

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

УДК 330.46:519.71

КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ МИНЕРАЛЬНО-СЫРЬЕВОГО КОМПЛЕКСА РОССИИ¹

Светуныков Сергей Геннадьевич,

доктор экономических наук, профессор кафедры организации и управления Национального минерально-сырьевого университета «Горный»; sergey@svetunkov.ru

Предлагается модель экономической динамики нового типа – с использованием моделей комплексных переменных. В статье показывается, что, используя свойства комплексных переменных, можно построить адекватную модель динамики экономических систем.

Ключевые слова: модель экономической динамики, комплексные переменные, траектории развития, производственные функции.

Изучение возможных перспектив развития отраслей минерально-сырьевого комплекса является важной задачей для отечественной экономики, поскольку её ярко выраженная сырьевая ориентация стала уже очевидной. Из всего многообразия экономико-математических методов и моделей, которые могут использоваться для решения данной цели, мы используем модели и методы комплекснозначной экономики – раздела ЭММ, который оперирует в основном комплексными переменными [1]. Применительно к моделям экономической динамики это означает использование производственных функций и ряда других уравнений и зависимостей в комплекснозначной форме.

Поскольку комплекснозначное представление экономических взаимосвязей отличается значительным разнообразием, будем пользоваться основным научным принципом: рассматривать модели, последовательно переходя от простой формы к сложной. Для того чтобы избежать проблемы с неоднородностью используемых комплекснозначных функций, сразу же оговоримся, что все переменные приведены изначально к безразмерным величинам.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 13-06-00316 «Комплекснозначный анализ эффективности развития минерально-сырьевого комплекса России»

Рассмотрим, прежде всего, производственную функцию.

По аналогии с производственными функциями действительных переменных будем рассматривать только два производственных ресурса – капитальные ресурсы и трудовые.

Богатство комплекснозначного представления социально-экономических процессов при их моделировании проявляется в том, что две переменные, отражающие разные стороны одного и того же процесса, могут быть представлены в комплексной форме как одна переменная.

С учётом этого капитальные ресурсы целесообразно представить в виде активной части основных производственных фондов K_0 и пассивной части основных производственных функций K_1 :

$$K_{0t} + iK_{1t}. \quad (1)$$

Точно также и трудовые ресурсы, используемые для моделирования производства, целесообразно разделить на их активную часть, труд непосредственно участвующий в производстве, то есть основной производственный персонал L_0 , и на пассивную часть, к которой следует отнести непроизводственный персонал L_1 :

$$L_{0t} + iL_{1t}. \quad (2)$$

Комплексный производственный результат, который в области действительных переменных представлен только переменной, отражающей объём произведённой продукции, в нашем случае также может быть представлен как две действительные переменные, объединённые в одну комплексную переменную. Поскольку мы строим модель применительно к минерально-сырьевому комплексу и его основным отраслям, логично было бы валовой отраслевой продукт Q рассмотреть как сумму конечного продукта отрасли Y_0 и промежуточного продукта Y_1 :

$$Y_{0t} + iY_{1t}. \quad (3)$$

Тогда комплекснозначная производственная функция может быть записана в общем виде так:

$$Y_{0t} + iY_{1t} = f[(K_{0t} + iK_{1t}), (L_{0t} + iL_{1t})]. \quad (4)$$

В простой линейной форме она будет иметь вид:

$$Y_{0t} + iY_{1t} = a_0 + ia_1 + (\alpha_0 + i\alpha_1)(K_{0t} + iK_{1t}) + (\beta_0 + i\beta_1)(L_{0t} + iL_{1t}). \quad (5)$$

Для того чтобы построить модель экономической динамики, необходимо описать влияние производственных результатов на производственные ресурсы следующего производственного цикла.

Прежде всего, отметим, что валовой промежуточный продукт характеризует издержки отраслевого производства, а валовой конечный продукт отрасли направляется на потребление C (дивиденды, премии и вознаграждения и т.п.) и накопление I (производственные инвестиции):

$$I_t = \eta Y_{0t}, C_t = (1 - \eta) Y_{0t}. \quad (6)$$

Здесь коэффициент η характеризует отраслевую склонность к накоплению. Очевидно, что он лежит в пределах от нуля до единицы. Если он равен

единице, то вся отраслевая прибыль направляется исключительно на накопление основного капитала. В том случае, когда он равен нулю, вся отраслевая прибыль пускается на потребление (проедается).

Производственные инвестиции I_t могут быть направлены в основной капитал и способствовать его приросту ΔK_{t+1} (строительство, реконструкция, модернизация), а также могут быть направлены и в нематериальные активы и человеческий капитал, что очевидно оказывает влияние на прирост трудовых ресурсов ΔL_{t+1} . Это можно описать с помощью комплекснозначной функции действительного аргумента:

$$\Delta K_{t+1} + i\Delta L_{t+1} = F(I_t). \quad (7)$$

Поскольку мы рассматриваем простой случай – линейные комплекснозначные зависимости, то (7) может быть записано так:

$$\Delta K_{t+1} + i\Delta L_{t+1} = (\gamma + i(1 - \gamma))I_t. \quad (8)$$

Здесь коэффициент пропорциональности γ характеризует склонность к инвестициям в основной капитал. По своему смыслу этот коэффициент лежит в пределах от нуля до единицы, причём если он равен нулю, то все инвестиции идут в прирост человеческого капитала, а если он равен единице, то все инвестиции направляются в основные производственные фонды.

Инвестиции в основной капитал, который представлен как комплексная переменная (1), очевидно, могут быть направлены и в его активную часть, и в его пассивную часть. Учтёт это можно, введя коэффициенты:

– v_0 , характеризующий долю инвестиций в активную часть основных производственных фондов, и

– v_1 , характеризующий долю инвестиций в пассивную часть основных производственных фондов.

С учётом этого инвестиции в основной капитал можно записать так:

$$\Delta K_{0t+1} + i\Delta K_{1t+1} = (v_0 + iv_1)\Delta K_{t+1}, \quad (9)$$

где выполняются очевидные ограничения и равенство:

$$v_0 + v_1 = 1, \quad 0 \leq v_0 \leq 1, \quad 0 \leq v_1 \leq 1. \quad (10)$$

Но изменение капитальных ресурсов происходит не только за счёт ввода новых производственных мощностей, но и за счёт выбытия и переоценки их стоимости в текущем году. Эта составляющая также может быть описана с помощью коэффициента выбытия и переоценки фондов μ . Как показали наши исследования, выделить из этого коэффициента ту часть, которая связана с выбытием ОПФ и ту часть, которая связана с переоценкой ОПФ, в реалиях отечественной экономики не представляется возможным. Госкомстат осуществляет переоценку стоимости основных фондов по методике, формализованное описание которой и её включение в модель представляет собой самостоятельную сложную задачу, выходящую за рамки данных исследований.

Поскольку основные производственные фонды нами разделяются на их активную и пассивную составляющие, выбытие и переоценку фондов следует считать отдельно по этим двум составляющим:

$$\mu_0 K_{0t} + i\mu_1 K_{1t}. \quad (11)$$

Здесь μ_0 – коэффициент выбытия и переоценки активной части основных производственных функций, а μ_1 – коэффициент выбытия и переоценки пассивной части основных производственных функций.

С учётом этого и (9) общая динамика капитала будет описана так:

$$K_{0t+1} + iK_{1t+1} = (v_0 + iv_1)\Delta K_{t+1} + (\mu_0 K_{0t} + i\mu_1 K_{1t}). \quad (12)$$

Трудовые ресурсы L_{t+1} могут быть определены через их размер в текущем году L_t с учётом годового темпа прироста и влияния инвестиций в человеческий капитал. Для стабильно растущих производств рост трудовых ресурсов осуществляется «от достигнутого», поэтому величина основного производственного персонала L_0 и величина непроизводственного персонала L_1 на следующий год несколько увеличиваются по сравнению с их размером в данном году. В то же время в этой динамике в современном мире наблюдается тенденция – рост производственного персонала несколько меньше роста непроизводственного персонала.

Это влияние как нельзя лучше может быть описано в комплекснозначной форме:

$$\Delta L_{0t+1} + i\Delta L_{1t+1} = (\varphi_0 + i\varphi_1)(L_{0t} + iL_{1t}), \quad (13)$$

ведь оно равносильно такой системе:

$$\begin{cases} \Delta L_{0t+1} = \varphi_0 L_{0t} - \varphi_1 L_{1t}, \\ \Delta L_{1t+1} = \varphi_1 L_{0t} + \varphi_0 L_{1t}, \end{cases} \quad (14)$$

из которой видно, что рост основного производственного персонала будет меньше роста непроизводственного персонала.

Прирост трудовых ресурсов за счёт инвестиций в человеческий капитал ведёт к росту как основного производственного персонала, так и неосновного персонала:

$$(\rho_0 + i\rho_1)\Delta L_{t+1}. \quad (15)$$

Теперь, с учётом (13) и (15), получим для трудовых ресурсов:

$$L_{0t+1} + iL_{1t+1} = (\varphi_0 + i\varphi_1)(L_{0t} + iL_{1t}) + (\rho_0 + i\rho_1)\Delta L_{t+1}. \quad (16)$$

Теперь получена линейная комплекснозначная модель экономической динамики. Приведём ниже все уравнения и неравенства этой модели без указания на их нумерацию:

$$Y_{0t} + iY_{1t} = a_0 + ia_1 + (\alpha_0 + i\alpha_1)(K_{0t} + iK_{1t}) + (\beta_0 + i\beta_1)(L_{0t} + iL_{1t}),$$

$$I_t = \eta Y_{0t}, C_t = (1 - \eta)Y_{0t}, \quad 0 \leq \eta \leq 1,$$

$$\Delta K_{t+1} + i\Delta L_{t+1} = (\gamma + i(1 - \gamma))I_t, \quad 0 \leq \gamma \leq 1,$$

$$K_{0t+1} + iK_{1t+1} = (v_0 + iv_1)\Delta K_{t+1} + (\mu_0 K_{0t} + i\mu_1 K_{1t}),$$

$$v_0 + v_1 = 1, \quad 0 \leq v_0 \leq 1, \quad 0 \leq v_1 \leq 1,$$

$$L_{0t+1} + iL_{1t+1} = (\varphi_0 + i\varphi_1)(L_{0t} + iL_{1t}) + (\rho_0 + i\rho_1)\Delta L_{t+1}.$$

Получена простая линейная комплекснозначная модель экономической динамики. Но поскольку в этой модели имеется замкнутый цикл, то неко-

торые взаимосвязи по своей сути представляют авторегрессионные зависимости, которые имеют нелинейный характер. Поэтому данная линейная комплекснозначная модель экономической динамики может описывать как линейные, так и нелинейные траектории экономического развития. Продемонстрируем пригодность данной модели для моделирования экономики на нескольких условных примерах.

Зададимся начальными условиями для исходных переменных задачи: $K_0=5, K_1=1, L_0=5, L_1=1$. Теперь зададим значения коэффициентов модели:

$$a_0 = 2,2; a_1 = 2,2; \alpha_0 = 1,5; \alpha_1 = 0,5; \beta_0 = 1,5; \beta_1 = 0,5;$$

$$\eta = 0,14; \gamma = 0,8; \nu_0 = 0,7; \nu_1 = 0,3; \mu_0 = 0,9; \mu_1 = 0,9;$$

$$\varphi_0 = 0,8; \varphi_1 = 0,2; \rho_0 = 0,8; \rho_1 = 0,2.$$
(17)

При таких начальных условиях и значениях коэффициентов моделируется поступательное развитие условной экономической системы (табл. 1).

Таблица 1

Результаты условного примера при коэффициентах (17)

t	K_0	K_1	L_0	L_1	Y_0	Y_1
1	5,77	1,44	4,26	1,39	16,20	10,20
2	6,43	1,83	3,63	1,63	15,83	11,47
3	7,01	2,17	3,09	1,75	15,56	12,42
4	7,52	2,47	2,64	1,80	15,38	13,13
5	7,96	2,74	2,27	1,79	15,30	13,68
6	8,37	2,98	1,98	1,74	15,29	14,11
7	8,73	3,20	1,76	1,68	15,36	14,46
8	9,08	3,40	1,58	1,60	15,50	14,76
9	9,40	3,59	1,46	1,53	15,69	15,03
10	9,71	3,76	1,37	1,46	15,93	15,30
11	10,01	3,93	1,31	1,40	16,21	15,57
12	10,30	4,09	1,28	1,34	16,52	15,85
13	10,59	4,25	1,27	1,29	16,86	16,14
14	10,88	4,40	1,27	1,26	17,22	16,45
15	11,18	4,55	1,29	1,23	17,60	16,77
16	11,47	4,70	1,31	1,22	18,00	17,11
17	11,76	4,85	1,34	1,21	18,41	17,47
18	12,06	5,00	1,37	1,20	18,82	17,84
19	12,37	5,15	1,41	1,21	19,25	18,22
20	12,67	5,29	1,45	1,22	19,68	18,62

Изменение коэффициентов модели ведёт к очевидному изменению траектории развития моделируемого объекта. Поскольку интерес представляет влияние на результаты динамики управляемых коэффициентов модели, то

рассмотрим только один из них. Принципиально важным является коэффициент η , названный отраслевой склонностью к накоплению. По экономическому смыслу этого коэффициента его рост ведёт к увеличению инвестиций в капитал и труд, и это должно вести к росту производства, а его уменьшение ведёт к снижению всех показателей. Проверим, выполняется ли это свойство в модели.

В первом случае было принято, что отраслевая склонность к накоплению равна $\eta=0,14$. Оставим все коэффициенты модели и начальные условия без изменений, а увеличим коэффициент отраслевой склонности к накоплению до $\eta=0,20$. В этом случае моделируется нелинейный рост всех показателей (табл. 2).

Таблица 2

Результаты моделирования при увеличенной склонности к накоплению
 $\eta=0,20$

t	K_0	K_t	L_0	L_t	Y_0	Y_t
1	6,31	1,68	4,42	1,43	16,20	10,20
2	7,56	2,31	3,93	1,72	16,75	12,23
3	8,75	2,92	3,53	1,91	17,41	13,99
4	9,92	3,50	3,21	2,02	18,21	15,58
5	11,07	4,07	2,98	2,09	19,13	17,05
6	12,22	4,63	2,82	2,13	20,19	18,47
7	13,40	5,19	2,73	2,16	21,38	19,87
8	14,60	5,76	2,69	2,18	22,71	21,29
9	15,85	6,35	2,71	2,21	24,16	22,77
10	17,15	6,95	2,77	2,24	25,75	24,31
11	18,51	7,57	2,87	2,29	27,48	25,95
12	19,94	8,22	3,01	2,36	29,34	27,69
13	21,46	8,91	3,17	2,44	31,33	29,54
14	23,06	9,62	3,37	2,53	33,47	31,53
15	24,76	10,38	3,58	2,65	35,76	33,65
16	26,56	11,17	3,82	2,78	38,20	35,91
17	28,48	12,01	4,09	2,94	40,80	38,33
18	30,51	12,90	4,37	3,11	43,57	40,91
19	32,67	13,85	4,67	3,29	46,51	43,65
20	34,96	14,84	5,00	3,50	49,64	46,58

Уменьшим теперь коэффициент отраслевой склонности к накоплению на такую же величину 0,06 до $\eta=0,08$. В этом случае, как и должно быть, моделируется нелинейное уменьшение показателей (табл. 3).

Таблица 3

Результаты моделирования при уменьшенной склонности к накоплению
 $\eta=0,08$

t	K_0	K_1	L_0	L_1	Y_0	Y_1
1	5,32	1,25	4,00	1,33	16,20	10,20
2	5,54	1,45	3,17	1,48	14,89	10,72
3	5,68	1,60	2,47	1,53	13,79	10,95
4	5,76	1,72	1,91	1,49	12,86	10,96
5	5,79	1,81	1,45	1,40	12,09	10,84
6	5,79	1,87	1,10	1,28	11,46	10,64
7	5,76	1,92	0,82	1,16	10,95	10,38
8	5,72	1,96	0,61	1,02	10,53	10,11
9	5,66	1,98	0,45	0,90	10,20	9,83
10	5,59	2,00	0,33	0,78	9,92	9,57
11	5,52	2,01	0,25	0,67	9,70	9,33
12	5,45	2,01	0,19	0,58	9,52	9,11
13	5,38	2,01	0,16	0,50	9,37	8,91
14	5,31	2,01	0,14	0,43	9,25	8,73
15	5,24	2,01	0,12	0,37	9,14	8,58
16	5,17	2,00	0,12	0,32	9,05	8,45
17	5,10	2,00	0,12	0,28	8,97	8,33
18	5,04	1,99	0,13	0,25	8,90	8,24
19	4,98	1,98	0,13	0,23	8,83	8,15
20	4,93	1,97	0,14	0,21	8,77	8,07

Таким образом, линейная комплекснозначная модель экономической динамики в целом правильно описывает экономическую суть производственных процессов и может быть использована на практике. Для этого необходимо с помощью методов комплекснозначной эконометрики [1] оценить коэффициенты модели, после чего осуществлять многовариантные расчёты.

Развитие предложенной модели видится в учёте нелинейности при формировании производственной функции и других взаимосвязей.

Список источников

1. Svetunkov, Sergey. Complex-Valued Modeling in Economics and Finance- Springer Science + Business Media [текст] / Sergey Svetunkov. – New York, 2012. – 318 p.
2. Светуных, С.Г. Производственные функции комплексных переменных [текст] / С.Г. Светуных, И.С. Светуных. – М.: ЛКИ, 2008. – 136 с.

COMPLEX-VALUED MODELS OF ECONOMIC DYNAMICS OF A RUSSIAN MINERAL RESOURCES SECTOR

Svetunkov Sergey Gennadevich,

Dr. Sc. of Economy, Professor of the Chair Organization and Management, National University of mineral resource «Mountain», St. Petersburg; sergey@svetunkov.ru

Propose a model of economic dynamics of a new type - using models of complex variables. The article shows that, using the properties of complex variables, we can construct an adequate model of the dynamics of economic systems.

Keywords: the model of economic dynamics, complex variables, the trajectories of development, production functions.