
МОДЕЛИ ОБОСНОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛИЗАЦИИ

Давнис Валерий Владимирович,

доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
vdavnis@mail.ru

Касаткин Сергей Евгеньевич,

докторант Воронежского государственного университета;
k_s_e@rambler.ru

Исследуются вопросы построения модели портфельного инвестирования, в которой учитывается влияние интеграционных процессов мирового финансового рынка на доходность и волатильность российских активов. Возможность положительного решения этих вопросов была заложена в одноиндексной модели, для построения которой Шарп использовал однофакторные регрессионные уравнения. С помощью этих уравнений отражался механизм взаимодействия рынка с отдельными финансовыми активами. Для отражения интегрированного воздействия фондовых рынков на отдельные финансовые активы в статье предлагается использовать аппарат главных компонент и регрессионные уравнения на главные компоненты. На основе статистических свойств главных компонент были получены формулы, позволившие построить мультииндексную модель портфельного инвестирования.

Ключевые слова: портфель ценных бумаг, одноиндексная модель, однокомпонентная модель, k-компонентная модель, риск.

Наблюдаемое в последнее время нарастание интегрированности российского фондового рынка с другими фондовыми рынками отмечается многими исследователями, но пока явно недостаточно отражено в теории обоснования инвестиционных решений. На формальном уровне реальность этого процесса легко идентифицируется оценкой корреляционных связей между соответствующими рыночными индексами. Эмпирические исследования показывают, что в настоящее время волатильность активов российского фондового рынка объясняется факторами глобализации на 20-25%. Иммунитетом, сдерживающим влияние этих новых факторов, по-прежнему является преобладание на рынке акций сектора естественных монополий. И все же,

несмотря на отмеченный иммунитет, статистическая значимость приведенных оценок обязывает в моделях обоснования инвестиционных решений учитывать факторы глобализации.

Кроме того, существует реальная возможность инвестирования в активы различных фондовых рынков. Естественно, инвесторы нуждаются в подходах, обеспечивающих обоснование решений по формированию «интернациональных» портфелей ценных бумаг. Нельзя утверждать, что в настоящий момент отсутствует практика формирования таких портфелей. Но обоснование принимаемых решений, как правило, носит качественный характер, ориентируясь в основном на получение результатов стратегического характера, которые не всегда коррелируются с возможностями эффективного инвестирования. Поэтому вопрос разработки аппарата моделирования инвестиционных решений в условиях глобализации в настоящее время весьма актуален.

Решение данной задачи требует рассмотрения двух аспектов, связанных с подходами к построению моделей портфельного инвестирования и возможностями измерения рыночных эффектов глобализации. Существует, по крайней мере, два таких подхода: статистический и эконометрический. Статистический подход был использован Марковицем при построении ставшей широко известной модели портфельного инвестирования [1]. С помощью эконометрического подхода [2] была построена модель с матрицей взаимодействия вместо ковариационной матрицы. Оригинальность этой модели в том, что с ее помощью можно получать портфели с положительным риском и с отрицательным. Положительный риск интерпретируется как ожидаемый с большой вероятностью рост доходности портфеля, отрицательный – как ожидаемое с большой вероятностью снижение доходности.

Если есть два различных подхода, то появляется естественное желание по применению смешанного подхода, в котором легко обнаруживается использование идей обоих подходов. Кстати, именно смешанный подход использовал Шарп при построении своей, получившей широкую известность, модели портфельного инвестирования [3]. Ему удалось встроить в схему формирования модели Марковица однофакторные регрессионные модели. Другими словами, для построения модели Шарпа используется статистический подход, но методы статистического оценивания применяются не к исходным данным, а к параметрам и характеристикам однофакторных регрессионных моделей. Использование даже таких простых эконометрических моделей, как однофакторные, значительно расширяет возможности по воспроизведению рыночных механизмов формирования доходности активов. Но самое главное в том, что идеи подхода Шарпа к формированию портфеля ценных бумаг могут быть использованы и в том случае, когда при обосновании инвестиционных решений необходимо учитывать эффекты глобализации. Становится очевидной абсолютная предпочтительность использования эконометрического подхода при построении моделей портфельного инвестирования, в которых отражены эффекты глобализации.

Чтобы понять возможности обобщения схемы, предложенной Шарпом для построения модели портфеля ценных бумаг, рассмотрим ее подробнее. Основой этой схемы является однофакторная регрессионная зависимость доходности финансового актива от индекса (рыночной доходности)

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{it} + \varepsilon_{it}, \quad i = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T}, \quad (1)$$

где r_{it} – доходность i -го актива в момент времени t ;

r_{it} – доходность рыночного индекса в момент времени t ;

α_i, β_i – оцениваемые параметры регрессионной модели;

ε_{it} – ненаблюдаемая случайная величина;

T – объем выборочной совокупности, которая использовалась для построения регрессионной модели.

Если для каждого актива, включаемого в портфель, построить такую модель, то без труда можно определить характеристики активов и их взаимодействия при условии выполнения обычных для эконометрической модели предположений относительно случайных величин ε_{it} . Математические ожидания от соответствующих выражений позволяют получить для расчета этих характеристик по всем активам, включаемым в модель, следующие формулы:

$$\bar{r}_i = \alpha_i + \beta_i \bar{r}_I, \quad (2)$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2, \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_I^2, \quad (4)$$

где \bar{r}_i, \bar{r}_I – математические ожидания доходности i -го актива и индекса;

σ_i^2, σ_I^2 – дисперсии доходностей i -го актива и индекса;

σ_{ij} – ковариация доходностей i -го и j -го активов.

Используя свойства математического ожидания и полученные формулы, выпишем выражения для определения доходности и риска портфеля, которые используются при построении математической модели. Обозначив портфель $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, запишем выражение для определения доходности портфеля

$$E(r_n) = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i + \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right) E(r_I). \quad (5)$$

Второе слагаемое в этом выражении получено путем группировки подобных членов и вынесения общего множителя, которым является математическое ожидание независимой переменной. Такая возможность обеспечивается тем, что все модели однофакторные и описывают зависимости доходностей акций от одной и той же переменной (рыночного индекса). Не случайно модель Шарпа часто называют одноиндексной, а выражение в скобках – портфельной бетой.

Для удобства дальнейшего изложения обозначим второе слагаемое следующим образом:

$$\left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right) E(r_i) = w_{n+1} \alpha_{n+1}. \quad (6)$$

Тогда ожидаемую доходность портфеля можно представить в более компактном виде

$$E(r_n) = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i. \quad (7)$$

Таким образом, Шарпу удалось доходность портфеля представить в виде двух составляющих. Первые n слагаемых отражают вклад в доходность портфеля самих ценных бумаг, а последнее слагаемое в виде произведения портфельной «беты» и ожидаемой рыночной доходности отражает взаимосвязь рынка с портфелем.

Привычное выражение для дисперсии портфеля

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_i w_j \sigma_{i,j} \quad (8)$$

с помощью формул (2) – (4) преобразуется к виду

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n+1} w_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2, \quad (9)$$

где $(w_{n+1})^2 = (w_1 \beta_1 + w_2 \beta_2 + \dots + w_n \beta_n)^2$, а $\sigma_{\varepsilon, n+1}^2 = \sigma_I^2$. Следовательно, дисперсию портфеля из акций можно, как и ожидаемую доходность, представить в виде двух компонент: суммы средневзвешенных дисперсий ошибок $\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2$, отражающей долю риска портфеля, связанного с риском самих ценных бумаг и взвешенной величины дисперсии доходности рыночного индекса $w_{n+1}^2 \sigma_I^2$, где весом служит квадрат портфельной беты, отражающий долю риска портфеля, определяемого нестабильностью самого рынка.

После того как все характеристики портфеля определены, необходима формализация путем построения математической модели, позволяющей оптимизировать структуру портфеля. Математическая запись модели Марковица сложила представление о форме подобной записи в виде задачи квадратического программирования. Чтобы при записи модели Шарпа воспользоваться этой в некотором смысле стандартизированной формой записи, введем специальные обозначения:

$\mathbf{w}' = (w_1, w_2, \dots, w_n, w_{n+1})$ – вектор, задающий расширенную структуру портфеля ценных бумаг, учитывающий доходность рыночного портфеля;

$\mathbf{b}' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, m_I)$ – вектор коэффициентов одноиндексной регрессионной модели, дополненный средней доходностью индекса;

$\mathbf{v}' = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, -1)$ – вектор коэффициентов одноиндексной регрессионной модели, дополненный минус единицей, что позволило отразить в модели введенное Шарпом понятие портфельной беты;

$\mathbf{i}' = (1, 1, \dots, 1, 0)$ – вектор из единиц, на $(n+1)$ -ом месте которого стоит нулевое значение.

Введенные обозначения отличаются от общепринятых, но такая модификация поддерживает возможность стандартизированной записи, позволяя модель Шарпа представить следующим образом:

$$\mathbf{w}'\Sigma_{\varepsilon}\mathbf{w} \rightarrow \min, \quad (10)$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{a} = \mu, \quad (11)$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{i} = 1, \quad (12)$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{\beta} = 0, \quad (13)$$

где Σ_{ε} в отличие от модели Марковица диагональная.

Идея применения модели Шарпа для обоснования инвестиционных решений на фондовом рынке в условиях глобализации довольно проста. Она основана на применении аппарата главных компонент. Если тот единственный фактор (рыночный индекс) в регрессионной модели заменить первой главной компонентой

$$u_1 = \gamma_1^{(1)}r_{1I} + \gamma_2^{(1)}r_{2I} + \dots + \gamma_p^{(1)}r_{pI}, \quad (14)$$

построенной для множества рыночных индексов, характеризующих состояние мировых рынков, то мы, отражая многогранность глобализации, сохраним на формальном уровне условия, позволившие построить одноиндексную модель. В этом случае все формулы, выведенные для одноиндексной модели, остаются в силе при соответствующей замене характеристик рыночного индекса (r_I, σ_I^2) на характеристики главной компоненты (r_u, σ_u^2). Модель в этом случае следует называть однокомпонентной [4].

Однокомпонентная модель не только учитывает эффекты глобализации при обосновании инвестиционных решений, но и изменяет интерпретацию результатов моделирования. Если в одноиндексной модели Шарпа бета-коэффициенты понимаются как показатели, позволяющие сравнить доходность актива с доходностью рынка, то в однокомпонентной модели эти же коэффициенты позволяют сравнить доходность актива с доходностью мирового рынка. Естественно, сравнительный анализ этих коэффициентов имеет смысл, но должен проводиться комплексно с обязательным учетом динамических характеристик. Вполне возможно, что для сравнительного анализа этих бета-коэффициентов потребуются специальная методика.

Кроме того, сравнение беты одноиндексной модели с бетой однокомпонентной модели может оказаться не совсем корректным, так как при оценке одноиндексной беты используется вся доступная информация, а при оценке однокомпонентной беты не вся доступная информация учитывается. Часть неучтенных в модели компонент, как правило, содержит информацию, объясняющую статистически значимые изменения доходности активов. В силу этого, однокомпонентную модель можно считать только первым приближением, позволяющим воспроизводить многофакторность воздействия глобализации на результаты инвестиционной деятельности. Из сказанного можно сделать вывод о том, что однокомпонентная модель является первым шагом в попытке учитывать эффекты глобализации при обосновании инвестиционных решений. Возможности совершенствования однокомпонентной модели очевидны, они связаны с использованием ортогональности главных

Используя формулы (18), (19), свойства главных компонент и предположения относительно регрессионных остатков, дисперсию портфеля можно представить в виде:

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n+k} w_i^2 \sigma_{\varepsilon,i}^2. \quad (23)$$

В данной формуле требуется пояснить смысл последних слагаемых, которые формируются на основе портфельной беты. В качестве весового коэффициента в каждом слагаемом подобного типа используется квадрат соответствующей портфельной беты, т.е.

$$(w_{n+j})^2 = (w_1 \beta_{j1} + w_2 \beta_{j2} + \dots + w_n \beta_{jn})^2,$$

а в качестве $n+j$ дисперсии используется дисперсия j -ой главной компоненты, т.е. $\sigma_{\varepsilon,n+j}^2 = \sigma_{u_j}^2$.

Следовательно, дисперсию портфеля из акций можно как и ожидаемую доходность представить в виде нескольких компонент:

а) первая компонента – это сумма взвешенных остаточных дисперсий $\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{\varepsilon,i}^2$, где весами служат квадраты w_i , что отражает долю риска портфеля, связанного с риском ценных бумаг;

б) вторая компонента – это сумма взвешенных дисперсий главных компонент $\sum_{j=1}^k w_{n+j}^2 \sigma_{u_j}^2$, включенных в регрессионную модель доходности актива. В качестве весовых коэффициентов используются квадраты соответствующих портфельных бет. Эта компонента отражает основную долю рыночного риска.

Полученные выражения делают понятной формализацию задачи портфельного инвестирования на основе параметров k -компонентной модели доходности финансовых активов. В этом случае адаптированный к условиям глобализации модифицированный вариант модели Шарпа записывается следующим образом:

$$\mathbf{w}' \Sigma_{\alpha} \mathbf{w} \rightarrow \min, \quad (24)$$

$$\mathbf{w}' \tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \mu, \quad (25)$$

$$\mathbf{w}' \mathbf{i} = 1, \quad (26)$$

$$\mathbf{w}' \boldsymbol{\beta}_1 = w_{n+1}, \quad (27)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\mathbf{w}' \boldsymbol{\beta}_k = w_{n+k}. \quad (28)$$

Обозначения дополнительно введенных в модель величин очевидны и не требуют специального пояснения.

Таким образом, использование главных компонент позволяет построить модель формирования оптимального портфеля, в котором учтены риски, порождаемые процессом глобализации. Возможность отражения в модели ситуаций, которые имеют место на других фондовых рынках, по замыслу должна обеспечивать получение более надежных решений. Причем надежное решение в данном случае понимается не как решение с минимальным риском, а как решение, в котором минимизированы все риски, которые удастся учесть на формальном уровне.

Рассмотрение данной модели не только уточняет оценки риска получаемых инвестиционных решений, но и ставит ряд вопросов, которые в рамках теории эффективного рынка не обсуждаются, в силу чего являются актуальными.

Список источников

1. Markowitz, H.M. Portfolio Selection [текст] / H.M. Markowitz // Journal of Finance. – 1952. – Vol. 7. – № 1. – P. 77 – 91.
2. Давнис, В.В. Модель портфеля ценных бумаг с матрицей взаимодействия [текст] / В.В. Давнис, О.В. Тимченко // Системное моделирование социально-экономических процессов : тр. 34 междунар. науч. шк.-семинара им. акад. С.С. Шаталина. – Воронеж, 2011 . – Ч. 1. – С. 156 – 159.
3. Sharpe, W. Portfolio Theory and Capital Markets [текст] / W. Sharpe. – N.Y.: McGraw-Hill, 1970. – 316 p.
4. Давнис, В.В. Однокомпонентная модель портфельного инвестирования [текст] / В.В. Давнис, С.Е. Касаткин, А.А. Ардаков // Современная экономика: проблемы и решения. – 2012. – № 5(29). – С. 150 – 157.

MODEL OF JUSTIFICATION OF INVESTMENT DECISIONS IN THE CONTEXT OF GLOBALIZATION

Davnis Valeriy Vladimirovich,

Dr. Sc. of Economy, Professor, Chief of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; vdavnis@mail.ru

Kasatkin Sergey Yevgenyevich,

Candidate for a Doctor's Degree; k_s_e@rambler.ru

The problems of constructing a model of portfolio investment, which takes into account the impact of the integration processes of the global financial market returns and volatility of Russian assets are studied. The possibility of positive solutions of these issues was included in the single-index model for the construction of which Sharp has used single-factor regression equation. With the help of these equations reflected the mechanism of interaction of the market with the individual financial assets. To reflect the integrated effects of the stock markets of some financial assets, the machine of principal component regression equations for the main components is suggested for usage. Based on the statistical properties of the principal components formulas, which allowed building a multi-index model of portfolio investment, were obtained.

Keywords: portfolio of securities, single-index model, a one-component model, k-component model, risk.