УДК 330.46

МОДЕЛЬ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ КАЧЕСТВА И РЕЗУЛЬТАТИВНОСТИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ

Царегородцева Ольга Владимировна,
аспирант кафедры управления строительством Воронежского государственного архитектурно-строительного университета;
Ol_car76@rambler.ru

В статье представлена модель функционирования систем, имеющих циклы типа «контроль – доработка», могут быть использованы стохастические графы с возвратами.

Ключевые слова: стохастический граф, дополнительные затраты, алгоритм Форда.

Методика построения и предварительного анализа стохастических графов с возвратами опирается на хорошо отработанные методы сетевого планирования. В качестве основы для построения стохастического графа предполагается использование детерминированного сетевого графика, который дополняется дугами возврата, определяемыми экспертным путем, и таким образом преобразуется в стохастический граф $G(I, U)$, где I – множество событий, U – множество дуг графа [2].

Очевидно, что множество дуг графа неоднородно и наряду с детерминированными дугами $(i,j)\in U_1$ включает в себя стохастические дуги возврата $\{(b, l), 0<P_{bl}, <1\}\in U_2$, каждой из которых соответствует параметр P_{bl} вероятности возврата при неудачном исходе процедуры контроля или согласования. Отметим, что $U = U_1 \cup U_2$ и $U_1 \cap U_2 = \varnothing$.

Каждой дуге возврата $(b, l) \in U_2$ ставится в соответствие подграф $G_{bl}=G^*$, определяющий множество работ, подлежащих доработке при реализации дуги возврата. Существуют два подхода к выделению подграфа G^*: $G_{bl} = \hat{\Gamma}_l \cap \hat{\Gamma}_b^{-1}$, $G_{bl} = \hat{\Gamma}_l$, где $\hat{\Gamma}_l$ – транзитивное замыкание вершины l, а $\hat{\Gamma}_b^{-1}$ – обратное транзитивное замыкание вершины b [1].

В первом случае граф G^* включает все пути, ведущие из вершины l, куда произошел возврат, в вершину b, из которой произошел возврат. При втором подходе планируется переделка более широкого круга работ, а именно работ, определяемых событиями множества Q_1, независимо от состояния их завершенности, если только существует путь, ведущий из вершины l в начальную вершину данной работы.

На детерминированных дугах $U = (i, j)$ задается вектор параметров υu размерности $m\geq 2$ (рис.).

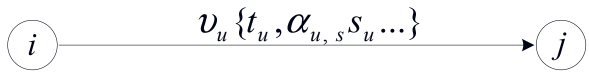

Рис. Вектор параметров

Здесь t_u – продолжительность дуги u, при условии, что она реализуется в первый раз. В общем случае t_u – случайная величина с заданной функцией плотности $f_u(t)$; a_u – коэффициент изменения продолжительности дуги и при доработке, как правило, $0 \le a_u \le 1$; s_u – функция стоимости (денежных затрат). В дальнейшем будем предполагать, что s_u – суммарные затраты, зависящие от длительности выполняемой работы, принимая, что затраты на доработку изменяются с тем же самым коэффициентом a_u, что и длительность работы.

В зависимости от того, какая из характеристик разработки фигурирует в качестве основной, в процессе анализа стохастического графа по аналогии с сетевым планированием может быть выделено три типа задач: (А) – задача нахождения временных параметров графа;(Б) – стоимостная задача; (В) – ресурсная задача. Следует заметить, что расчет временных параметров обязателен для всех других задач.

(А). Алгоритм расчета временных параметров графа и прогнозирования срока завершения моделируемого процесса основан на использовании метода статистических испытаний и алгоритма Форда. Он осуществляется в предположении, что все вершины графа правильно занумерованы натуральными числами от 1 до n (n – число вершин), а список дуг упорядочен [1]. Центральная процедура алгоритма – моделирование событий контроля и согласования, исходы которых описываются вероятностями повторного исполнения определенных этапов работ проекта. Пусть из вершины *b* возможен возврат в предшествующие события $l1$ …, ls и P_{bl_k} есть вероятность реализации дуги возврата (b, lk).

В подмножестве дуг возврата, исходящих из одной вершины, может быть реализована логическая операция «ИЛИ» в неисключающем смысле либо в исключающем смысле. В первом случае на параметры P_{bl_k} наложено только одно ограничение: $P_{bl_k} < 1$, $k=1(l)s$ и процедура розыгрыша возвратов осуществляется следующим образом. Вершине b ставится в соответствие последовательность равномерно распределенных на отрезке [0, 1] случайных величин $\xi_1^b, \ldots, \xi_s^b$, которые сравниваются с параметрами P_{bl_1}, …, P_{bl_s}. При выполнении условия $\xi_k^b \le P_{bl_k}, k = 1(1)s$ происходит возврат в вершину l_k.

В случае, когда возвраты взаимоисключающие, должно выполняться условие $\sum_{k=1}^{s} P_{bl_k} < 1$. Процедура моделирования взаимоисключающих возвратов весьма проста. Генерируется равномерно распределенное случайное число $\xi \in [0,1]$ и определяется $v+1$ интервал из условия

$$\sum_{k=0}^{\nu} P_{bl_k} < \xi \le \sum_{k=0}^{\nu+1} P_{bl_k}, \quad \nu = 0(1)s; \qquad (1)$$

для однородности записи принято $P_{bl_0} = 0,\ P_{bl_{s+1}} = 1 - \sum_{k=0} P_{bl_k}$.

В этой процедуре реализуется только одна дуга возврата $(b, l\ v+1)$.

Вид процедуры розыгрыша дуг возвратов может быть задан в виде дополнительной метки события b. Величина T_i – раннее время наступления события i – определяется по известной процедуре Форда, которая применяется поочередно для всех вершин i в полуупорядоченной по рангам последовательности вершин графа. Однако если очередная вершина b является вершиной возврата, то после определения $T_ь$ производится розыгрыш дуг возврата по выбранному типу реализации возвратов. Для всех реализованных в данном розыгрыше дуг возвратов (b,l) определяется новое значение $T_l=T_b$ при условии, что продолжительность t_{bl} дуги возврата равна нулю; в противном случае $T_{l'}$ определяется из соотношения $T_l \max\{T_l, T_b, +t_{bl}\}$.

После реализации возврата процедура Форда продолжается с вершины наименьшего ранга, в которую произошел возврат, и осуществляется для всех вершин подграфа G^*. При этом следует учитывать, что длительность доработок t_{ij}^g: изменяется: $t_{ij}^g = t_{ij} \times \alpha_{ij}$.

Наряду с определением раннего времени наступления события в каждой частной реализации стохастического графа формируются средние значения $E(T_i)$ и дисперсии $D(T_i)$ раннего срока свершения каждого события.

Для определения позднего времени T_i^n свершения событии достаточно сменить в графе ориентацию всех дуг, в том числе и дуг возвратов, на противоположную и для полученного обратного графа определить раннее время первого наступления события в каждой реализации (T_i^*). После этого очевидным образом определяется математическое ожидание позднего времени наступления события *i* исходного графа:

$$E(T_i^n) = E(T_n) - E(T_i^*), \qquad (2)$$

где $E(\ldots)$ – математическое ожидание представленной в скобке величины; $E(T_n)$ – математическое ожидание раннего времени наступления последнего события графа, или, что то же самое, средняя продолжительность критического пути стохастического графа.

Проведение достаточного числа реализаций стохастической модели дает возможность построить эмпирическую функцию распределения $F(T_n)$ случайной величины T_n – продолжительности критического пути графа. Так, оказывается возможным обоснованно прогнозировать срок завершения всего процесса разработки: процесс будет завершен к сроку $T°$ с вероятностью $F(T°)$. Такие прогнозы могут относиться не только к конечному, но и к любому интересующему нас промежуточному событию графа.

(Б). Суммарные затраты S на выполнение проекта с возможными возвратами на доработку (стоимость проекта) складываются из двух частей: затрат на выполнение работ проекта без учета доработок (S_1) и затрат на выполнение доработок (S_2).

Если на каждой дуге $(i, j) \in U_1$ заданы суммарные затраты S_{ij},связанные с выполнением данной работы, то затраты S_1 на выполнение проекта при отсутствии доработок определяются очевидным образом:

$$S_1 = \sum_{j,i \in U_1} s_{ij} . \qquad (3)$$

Возвраты на доработку при реализации проекта увеличивают затраты на проект на величину S_2, которая в отличие от S_1 является случайной и зависит от количества и структуры доработок. Используя метод статистических испытаний для оценки величины S_2, легко получить суммарные затраты на доработку в l-м испытании. Пусть в l-м испытании реализуется дуга возврата (b, l), что означает повторное выполнение работ подграфа G_{bl} и, следовательно, увеличение затрат на величину $\sum_{(ij) \in G_{bl}} s_{ij} \times \alpha_{ij}$. Если $U_2^l = \{(b, e)\}$ – подмножество реализованных в l-м испытании дуг возврата, то суммарные затраты, обусловленные выполнением доработок при l-й реализации алгоритма, определяются следующим образом:

$$S_2^l = \sum_{(b,l) \in U_2^l} \left(\sum_{(i,j) \in G_{bl}} s_{ij} \times \alpha_{ij} \right). \qquad (4)$$

Тогда общие затраты на выполнение проекта в l-м испытании равны

$$S^l = S_1 + S_2^l . \qquad (5)$$

На основании полученной по результатам испытаний выборки значений $S_1, \ldots, S_N$ может быть построена функция распределения $\psi(S)$, которая позволяет оценить вероятность Ps, реализации проекта с суммарными затратами, не превышающими S рублей, и определить удельный вес затрат на доработку в общей сумме затрат – $\left(1 - \frac{S_1}{S}\right)$.Кроме того, можно решить обратную задачу: определить вероятность того, что затраты на выполнение проекта не превысят установленной суммы S рублей.

При определении стоимости проекта принимается, что издержки, связанные с возвратами на доработку, равны нулю, т. е. $S_{bl}=0$. Но в действительности дуга возврата (b, l) может порождать целый комплекс дополнительных работ (подграф G_b, который в общем случае не принадлежит графу $G(I, U)$) и, следовательно, может оказать влияние на величину суммарных затрат. Этот факт сравнительно легко может быть учтен при моделировании процесса, если определена структура подграфа G_b и затраты на выполнение его работ (демонтаж, выявление причин неудачи и т. д.).

(В). Суммарные денежные затраты – обобщенный показатель затрат на данную разработку. Пусть при выполнении проекта используются r различных ресурсов, ежедневное наличие которых $B_1(t), B_2(t), \ldots \ldots, B_r(t)$ задано. На каждой работе (i, j) используется лишь один из этих ресурсов – k, причем известна постоянная интенсивность ρ_{ij}^k его использования на данной работе (т.е. количество k-го ресурса, используемое на этой работе в единицу времени) и продолжительность t_{ij} выполнения данной работы. Задача заключается в определении математического ожидания потребности в ресурсах по календарным периодам с учетом реализации возвратов (т.е. в составлении графика загрузки подразделений) и в сопоставлении этих потребностей с наличными ресурсами.

На всех работах используется один и тот же ресурс (т.е. $r=1$) и длительности работ измеряются в тех же календарных единицах, с разбивкой на которые строится график загрузки, т.е. если определяется ежедневная потребность в ресурсах, то и длительность работ измеряется в днях.

Для построения графика загрузки в предположении, что начало каждой работы *(i, j)* совпадает с ранним временем T_i наступления события i, необходимо определить фронт работ $\Phi(t)$ в каждый промежуток времени $t=1(1)T°$, где $T°$ – срок разработки проекта, и просуммировать используемый на этих работах ресурс (точнее, интенсивности его использования).

Под фронтом работ $\Phi(t)$ будем понимать совокупность работ, которые одновременно могут производиться в период t:

$$\Phi(t) = \Phi_1 \cap \Phi_2 = \{(i,j): T_i = t\} \cup \{(i,j): T_i < t\} \cap (t_{ij} > t - T_i)\}, \qquad (6)$$

где Φ_1 – множество работ, которые могут быть начаты в период t; Φ_2 – ранее начатые, но еще не законченные работы (предполагается, что работы не могут быть прерваны); T_i – раннее время свершения события i.

Алгоритм. 1. Определяется фронт работ для $t=1$ в предположении, что граф имеет одну начальную вершину с номером 1 и $T_1 = 0$:

$$\Phi_{(1)} = \Phi_1 = \{(1,j) \in U_{(1)}\}. \qquad (7)$$

2. Определяется потребность в ресурсе на первый период:

$$R_1 = \sum_{(i,j)\in\Phi(1)} \rho(i,j). \qquad (8)$$

3. Определяется потребность в ресурсе b_t, на последующие периоды $t>1$ для выполнения ранее начатых работ из $\Phi(1)$, т.е. для каждой работы $(1, j)$, у которой $t1j>1$, изменяются параметры $bt,\ t=2,\ \ldots,\ t_{1j}$

$$b_t := b_t + \rho_{1j}. \qquad (9)$$

Алгоритм заканчивается при достижении конечной вершины графа. Полученный массив $\{R_t^n\}$, $t=1, \ldots, T°$ и есть график загрузки при однократной реализации стохастического графа. Проведение N статистических испытаний позволяет определить математическое ожидание $E(Rt)$ потребности в ресурсе по календарным периодам.

Список источников

1. Белоусов, В.Е. Прогнозирование контингента аспирантов с использованием многокритериального анализа временных рядов [текст] /В.Е. Белоусов, Л.Н. Крахт // Управление в организационных системах. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 2009. – С. 140 – 144.

2. Афанасьев, В.Н. Анализ временных рядов и прогнозирование [текст] / В.Н. Афанасьев, М.М. Юзбашев. – М.: Финансы и статистика, 2001.

VALUATION MODEL OF QUALITY CHARACTERISTICS AND EFFICIENCY BUSINESS PROCESS

Tsaregorodtseva Olga Vladimirovna,
Post-graduate student of the Chair of construction management of Voronezh State of Architecture and Construction University;
Ol_car76@rambler.ru

The paper presents a model of the functioning of systems that have cycles of type «control-revision», can be used stochastic graphs with returns.
Keywords: stochastic graph, additional costs, Ford's algorithm.