УДК 519.86

ПРОГРЕССИВНЫЙ НАЛОГ И СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ НЕТРУДОВЫХ ДОХОДОВ ФИЗИЧЕСКИХ ЛИЦ*

Родин Владимир Александрович,
доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики Воронеского института МВД России; rodin_v@mail.ru

Анисимов Сергей Леонидович,
кандидат технических наук, преподаватель кафедры радиотехники Воронеского института МВД России; anisimov12@mail.ru

Изучается зависимость собираемой суммы подоходного налога при прогрессивной шкале от параметров логнормального распределения случайного заработка. Показано, что в рамках логнормального распределения сумма сбора не может быть больше определенного значения.

Ключевые слова: математические модели подоходного налога, логнормальное распределение, социальная направленность налогообложения.

1. Введение. В НК РФ отмечено, что положения по введению и исполнению налогов должны сглаживать финансовые неравенства разных слоев населения. При равномерном подоходном налоге на доходы физических лиц в 13% это положение в России остается пустым заклинанием. Одним из ведущих положений балансировки финансовой структуры в обществе выступает социальная направленность схем и методов налогообложения во всем мире. Многие прогрессивные страны Европы (Дания, Швеция и др.) давно и успешно используют прогрессивную шкалу налогов на доходы населения. Президент США в 2011 году внес предложение довести высший процент прогрессивного подоходного налога США до 35-45%. Франция рассматривала возможность введения 70% налога на доходы сверх богатых физических лиц. В работе [1], опираясь на современные статистические исследования, приведена определенная модель прогрессивного на-

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-01-00614-а.

логообложения физических лиц в России. В настоящей работе с помощью компьютерной программы исследуется численная зависимость всей суммы сбора налога по данной шкале от параметров распределения легальных доходов населения в различных районах России. При этом обнаружена определенная особенность изменения суммы налогового сбора. Для изучения этого явления в работе аналитически вычислена относительная предельная возможность логнормального распределения. Данные можно использовать для косвенного определения возможных нетрудовых доходов отдельных физических лиц.

2. Налоговая шкала. Пусть $T = (t_0; a_1, t_1; ...; a_k, t_k)$ – упорядоченный набор $2k+1$ чисел. Числа $a_1,...a_k$ строго возрастают и называются делениями шкалы. Числа $t_0, t_1,..., t_k$ из промежутка [0,1) называются налоговыми ставками. Величина налога определяется по шкале T по формуле:

$$N(x) = \begin{cases} t_0\, x, & 0 \le x \le a_1 \quad ; \\ t_1 x, & a_1 \le x \le a_2 \ ; \\ \quad ... & \\ t_k x, & x > a_k \end{cases} \quad (1)$$

Налоговая шкала называется прогрессивной, если налоговые ставки строго возрастают.

3. Логнормальное распределение. Известно [2], что легальный доход в расчёте на одного налогоплательщика в России представляет собой случайную величину X, принимающую значения $x \in [0,+\infty)$ и распределённую по логнормальному закону с плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\frac{1}{x}\exp\left\{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$, где $\sigma \ge 0$. В отличие от нормального закона, математическое ожидание и дисперсия случайной величины X для данного логнормального закона взаимозависимы. Формулы для их определения имеют вид:

$$\mu^* = M(X) = e^{\mu+\sigma^2/2},\ s = (\sigma^*)^2 = D(X) = \left(e^{\sigma^2} - 1\right)e^{2\mu+\sigma^2}. \quad (2)$$

Эти формулы имеют два параметра, которые связаны с нормальным распределением и статистическими данными. Современные статистические данные мы используем из работы [3]. Не смотря на то, что логнормальное распределение непосредственно связано с нормальным распределением, оно имеет одно важное качество, существенно влияющее на результаты моделирования в нашей работе, а именно аналитическую зависимость между математическим ожиданием и дисперсией.

Пусть N – количество налогоплательщиков, $t(x)$– ставка подоходного налога, зависящая от величины дохода. Тогда совокупный налог, собранный со всех налогоплательщиков, равен $S = N\int_0^{\infty} t(x)xf(x)dx$. Если $t(x) = const$, то получим равномерную шкалу налогообложения:

$S = N\int_0^{\infty} Const x f(x)dx = Const N \mu^*$. В настоящее время в России ставка равна 13%, поэтому $S_R = 0.13 N \mu^*$.

4. Пример прогрессивной шкалы. Пусть в формуле (1) с бедных людей, доход которых не превышает некоторого значения a_1, налог вообще не берётся $t_0 = 0$ (социальная направленность налоговой политики). Также примем $t_{n+1} = 0$, т.е. со сверхбогатых людей налог в общепринятом смысле также не берётся, поскольку, во-первых, вероятность иметь очень высокий доход пренебрежимо мала (смотри ниже), во-вторых, по отношению к этим людям проводится особая политика помощи государству.

Формула сбора прогрессивного налога имеет вид:

$$S = N\mu^* \sum_{k=1}^{n} t_k \left[\Phi\left(\frac{\ln a_{k+1} - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right) - \Phi\left(\frac{\ln a_k - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right) \right],$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$ – функция Лапласа.

Предложим в этой статье следующую схему налогообложения:

$$t(x) = \begin{cases} 0.13, & 0.2\mu^* \le x < 5\mu^*; \\ 0.15, & 5\mu^* \le x < 10\mu^*; \\ 0.20, & 10\mu^* \le x < 20\mu^*; \\ 0.30, & 20\mu^* \le x < 50\mu^*; \\ 0.45, & 50\mu^* \le x < 90\mu^*. \end{cases}$$

5. Расчет прогрессивного подоходного налога с помощью программы. Предполагаем, что доходы X населения распределены по логнормальному закону. Числовые характеристики данного распределения: μ^* - математическое ожидание (средний доход тыс. руб.), s^*- среднеквадратичное отклонение (разброс доходов тыс. руб.), μ^* и s^* выражаются через параметры μ и σ нормального распределения. Используется следующая шкала разбиения доходов:

(0.2μ*, 5μ*), (5μ*, 10μ*), (10μ*, 20μ*), (20μ*, 50μ*), (50μ*, 90μ*)

Процентные ставки налога соответственно равны 13%, 15%, 20%, 30%, 45%.

При $x \le 0.2\mu^*$ налог не взимается из соображений социальной справедливости. С очень больших доходов $x > 90\mu^*$ (эта граница будет аналитически обоснована) налог не взимается в общепринятом смысле. В результате работы программы получена следующая таблица.

Верхняя строчка предполагает неизменный, средний заработок больше 15 т.р. во втором и третьем столбце и больше 20 т.р. в четвертом и пятом. Вторая и четвертая колонка показывает увеличение суммы сбора налога, по сравнению с равномерной шкалой дающей результат Q=0.13.

Таблица

Результаты расчетов

	$\mu^* = 15$	$\mu^* = 15$	$\mu^* = 20$	$\mu^* = 20$
s^*	Q	σ	Q	σ
20	0.133	1.011	0.131	0.833
40	0.151	1.447	0.142	1.269
60	0.162	1.683	0.155	1.517
80	0.167	1.839	0.162	1.683
100	**0.168**	1.954	0.166	1.805
120	0.167	2.043	0.167	1.9
140	0.166	2.116	**0.168**	1.978
160	0.165	2.178	0.167	2.043
180	0.163	2.231	0.167	2.099
200	0.161	2.277	0.166	2.148
220	0.159	2.319	0.164	2.192

Пересчет по формулам (2) дает соответствующее значение среднеквадратичного отклонения σ. Эту колонку мы сравниваем с известными статистическими данными в других статьях. Заметим, что доля Q сначала увеличилась, а затем уменьшилась. Отмечен максимум возможной доли сбора.

Исследуем теоретически это необычное явление. Оно связано с возможностью логнормального распределения.

6. Особенности логнормального распределения и косвенное определение возможности появления нетрудовых доходов. Анализ таблицы показывает, что сумма дохода собираемого по нашему примеру сначала растет, а затем убывает с увеличением параметра характеризующего разброс легальных доходов. Бесспорно, что увеличение математического ожидания доходов пропорционально повлечет увеличение суммы сбора налога. Зависимость от величины параметра σ более сложная (2). Для определения границ изменения суммы сбора налога, в зависимости от параметра определяющего разброс воспользуемся правилом "трех сигм" для нормально распределенной случайной функции $\ln x$. Получаем неравенство $\ln x \le \mu + 3\sigma$, или $x \le \exp(\mu + 3\sigma)$. В относительном измерении к среднему доходу по формуле (2) получаем. Максимум параболы в правой части неравенства $\sigma\left(3 - \sigma/2\right)$ достигается в точке $\sigma = 3$ и равен 4.5. Граница относительного роста:

$$x/\mu^* \le \exp\left(\sigma\,(3 - \sigma/2)\right) \le \exp(4.5) \approx 90\,. \qquad (3)$$

Вывод. Формула (3) дает важную информацию. Для легальных доходов, распределенных по логнормальному закону сумма дохода должна не превосходить среднюю величину дохода в 90 раз. Вернее вероятность такого события почти равна единицы. Так как согласно работам [2, 3] именно лог-нормальное распределения характеризует легальные доходы населения в настоящее время в районах РФ, то превышение этой границы можно считать косвенным указанием на возможные нетрудовые доходы рассматриваемого физического лица.

Интересным фактом, что для неформальной проверки легальности доходов налоговыми органами работника в СССР шестидесятых годов было превышение в 100 раз минимальной заработанной оплаты труда в определенной сфере деятельности. Что в определенной мере совпадает с формулой (3).

Список источников

1. Ясиненко, Е.А. Прогностическая модель прогрессивного подоходного налога физических лиц России с учетом социальной направленности налогообложения [текст] / Е.А. Ясиненко // Обозрение прикладной и промышленной математики. –2009.– Т.16. – Вып. 3. – С. 161 – 162.
2. Скрыль, С.В. Безопасность социоинформационных процессов. Теория синтеза прогностических моделей [текст] / С.В. Скрыль, С.Н. Тростянский. – Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2008. – С. 155.
3. Колмаков, И.Б. Прогнозирование показателей дифференциации денежных доходов населения [текст] / И.Б. Колмаков // Проблемы прогнозирования. – 2006. – №1. – С.136 – 162.

INDIRECT DEFINITION OF OPPORTUNITY OF AN OCCURRENCE OF THE NOT LABOUR INCOMES OF THE PHYSICAL PERSONS

Rodin Vladimir Aleksandrovich,
Dr. Sc. of Physics and Mathematics, Professor of the Chair of Mathematics of Institute of the Ministry of the Interior of Russia;
rodin_v@mail.ru

Anisimov Sergey Leonidovich,
Ph. D. of Technical Sciences, Lecturer of the Chair of Radio Engineering of Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of Russia;
anisimov12@mail.ru

The dependence of the collected sum of surtax at an ascending scale from parameters lognormal distribution of random earningsis studied. Is shown, that in frameworks of the lognormal distribution the sum of tax cannot be more certain meaning.
Keywords: Mathematical models of surtax of the physical person, lognormal distribution, social orientation of the taxation.