-квалитативные функции предлагается искать в виде  $Y = f(\psi_1(Q_{B_1})B_1, \dots, \psi_m(Q_{B_m})B_m) \cdot \varphi(I)$ .

Построение данной функции заключается в последовательной оценке ее основных компонент: производственной функции ( $f(\bullet)$ ); калибровочной

функции ( $\psi(Q_B)$ ) от качественных характеристик ресурсов ( $Q_B$ ); функции инфляционной спирали ( $\varphi(\bullet)$ ).

Построение данной функции заключается в последовательной оценке ее основных компонент: производственной функции ( $f(\bullet)$ ); калибровочной функции ( $\psi(Q_B)$ ) от качественных характеристик ресурсов ( $Q_B$ ); функции инфляционной спирали ( $\varphi(\bullet)$ ).

Параметры ЦПКФ можно считать базовыми показателями. Таким образом, получаем следующую структуру: «Оценка ЭП – «Оценка ЭП отраслей» – «Ценностно-производственно-квалитативные функции» «Базовые показатели» (рис. 1).

За основу прогнозирования реализации и наращивания экономического потенциала было положено распределение дополнительных финансовых средств между параметрами ЦПКФ, отраслями экономики региона. Таким образом, связью и достаточно хорошо управляемым воздействием на базовые показатели выступало распределение финансового ресурса.

На рис. 1 представлена схема оценки составляющих категории «качество жизни» и «экономического потенциала». Сплошной линией отображаются элементы в определенной степени формализованные, включенные в математическую модель и участвовавшие в расчетах, пунктирной линией – элементы, находящиеся в разработке.



Рис. 1. Категории «Качество жизни» и «Экономический потенциал»

Задача состоит в определении оптимального плана распределения финансовых средств региона, при котором будет возможно максимальное увеличение экономического потенциала региона. Для решения данной проблемы была использована модификация модели Лисичкина. Системе в целом на планируемый период времени выделяют с разбивкой по периодам определенное количество ресурсов  $\Delta\Phi(t)$ , где  $t = t_0, t_1, \dots, T$  – временные периоды. Пусть при этом процесс увеличения ресурсов от периода к периоду описывается следующей системой уравнений:

$$B_i(t) = B_i(t-1) + \gamma_i(t)\Delta\Phi(t), i = \overline{1, n};$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i(t) = 1; \gamma_i \geq 0.$$

Далее подробно рассмотрим процесс финансирования основных фондов региона с целью их модернизации. Для каждого элемента РЭС будем считать составленным перечень основных фондов (зданий, сооружений, оборудования, транспортных средств), требующих модернизации, и выбраны ведущие направления модернизации фондов:

- расширение основных фондов (ввод в эксплуатацию новых фондов, при продолжении использования имеющихся);
- реконструкция основных фондов (переоснащение зданий, переналадка оборудования);
- замена основных фондов (выбытие вследствие износа старых фондов и ввод новых фондов);

Предполагаются выполненными следующие положения, не противоречащие реальной ситуации:

- процесс модернизации основных фондов может происходить в нескольких режимах, характеризующихся количеством этапов модернизации, т.е.  $t = t_0, t_0 + 1, \dots, T$ ;

- в каждый момент времени  $t$  для элемента РЭС может быть оценена стоимость основных фондов ( $K(t)$ ), зависящая от их стоимости в предыдущий момент ( $K(t-1)$ ), а также величины ввода новых фондов;

- $r_i(t)\Delta K(t)$  и выбытия изношенных фондов  $\omega(t)K(t_0)$ ;

- решением задачи является определение таких коэффициентов обновления ( $r(t)$ ) и ликвидации ( $\omega(t)$ ) основных фондов, чтобы достигалась величина экономического потенциала (при рассмотрении процесса роста уровня его использования) или целевое состояние (при наращивании) ( $\pi$ ) при минимальном расходе дополнительных финансовых средств на обновление основных фондов  $r_i(t)\Delta K(t)$ ;

- Для оценки качества фондов в начальный момент использовался подход на основе «трудностей» достижения высокого качества при заданном уровне износа фондов [5]. Для остальных моментов времени считается, что вводимые новые фонды имеют максимальное качество  $Q^{new}$ , а общее качество – оставшихся старых фондов и вновь введенных – пропорционально их объему:

$$Q^{K_i}(t) = Q^{K_i}(t-1) \frac{K_i(t-1)(1-w_i(t))}{K_i(t)} + Q^{new} \frac{r_i(t)\Delta K(t)}{K_i(t)}.$$

Помимо развития и расширения ресурсной базы региона, способствующего росту экономического потенциала, в модели явным образом должны быть учтены показатели качества жизни населения. Это можно гарантировать введением показателя отношения уровня оплаты труда к единицы объёма выпущенной продукции для каждого элемента РЭС. Благодаря этому появляется возможность управлять и стимулировать платёжеспособный спрос населения, который предполагается определять как  $y_i(t) = L_i(t)/X_i(t)$ . Этот показатель характеризует объём фонда оплаты труда  $i$ -го элемента РЭС, приходящегося на единицу выпуска его продукции.

Для учёта связей между элементами РЭС целесообразно ввести в модель балансовые соотношения, позволяющие выбрать оптимальные соотношения между отраслями рыночной специализации и отраслями, дополняющими территориальный комплекс, т.е. обеспечивающими как потребность ведущих отраслей, так и нужды населения (отрасли сферы услуг). Балансы также необходимы для разработки рациональных межрегиональных и внутрирегиональных связей (балансы регионального производства и потребления основных видов продукции). Составление отраслевых и региональных балансов позволяет установить уровень комплексного развития региона, наличие в его развитии диспропорций, создать предпосылки для определения направления эффективного развития.

## 2. Модель выбора траектории развития, сопряженная с требованиями роста качества жизни

$$F_1(t) = \min_i \left\{ \frac{L_i(t)}{X_i(t)} \right\} \rightarrow \max_X, \quad (1)$$

$$F_2(t) = \max_i |X_i(t) - P_i(t)| \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$F_3(t) = \sum_{i=1}^n \gamma_{it} P_i(t) \rightarrow \max, \quad (3)$$

$$P_i(t) = f_i(K_i(t), Q_i^K(t), L_i(t), Q_i^L(t)), \quad (4)$$

$$K_i(t) = (1-w_i(t)) K_i(t-1) + r_i(t)\Delta K(t), \quad (5)$$

$$L_i(t) = L_i(t-1) + \delta_i(t)\Delta L(t), \quad (6)$$

$$Q^{K_i}(t) = Q^{K_i}(t-1) \frac{K_i(t-1)(1-w_i(t))}{K_i(t)} + Q_i^{new} \frac{r_i(t)K_i(t-1)}{K_i(t)}, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_i(t) \leq 1, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n r_i(t) \leq 1, \quad (9)$$

$$w_i^{min}(t) \leq w_i(t) \leq w_i^{max}(t), \quad (10)$$

$$\Delta \Phi_* \leq \Delta K(t) + \Delta L(t) \leq \Delta \Phi^*. \quad (11)$$

$$P_j(t) \geq X_j(t) \geq \sum_{i=1}^n h_{ij} X_i(t) + d_j K_j(t) + L_j(t) + Pr_j(t), j = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Здесь:  $t$  – индекс, характеризующий время,  $t = 1..T$ ;

$i$  – порядковый номер элемента РЭС,  $i = 1..n$ ;

$X_i(t)$  – валовой выпуск  $i$ -го элемента в момент времени  $t$ ;

$P_i(t)$  – экономический потенциал  $i$ -го элемента в момент времени  $t$ ;

$K_i(t)$  – объём капитала, находящегося в распоряжении  $i$ -го элемента

системы в момент времени  $t$

$L_i(t)$  – фонд оплаты труда всех работников  $i$ -го элемента в момент времени  $t$ ;

$Q_i^K(t)$  – качества основных фондов для  $i$ -го элемента системы

$Q_i^L(t)$  – качества фондов оплаты труда для  $i$ -го элемента системы

$\Delta\Phi$  – величина дополнительного финансового ресурса, имеющегося в распоряжении управляющего центра;

$[\Delta\Phi_{\rightarrow}, \Delta\Phi^*]$  – промежуток возможного изменения величины дополнительных финансовых ресурсов;

$\Delta L$  – величины дополнительного ресурса, идущего в фонд оплаты труда;

$\Delta K$  – величины дополнительного ресурса, идущего на обновление основных фондов;

$f(\bullet)$  – производственная функция  $i$ -го элемента системы;

$r_i(t)$  – коэффициент обновления основных фондов  $i$ -го элемента системы;

$\delta_i(t)$  – доли от дополнительного финансового ресурса, направляемого на развитие  $i$ -го элемента системы;

$w_i(t)$  – коэффициент ликвидации основных фондов  $i$ -го элемента системы;

$h_{ij}$  – доля продукции  $i$ -го элемента системы, направляемого в  $j$ -й элемент в момент времени;

$d_j$  – доля выбытия капитала в  $i$ -м элементе системы;

$Pr_j(t)$  – прибыль  $j$ -го элемента системы.

Неизвестные параметры модели:  $r_i(t)$ ,  $w_i(t)$ ,  $Pr_j(t)$ ,  $\Delta L$ ,  $\delta_i(t)$ ,  $X_i(t)$ .

Параметры  $L_i(t)$ ,  $K_i(t)$ ,  $Q_i^K(t)$ ,  $Q_i^L(t)$ ,  $P_i(t)$  считаются функциями, определяемыми на основе введённых выше переменных.

Предложенная модель (1)-(10), является моделью векторной оптимизации с нелинейными ограничениями (4) с изменяемыми правыми частями. Наибольшая трудность для выбора метода решения связана с тем, что аналитический вид функции в правой части ограничения (4) восстанавливается вне модели, меняется при добавлении каждой очередной точки в используемом для восстановления функции ряду. С учётом этого был выбран универсальный метод Соболя–Статникова для решения поставленной задачи [4].

### 3. Особенности использования метода Соболя–Статникова

Этот метод удобен в тех случаях, когда на неизвестные параметры накладываются параметрические двусторонние ограничения (или их можно выделить из уже имеющихся), как правило, это делают проектировщики задач, и когда о допустимом множестве (множестве альтернатив) мы знаем лишь то, что оно ограничено. Предполагаем, что задана математическая модель исследуемой или проектированной системы, и модель эта зависит от  $n$  параметров  $a_1, \dots, a_n$  на эти неизвестные параметры наложены двусторонние ограничения:  $a_j^{\min} \leq a_j \leq a_j^{\max}$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Таким образом, мы получаем  $n$ -мерный параллелепипед. Суть метода

Соболя состоит в дискретизации данного параллелепипеда с помощью  $ЛП_i$  – последовательностей, фильтрации множества полученных точек, затем поиска среди множества отфильтрованных наиболее оптимальной точки.

В работе [5] предложен способ расчета таких точек  $LP_i = (lp_{i1}, \dots, lp_{in})$   $ЛП_i$  – последовательностей с помощью, так называемого, сверхбыстрого алгоритма:

**Шаг 1.**  $N$  – необходимое количество точек  $L_j$  (задается пользователем)

$$lp_{0j} := 0, \quad \forall j = \overline{(1, n)}; \\ i = 1;$$

**Шаг 2.**  $r_j^{(l)}$  – числители направляющих чисел ( $j = l, \dots, 5l; l = 1, \dots, 20$ ).

$$i = (1, n); \\ V_j^{(l)} := r_j^{(l)} \times 2^{-l}; \\ lp_{ij} := lp_{i-1j} \otimes V_j^{(l)}; \\ i := i + 1;$$

**Шаг 3.** Если  $i \leq N$  то **шаг 2.** иначе

**Шаг 4.**  $LP_N$  – искомая точка.

Здесь использована операция «исключающее ИЛИ»  $\otimes$ , т.е. операция по-разрядного сложения по модулю два в двоичной системе.

Величина  $l$  определяется через код Грея:  $\Gamma(i) = i \otimes [i/2]$ , где  $[i/2]$ , где  $[i/2]$  – целая часть  $i/2$ :

$$l = 1 + \log_2[\Gamma(i) \otimes \Gamma(i - 1)].$$

Задача определения необходимого количества точек  $N$  решается непосредственно в методе Соболя.

Обозначим через  $G$  множество таких точек  $A$ , рассчитываемых согласно сверхбыстрому алгоритму, для которых выполняется так называемое функциональное ограничение:  $f(A) < C$ , где  $C$  – некоторое значение, определяемое для того, чтобы множество  $G$  было замкнутым.

Если  $F(A)$  – некоторая целевая функция, а исходная задача является задачей векторной оптимизации, то нахождение оптимальной точки используется пошаговый алгоритм перебора точек: проверки их допустимости и выбора из допустимых точек Парето-оптимальных.

#### 4. Экспериментальные расчёты

Экспериментальные расчёты были проведены для математической модели (1)-(10) с введёнными в неё небольшими изменениями. Так вторая функция цели  $\min_i |X_i(t) - P_i(t)| \rightarrow \max_x$  была включена в систему ограничений:  $|P_i(t) - X_i(t)| \leq \theta$ , где  $\theta$  – некоторое заранее заданное число. Также считалось, что  $\Delta L$  задано. Данные предположения не противоречат реальной ситуации. На неизвестные переменные накладываются двусторонние ограничения:

$$X_i^0 \leq X_i(t) \leq \overline{P_i(t)}$$

$$0 \leq \delta_i^{min}(t) \leq \delta_i(t) \leq \delta_i^{max}(t) \leq 1,$$

$$0 \leq r_i(t) \leq 0,6,$$

$$0,15 \leq w_i(t) \leq 0,6,$$

$$Pr_i^{min}(t) \leq Pr_i(t) \leq Pr_i^{max}(t),$$

где  $\overline{P}_i(t)$  – максимально возможный для каждой отрасли потенциал, рассчитанный при качестве основных фондов и трудовых ресурсов равных 1.

Расчёт был осуществлён на данных Воронежской области для 6 видов экономической деятельности:

- 1) обрабатывающие производства;
- 2) производство и распределение электроэнергии, газа и воды;
- 3) сельское хозяйство;
- 4) оптовая и розничная торговля;
- 5) строительство;
- 6) транспорт и связь.

В таблице приведены значения основных показателей, а на рис. 2 приведён график изменения доли объёма трудовых ресурсов в объёме выпускаемой продукции.

Таблица

Результаты экспериментальных расчётов

	1	2	3	4	5	6
Валовый выпуск, $X(t)$						
$T=1$	147210,6	36177,5	83375,5	293259,9	56197,3	82844,3
$T=2$	159972,0	40706,0	89459,2	295505,6	70228,9	86132,9
$T=3$	166059,0	58292,6	104703,8	298701,3	83461,5	97905,3
Суммарный коэффициент выбытия основных фондов, $w(t)$						
$T=1$	0,0730	0,0990	0,1459	0,1167	0,0215	0,0450
$T=2$	0,0128	0,0427	0,0608	0,0973	0,1173	0,0227
$T=3$	0,0599	0,0210	0,0239	0,1027	0,0955	0,1468
Суммарный коэффициент обновления основных фондов, $r(t)$						
$T=1$	0,1625	0,1201	0,1050	0,1054	0,1870	0,1419
$T=2$	0,1192	0,2517	0,1351	0,1844	0,1930	0,1270
$T=3$	0,1377	0,1250	0,1899	0,1196	0,1084	0,1490
Потенциал каждого вида экономической деятельности, $P(t)$						
$T=1$	145836,4	37071,4	83425,7	296138,0	57607,0	83692,3
$T=2$	167391,8	52251,6	98045,3	401139,6	74661,7	91002,7
$T=3$	207040,4	62966,0	137842,8	480254,0	105658,7	108781,2
$L/X$						
$T=1$	0,0185	0,0235	0,0202	0,0061	0,0234	0,0201
$T=2$	0,0224	0,0266	0,0224	0,0093	0,0240	0,0215
$T=3$	0,0317	0,0286	0,0273	0,0141	0,0283	0,0237
Качество основных фондов, $Q(t)$						
$T=1$	0,804	0,806	0,815	0,835	0,833	0,802
$T=2$	0,809	0,814	0,834	0,869	0,860	0,804
$T=3$	0,814	0,822	0,852	0,893	0,882	0,806

Проведённый расчёт показывает широкие возможности предлагаемой модели для такого распределения финансовых средств, которое приведёт к росту качества жизни населения рассматриваемого региона.

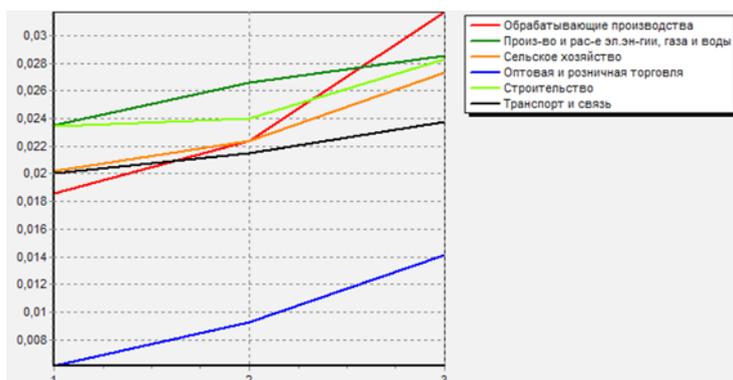


Рис. 2. График изменения показателя  $L_i/X_i$

### Заключение

Таким образом, предложенная региональная модель позволяет получить оптимальную траекторию устойчивого развития на заданное число лет с учётом улучшения качества жизни и обновления основных фондов. Экспериментальные расчёты показали, что применённый для получения практических результатов метод Соболя является весьма удобным для решения подобного рода задач, ибо, напомним, что в нашей модели присутствует нелинейные ограничения, сформулированные с использованием производственной функции, аналитический вид которой может изменяться ежегодно.

### Список источников

1. Ворогушина, Д.В. Оценка величины и уровня использования экономического потенциала региональной экономической системы [текст] / Д.В. Ворогушина // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2009. – № 2. – С. 81 – 89.
2. Айвазян, С.А. Россия в межстрановом анализе синтетических категорий качества жизни населения. Ч. I. Методология анализа и пример ее применения [текст] / С.А. Айвазян // Мир России. – 2001. – Т. XI. – №4.
3. Баева, Н.Б. Об одном подходе к моделированию региональной экономики [текст] / Н.Б. Баева, Д.В. Ворогушина // Научно-технические ведомости СПб ГПУ. – 2009. – № 6 – 1 (90). – С. 29 – 35.
4. Соболев, И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями [текст] / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. – М.: Наука, 1981. – 110 с.
5. Соболев И.М. Точки равномерно заполняющие равномерный куб [текст] / И.М. Соболев. – Знание, 1985. – 32 с.
6. Чембарцев, Д.С. Прикладной инструментальный выбор в условиях неопределенности сценариев развития региональных экономических систем: Автореф. дис. канд. экон. наук [текст] / Д.С. Чембарцев. – Воронеж, 2007.

---

## **MODELS AND METHODS OF OUTRUN DEVELOPMENT OF REGIONAL ECONOMY**

---

**Bayeva Nina Borisovna,**

Ph. D. of Economy, Professor of the Chair of Mathematical Methods of Research of Operations of Voronezh State University;  
mmio@amm.vsu.ru

**Vorogushina Darya Vadimovna,**

Ph. D. of Economy, system Analyst of LLC "Transinform";  
voroguda@mail.ru

**Pronina Yekaterina Aleksandrovna,**

Post-graduate student of the Chair of Mathematical Methods of Research of Operations of Voronezh State University;  
ekaterina.pronina2012@mail.ru

The article considers and justifies approach to accelerated development through investment in the modernization of the fixed assets and the rational allocation of investments by industry in the region and analyzes the impact of the various options for modernizing the economy of the region's quality of life of the population.

**Keywords:** regional economic system, quality of life, modernization of fixed assets, and economic potential.