УДК 51-77

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВАРИАНТЫ МОДЕЛИ (B,S,I)-РЫНКА

Давнис Валерий Владимирович,
доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
vdavnis@mail.ru

Коротких Вячеслав Владимирович,
аспирант кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; v.v.korotkikh@gmail.com

В статье приведен анализ концепции (B,S)-рынка. Представлена критика биномиальной модели (B,S)-рынка. Исследованы возможности адекватного модельного представления фондового рынка с применением аппарата эконометрического моделирования в условиях гипотезы альтернативных ожиданий. Разработаны специальные эконометрические модели (B,S,I)-рынка, отражающие заданные инвестиционные свойства.

Ключевые слова: (B,S)-рынок, биномиальная модель (B,S)-рынка, биномиальная модель эволюции цен, гипотеза альтернативных ожиданий, эконометрическая модель эволюции цен, (B,S,I)-рынок.

1. Введение

Механизм функционирования фондового рынка в вероятностно-статистическом смысле наиболее полно представлен в математической модели (B,S)-рынка. Вокруг модели (B,S)-рынка выстроен ряд важных следствий, лежащих в основе большинства математических моделей принятия решений на фондовом рынке. Для (B,S)-рынка термины «стратегия инвестора», «капитал портфеля», «самофинансируемый портфель», «безарбитражность», «хеджирование» получили математические интерпретации, использующие стохастические последовательности.

2. Обзор литературы

В настоящее время развитию теории (B,S)-рынка уделяется достаточное внимание. Основные положения теории систематизированы и изложены в исследовании [15]. В серии работ [6-8, 13] раскрывается сущность математической модели (B,S,F)-рынка, учитывающей наличие потока платежей и оплату коротких продаж, а также установлены некоторые условия полноты и безарбитражности рассматриваемого рынка. Изучению свойств (B,S)-рынка при нарушении условий рыночной полноты и безарбитражности посвящены работы [9-12, 14]. В частности, в них исследуются вопросы недостаточной адекватности модельного представления эволюции цен рисковых активов в ходе биржевых торгов посредством биномиального механизма эволюции цен в условиях неполного (B,S)-рынка. Обсуждаются способы учета влияния рыночных трендов на механизм эволюции цен рисковых активов. Высказываются аргументы в пользу наделения модели (B,S)-рынка адаптивными свойствами.

3. Эконометрическое моделирование (B,S)-рынка

3.1. Модель (B,S)-рынка

Вероятностно-статистическое описание рынка, функционирующего в условиях неопределенности, предполагает использование фильтрованного вероятностного пространства $\left(\Omega, \mathrm{I}, (\mathrm{I}_t)_{t\ge 0}, \mathrm{P}\right)$. (B,S)-рынок по определению состоит из $M+1$ актива: M рисковых активов $S=\left(S^1,\ldots,S^M\right)$ и безрискового актива B. Эволюции цен активов на (B,S)-рынке представляют собой положительные стохастические последовательности.

$$B=\left(B_t\right)_{t\ge 0}, \tag{1}$$

$$S^i=\left(S_t^i\right)_{t\ge 0}, \quad i=\overline{1,M}. \tag{2}$$

Ключом к пониманию различий в природе двух этих типов активов являются следующие утверждения. При $t\ge 1$ B_n становятся I_{t-1}-измеримыми, что необходимо дает предсказуемость B_t уже в момент времени $t-1$. Что касается величины S_t^i, то она является I_t-измеримой, и следовательно ее значения становятся известными только по наступлению момента t.

Эволюция цен при $t\ge 1$ протекает дискретно согласно уравнениям, полагая, что r_t – I_{t-1}-измеримыми; ρ_t^i – I_t-измеримыми.

$$B_t=B_0\prod_{k=1}^{t}\left(1+r_k\right), \tag{3}$$

$$S_t^i=S_0^i\prod_{k=1}^{t}\left(1+\rho_k^i\right), \quad i=\overline{1,M}, \tag{4}$$

где $B_0, S_0^i>0$.

Модель (B,S)-рынка полезна для понимания процесса рыночного ценообразования, однако она не дает детерминированного представления эволюции цен, что затрудняет ее применение в практических задачах фондового менеджмента (формирование портфеля, оценка справедливой цены опциона и др.).

3.2. Биномиальная модель (B,S)-рынка

Биномиальная модель (B,S)-рынка [2], будучи чрезмерной абстракцией реального рынка, играет важную роль в финансовой математике как инструмент, дающий возможность полного расчета большинства финансовых характеристик (справедливой цены опционного контракта, хеджирующих стратегий и пр.). Рассмотрим упрощения, позволяющие оценить параметры ценовой эволюции и представить ее в этой модели как детерминированную последовательность.

Первое модельное упрощение касается того, что в рамках биномиальной модели (B,S)-рынка многообразие финансовых операций сводится к операциям с банковским счетом («безрисковым» активом) и акцией («рисковым» активом), принципиальное разделение которых осуществляется согласно измеримости ставок r и ρ.

Второе упрощение затрагивает дискретный механизм эволюции цен активов. Прежде всего, в биномиальной модели (B,S)-рынка банковская ставка r_t не изменяется, делая справедливым выражение $r_t \equiv r = const$. Ставка $\rho = (\rho_t)_{t \geq 1}$ является бернуллиевской последовательностью iid-величин, принимающих одно из двух значений:

$$\rho_t = \begin{cases} r_u, & \\ r_d, & \end{cases} \quad r_u > r_d \tag{5}$$

с вероятностями $p = \mathsf{P}(\rho_t = r_u)$ и $q = \mathsf{P}(\rho_t = r_d)$ соответственно.

Предположение о том, что вероятностная мера определяется бернуллиевской вероятностью нужно для того, чтобы легче осуществлялись преобразования и значительно упростились расчетные схемы, используемые, например, при определении риск-нейтральной стоимости опциона.

Принимая эти упрощения, необходимо определенным образом уточнить вероятностное пространство $(\Omega, \mathsf{I}, (\mathsf{I}_t)_{t \geq 0}, \mathsf{P})$. Рассмотренное ранее вероятностное пространство событий вырождается в пространство двоичных последовательностей [15] с множеством событий $\Omega = \{r_u, r_d\}^{\infty}$. Вероятностная мера P с необходимостью определяется бернуллиевской вероятностью p.

Приведенные модельные упрощения приводят к значительному снижению возможности адекватного воспроизведения эволюции цен на рынке.

3.3. Критика биномиальной модели (B,S)-рынка

Сформулируем ряд замечаний в адрес приведенной биномиальной модели (B,S)-рынка.

Замечание 1. Из биномиальной модели (B,S)-рынка напрямую не следует несмещенность оценки риск-нейтральной цены опциона. Одной из возможных причин смещения может быть явное игнорирование реального тренда цены базового актива при построении биномиального дерева. И хотя некоторый усредненный рыночный тренд все же учитывается в риск-нейтральных вероятностях, вопрос о тесноте связи этого тренда и реального тренда моделируемого процесса оставлен без внимания.

Замечание 2. Отсутствие возможности рекуррентного пересчета оценок финансовых характеристик активов, так как биномиальная модель (B,S)-рынка предназначена для однократного расчета. Каждый новый расчет делается как бы с чистого листа без взаимосвязи с предыдущим расчетом.

Замечание 3. Противоречивые требования к величинам r_u *и* r_d. С одной стороны, указанные величины рассматриваются как постоянные на протяжении всего периода обращения опциона, и вопрос их возможного изменения в рамках модели не рассматривается. В то же время определяющая их волатильность не является постоянной величиной, поэтому отвечающие в модели за отражение изменчивости цены актива характеристики должны с течением времени изменять свои значения.

Замечание 4. Неудачный компромисс между модельным упрощением рыночного процесса и сохранением адекватности его модельного представления. Как было сказано ранее, биномиальная модель (B,S)-рынка рассматривает только два элементарных события, обуславливающих рост на фиксированную величину r_u или падение на r_d. Безусловно, альтернативность будущего намного богаче. Предположение о том, что ρ_t^i может принимать любые значения из множества $\left[r_u^i, r_d^i\right]$, представляется нам более правдоподобным и может быть реализовано при построении эконометрической модели.

Кроме того, исследования, посвященные вопросу определения вероятностной меры P, а также разработке специальных процедур для идентификации в каждом конкретном случае значений $p = \mathsf{P}(\rho_t = r_u)$ и $q = \mathsf{P}(\rho_t = r_d)$, являются актуальными. На эти вопросы обращено внимание и в [15], где отмечена возможность более реалистичных предположений, смысл которых в том, что на $\left(\Omega, \mathsf{I}, (\mathsf{I}_t)_{t\geq 0}\right)$ следует задавать не одну вероятностную меру P, а целое семейство таких мер $\mathsf{P} = \{\mathsf{P}\}$, которые в соответствии со свойством вероятности должны принимать значения $p = \mathsf{P}(\rho_t = r_u)$, лежащие в интервале (0,1). К сожалению, данное замечание остается без должного внимания.

3.4. Общие требования к спецификации эконометрической модели

Требования к свойствам эконометрической модели, являющейся конституирующим элементом эконометрической модели (B,S)-рынка, нуждаются в отдельном рассмотрении. Анализ модели (B,S)-рынка позволяет сделать вывод, в соответствии с которым ее эконометрический вариант должен в обязательном порядке отражать два свойства эволюции цен базового актива: дискретное изменение и непрерывное. Этими свойствами, например, обладает модель Л. Башелье [1]:

$$dS = \mu S dt + \sigma S \sqrt{dt}\,\varepsilon(0,1), \tag{6}$$

являющаяся базисом стохастического исчисления в финансах.

Идеи, предложенные Л. Башелье и его последователями, получили развитие в работе [12], где был разработан эконометрический аналог дифференциального уравнения в пространстве доходностей:

$$r_t = \varphi(\rho_t) + \sum_j d_j x_{tj} + \delta_t, \tag{7}$$

где $x_{tk} = \begin{cases} +1 & при \quad r_t - \varphi(\rho_t) - \sum\limits_{j<k} d_j x_{tj} \geq 0, \\ -1 & при \quad r_t - \varphi(\rho_t) - \sum\limits_{j<k} d_j x_{tj} < 0. \end{cases}$

Фактически мы действуем в условиях *гипотезы альтернативных ожиданий*. В соответствии с ней предполагается, что в каждый момент времени на рынке под влиянием в точности неизвестного информационного потока доходность актива может отклоняться в одном из возможных направлений относительно существующего тренда. В соответствии с гипотезой для восстановления неизвестного, но имевшего место в прошлом, информационного потока удобно пользоваться *индикатором альтернативных ожиданий* x_{ik}.

Структура доходности, в соответствии с приведенным эконометрическим уравнением, имеет непрерывную детерминированную и дискретную вероятностно детерминированную рисковую компоненты. Следуя традиции финансовой теории, мы полагаем, что в качестве непрерывной составляющей требуется использовать модель $AR(1)$. Это связано с тем, что на рынке нет постоянно действующих факторов, а воздействие краткосрочных, как правило, мгновенно отражается в ценах активов. Такое представление тренда доходности рискового актива не исключает другие способы описания эволюции цен.

В этой модели риск понимается как часть случайности, которую можно объяснить и оценить ее вероятность. Эту роль выполняет риск-эффект d, характеризующий величину ожидаемого отклонения от детерминированной модели $AR(1)$ траектории. Риск-эффект оказывает симметричное влияние на показатель доходности. Его оценка осуществляется по МНК, что предполагает вычисление характеристики статистической надежности, чего не делается для квадратичных показателей риска.

Основное отличие модели от модели заключается в том, что о корректности первой можно говорить лишь на бесконечно малых отрезках времени dt, а эконометрическая модель без ограничений может использоваться на всем временном интервале, содержащем реально наблюдаемые значения моделируемого процесса.

Помимо названных ранее причин эконометрическое моделирование рыночных процессов предпочтительнее при решении практических задач фондового менеджмента в связи с предусмотренным в его процедуре тестированием на адекватность.

3.5. Специфика эконометрического моделирования (B,S,I)-рынка

Исследования [4, 5] и ряд вычислительных экспериментов [11, 12] показали перспективность идеи использования динамики рынка рисковых активов, аппроксимируемой соответствующим биржевым индексом, в качестве детерминанты динамики отдельно взятого рискового актива. В таком случае при эконометрическом моделировании мы будем рассматривать (B,S,I)-рынок, инвестиционные возможности которого представлены одним безрисковым (B) и M рисковыми активами (S^i), динамика которых в известной степени обусловлена динамикой рынка рисковых активов.

Разнообразие закономерностей, которым следуют рыночные процессы, обуславливает невозможность построения одной универсальной модели их развития. Возникает необходимость разработки нескольких типов моделей с заданными свойствами. Каждый тип должен описывать процессы, подчиняющиеся однородным закономерностям. Ниже предлагаются базовые варианты моделей, которые, на наш взгляд, могут потребоваться при моделировании рыночных процессов и решении практических задач фондового менеджмента.

3.5.1. Модель (B,S,I)-рынка, ориентированная на учет дискретных изменений доходности рынка рисковых активов

Предлагаемая эконометрическая модель (B,S,I)-рынка, ориентированная на *ожидаемые текущие дискретные изменения доходности рынка рисковых активов*, записывается в виде следующих уравнений:

$$B_t = B_{t-1}\left(1+r\right), \tag{8}$$

$$S_t^i = S_{t-1}^i\left(1+\rho_{t-1}\right), \tag{9}$$

$$\rho_t^i = \begin{cases} \alpha_0^i + \alpha_1^i r_{t-1}^i + d^i\left[1-\mathrm{F}\left(\delta_t^I\right)\right], \\ \alpha_0^i + \alpha_1^i r_{t-1}^i - d^i\,\mathrm{F}\left(\delta_t^I\right), \end{cases} \tag{10}$$

$$I_t = I_{t-1}\left(1+r_t^I\right), \tag{11}$$

$$r_t^I = \alpha_0^I + \alpha_1^I r_{t-1}^I + \delta_t^I, \tag{12}$$

где B_t – величина средств на банковском счете в момент времени t; S_t^i – стоимость рискового актива i в момент времени t; I_t – значение индекса рынка рисковых активов в момент времени t; r_t^I – доходность индекса рынка рисковых активов в момент времени t; α_0^I, α_1^I – параметры $AR(1)$ модели доходности индекса рынка рисковых активов; α_0^i, α_1^i – параметры трендовой составляющей i-го актива; d^i – риск-эффект доходности актива i; $\mathrm{F}(\cdot)$ – функция распределения дискретной случайной величины, характеризующей альтернативность динамики доходности i-го актива.

Как следует из формальной записи модели, биржевой индекс выступает в роли важного источника информации о настроениях инвесторов.

В основе локальной корректировки тренда лежит идея вероятностного взвешивания риск-эффекта. Очевидно, что адекватность модели в достаточной мере зависит от точности идентификации вероятностного распределения $\mathrm{F}(\cdot)$. В решении практических задач искомое распределение аппроксимируется с помощью логит-модели [3], параметры которой оцениваются по методу максимального правдоподобия.

Модификация условия в виде

$$\rho_t^i = \begin{cases} \alpha_0^i + \alpha_1^i r_{t-1}^i + \mathrm{E}\left(d^i \mid \delta_t^I\right), \\ -\alpha_0^i - \alpha_1^i r_{t-1}^i - \mathrm{E}\left(d^i \mid \delta_t^I\right), \end{cases} \tag{13}$$

дает еще один возможный вариант эконометрической модели (B,S,I)-рынка, ориентированный на *усредненные ожидаемые дискретные изменения доходности рынка*. Это, естественно, снижает колебания расчетных значений и соответственно снижает колебание финальных результатов, для получения которых использовались результаты моделирования.

Специфика представления рыночного процесса в моделях, учитывающих *дискретные изменения доходности рынка рисковых активов*, такова, что достигаемое в них снижение зашумленности дает преимущества при принятии решений на фондовом рынке в средне- и долгосрочной перспективе.

3.5.2. Модель (B,S,I)-рынка с m-шаговым адаптивным механизмом и дополнительной локальной корректировкой

В основу следующей модели положены оригинальные идеи, представленные в [10]. Краткосрочным инвесторам, в частности тем, кто совершает сделки внутри торгового дня, будет интересна модель:

$$B_t = B_{t-1}\left(1+r\right), \tag{14}$$

$$S_t^i = S_{t-1}^i\left(1+\rho_t^i\right), \tag{15}$$

$$\rho_t^i = \begin{cases} r_{u,t|n}^i, & r_{u,t|n}^i > r_{d,t|n}^i \\ r_{d,t|n}^i, & \end{cases} \tag{16}$$

$$r_{u,t|k}^i = \alpha_{0t}^i + \alpha_{1t}^i r_{t-1}^i + d^i\left(1-\mathrm{F}\left(\delta_{t|k}^I\right)\right), \tag{17}$$

$$r_{d,t|k}^i = \alpha_{0t}^i + \alpha_{1t}^i r_{t-1}^i - d^i\mathrm{F}\left(\delta_{t|k}^I\right), \tag{18}$$

$$I_t = I_{t-1}\left(1+r_t^I\right), \tag{19}$$

$$r_{t+1}^I = \mathbf{r}_t^I \boldsymbol{\alpha}_t^I + \delta_{t+1}^I, \tag{20}$$

$$\delta_{t+1|k}^I = r_{t+1|k}^I - \mathbf{r}_t^I \boldsymbol{\alpha}_t^I, \tag{21}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{t+1}^I = \boldsymbol{\alpha}_t^I + \mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{R}'_{mt}\left(\mathbf{R}_{mt}\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{R}'_{mt} + \kappa\mathbf{I}\right)\boldsymbol{\delta}_{mt+1}, \tag{22}$$

$$\mathbf{C}_{t+1}^{-1} = \kappa^{-1}\left[\mathbf{C}_t^{-1} - \mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{R}'_{mt}\left(\mathbf{R}_{mt}\mathbf{C}_t^{-1}\mathbf{R}'_{mt} + \kappa\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{R}_{mt}\mathbf{C}_t^{-1}\right], \tag{23}$$

где $r_{u,t|k}^i \left(r_{d,t|k}^i\right)$ – величина ожидаемого скачка доходности рискового актива i вверх (вниз) в момент времени k торгового дня t; $\alpha_{0t}^i, \alpha_{1t}^i$ – параметры тренда адаптивной модели доходности рискового актива i в момент времени t; $\boldsymbol{\alpha}_t^I = \left(\alpha_{0t}^I, \alpha_{1t}^I\right)$ – вектор параметров адаптивной модели рыночной доходности в момент времени t; $\delta_{t|k}^I$ – отклонение расчетного значения рыночной доходности от фактически наблюдаемого в момент k торгового дня t; $\mathbf{C}_t^{-1}$ – матрица, обратная к матрице системы нормальных уравнений МНК, получаемая при оценке коэффициентов тренда; $\mathbf{R}'_{mt} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ r_{t-m+1}^I & r_{t-m+2}^I & \dots & r_t^I \end{pmatrix}$ – матрица данных, обрабатываемая за один шаг адаптивного алгоритма; $\boldsymbol{\delta}'_{mt} = \left(\delta_{t-m+1}^I, \delta_{t-m+2}^I, \dots, \delta_t^I\right)$ – вектор столбец отклонений от тренда; κ – настраиваемый параметр адаптации; m – количество наблюдений, обрабатываемых на шаге адаптации; T_0 – номер последнего наблюдения временного ряда, который использовался для построения начального приближения адаптивной модели; $t = T_0+1, \dots, T$ – порядковый номер текущего торгового дня; $k = 1, 2, \dots, n$ – порядковый номер котировки внутри торгового дня.

В данной модели предусмотрено два адаптивных механизма, обеспечивающих корректировку расчетных значений. В соответствии с логикой, которая положена в основу модели, тренд изменяется только между торговыми днями и постоянен внутри торгового дня. Обратная связь в этом адаптивном механизме настроена так, что модель корректируется лишь по факту изменения характера динамики цен закрытия (20)-(23). Очевидно, что в течение торгового дня модель остается неизменной. Рассчитываемые по модели значения корректируются на величину скачка, усредненную по вероятности отклонения $\delta^I_{t|k}$. В этом смысле можно говорить о локальной обратной связи, которая приводит к изменению расчетных значений без изменения самой модели. Эта идея реализуется с помощью (17)-(21).

Приведенная модель предполагает пакетную обработку новых данных при $m>1$. Наиболее удобным, на наш взгляд, способом формирования очередного «пакета данных», отражаемого матрицей $\mathbf{R}_{mt}$ и вектором $\boldsymbol{\delta}_{mt}$, является скользящий способ. В этом случае можно говорить о сглаживании влияния случайной составляющей при корректировке параметров тренда, и как следствие о повышении устойчивости результатов адаптивного моделирования.

Частный случай модели при $m=1$, как правило, оказывается в высокой степени чувствительным к резким изменениям волатильности, нередко завышая расчетные значения при средне- и долгосрочных горизонтах инвестирования. Однако при краткосрочном горизонте эта такая чувствительность оказывается скорее полезной, так как способна улавливать малейшие изменения в динамике и/или делать их упреждающий прогноз.

Благодаря настройке параметра адаптации κ приведенная модель является универсальной и может использоваться инвесторами с учетом индивидуальных горизонтов инвестирования.

3.5.3. Вероятностная модель (B,S,I)-рынка со ступенчатым адаптивным трендом и дополнительной локальной корректировкой

Нужно заметить, что ситуаций, когда у рыночного процесса нет устойчивой тенденции, описывающей эволюцию его характеристик, достаточно много. В силу этого необходимость в разработке специального типа адаптивных эконометрических моделей, ориентированных на воспроизведение закономерностей (B,S,I)-рынка, очевидна.

$$B_t = B_{t-1}\left(1+r\right), \tag{24}$$

$$S^i_t = S^i_{t-1}\left(1+\rho^i_t\right), \tag{25}$$

$$\rho^i_t = \begin{cases} r^i_{u,t|n}, & r^i_{u,t|n} > r^i_{d,t|n} \\ r^i_{d,t|n}, & \end{cases} \tag{26}$$

$$r^i_{u,t|k} = \alpha^i_{0t} + d^i\left(1-\mathrm{F}\left(\delta^I_{t|k}\right)\right), \tag{27}$$

$$r^i_{d,t|k} = \alpha^i_{0t} - d^i\mathrm{F}\left(\delta^I_{t|k}\right), \tag{28}$$

$$I_t = I_{t-1}\left(1+r^I_t\right), \tag{29}$$

$$r^I_{t+1} = \alpha^I_0 + \alpha^I_1 r^I_t + \delta^I_{t+1}, \tag{30}$$

$$\delta^I_{t+1|k} = r^I_{t+1|k} - \left(\alpha^I_{0t} + \alpha^I_1 r^I_t\right), \tag{31}$$

$$\alpha^i_{0t+1} = \alpha^i_{0t} + \mathsf{E}\left(d^i \mid \delta^I_{t+1|n}\right). \tag{32}$$

Модель (24)-(32) строится в предположении, что моделируемый процесс имеет тренд, дискретно изменяющийся с течением времени. В отличие от моделей, построенных на основе рекуррентной схемы МНК, механизм адаптации данной модели основан на использовании вероятностных корректировок параметров модели. Механизм дополнительной локальной корректировки аналогичен тому, который реализован в предыдущих моделях.

Особенность данной модели состоит в отсутствии настраиваемого параметра κ. С одной стороны, это упрощает построение адаптивной эконометрической модели (отсутствует этап обучения), а с другой – несколько снижает ее экстраполяционные возможности.

3.5.4. Адаптивная модель (B,S,I)-рынка с экспоненциальным средним и дополнительной локальной корректировкой

Одним из возможных вариантов приведенной выше модели является адаптивная эконометрическая модель (B,S,I)-рынка с экспоненциальным средним и дополнительной локальной корректировкой. Она проста в понимании и также является универсальным средством модельного представления рыночного процесса:

$$B_t = B_{t-1}\left(1+r\right), \tag{33}$$

$$S_t^i = S_{t-1}^i\left(1+\rho_t^i\right), \tag{34}$$

$$\rho_t^i = \begin{cases} r_{u,t|n}^i, & r_{u,t|n}^i > r_{d,t|n}^i \\ r_{d,t|n}^i, & \end{cases} \tag{35}$$

$$r_{u,t|k}^i = \overline{r}_t^i + d^i\left(1-\mathrm{F}\left(\delta_{t|k}^I\right)\right), \tag{36}$$

$$r_{d,t|k}^i = \overline{r}_t^i - d^i\mathrm{F}\left(\delta_{t|k}^I\right), \tag{37}$$

$$I_t = I_{t-1}\left(1+r_t^I\right), \tag{38}$$

$$r_{t+1}^I = \alpha_0^I + \alpha_1^I r_t^I + \delta_{t+1}^I, \tag{39}$$

$$\delta_{t+1|k}^I = r_{t+1|k}^I - \left(\alpha_{0t}^I + \alpha_1^I r_t^I\right), \tag{40}$$

$$\overline{r}_{t+1}^i = \overline{r}_t^i + \kappa\delta_{t+1|n}^I. \tag{41}$$

В модели (33)-(41) есть настраиваемый параметр, с помощью которого вычисляется экспоненциальное среднее. Это, естественно, повышает экстраполяционные возможности модели, но, как отмечалось выше, требует дополнительного этапа, на котором осуществляется настройка этого параметра. В принципе настраиваемый параметр можно заменить вероятностью и соотношение записать в виде:

$$\overline{r}_{t+1}^i = \overline{r}_t^i + \mathrm{F}\left(\delta_{t+1|n}^I\right)\delta_{t+1|n}^I. \tag{42}$$

В этом случае все адаптивные изменения модели осуществляются с использованием вероятностного распределения. Модели такого типа представляют собой новый тип адаптивных эконометрических моделей, которые с позиций детерминированного подхода несколько теряют в точности воспроизведения наблюдаемых значений, но вполне возможно более точно повторяют механизм воспроизведения ожидаемых значений.

Модель очень удобна для проведения практических расчетов, так как имеет самую простую структуру среди моделей с двойным адаптивным механизмом. Важно также отметить, что модель применима и в тех случаях, когда данные не обнаруживают явных закономерностей, и в тех случаях, когда тренд удается построить в явном виде.

4. Заключение

По нашему мнению, решение практических задач фондового менеджмента определило необходимость разработки прикладных моделей, адекватно представляющих рыночный процесс. Сохранив фундаментальные идеи, заложенные в модели (B,S)-рынка и уравнении Л. Башелье, мы предприняли попытку разработки нескольких типов эконометрических моделей, пригодных для описания однородных рыночных процессов. Модели, претендующие на адекватное отражение рыночных процессов, должны учитывать возможный дрейф характеристик этих процессов. В этих целях в предлагаемых моделях были использованы рекуррентные и вероятностные схемы адаптации, рассмотрены трендовые и лишенные трендовой составляющей процессы.

В качестве одной из детерминант процесса ценовой эволюции рисковых активов рассматривается индекс рынка рисковых активов, содержащий информацию о настроениях инвесторов. В силу этого предложенные эконометрические варианты модели (B,S,I)-рынка, обладая необходимым набором возможностей, имеют явные преимущества перед биномиальной моделью (B,S)-рынка.

В настоящем исследовании проблема выбора одной из предложенных моделей не ставилась, хотя можно дать общие рекомендации по этому вопросу. Поскольку большинство моделей формируется из моделей различных классов (линейного и нелинейного), то выбор модели в конкретной ситуации обуславливается статистической значимостью всех используемых эконометрических моделей, а также статистической значимостью всех рассматриваемых параметров этих моделей.

Список источников

1. Bachelier, L. Theorie de la speculation [текст] / L. Bachelier // Annales de'lEcole Normale Superiuer. – 1900. – V. 17. – P. 21– 86.

2. Cox, J.C. Option pricing: a simplified approach [текст] / J.C. Cox, R.A. Ross, M. Rubinstein // Journal of Financial Economics. – 1979. – V. 7. – № 3. – P. 229 – 263.

3. Cramer, J.S. The Logit Model: An Introduction for Economics [текст] / J.S. Cramer. – London: Arnold, 1991. – 128 p.

4. Sharpe, W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis [текст] / W.F. Sharpe // Management Science. – 1963. – V. 9. – № 2. – P. 277 – 293.

5. Sharpe, W.F. Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk [текст] / W.F. Sharpe // Journal of Finance. – 1964. – Vol. 19. – № 3. – P. 425 – 442.

6. Бронштейн, Е.М. (B,S,F)-рынок и его свойства [текст] / Е.М. Брон-

штейн, Е.Р. Колясникова // Управление риском. – 2009. – № 1. – С. 50 – 64.

7. Бронштейн, Е.М. Модель (B,S,F)-рынка и хеджирующие стратегии [текст] / Е.М. Бронштейн, Е.Р. Колясникова // Управление риском. – 2010. – № 2. – С. 55 – 64.

8. Бронштейн, Е.М. Приближенные хеджирующие стратегии в модели (B,S,F)-рынка [текст] / Е.М. Бронштейн, Е.Р. Колясникова // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22. – № 11. – С. 29- – 38.

9. Давнис, В.В. Адаптивное моделирование (B,S)-рынка [текст] / В.В. Давнис, А.М. Федосеев // Современная экономика: проблемы и решения. – 2011. – № 6(18). – С. 202 – 213.

10. Давнис, В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: ВГУ, 2006. – 380 с.

11. Давнис, В.В. Взвешенные риск-нейтральные оценки опционов [текст] / В.В. Давнис, С.Ю. Богданова // Вестник Тамбовского университета. Сер. Гуманитарные науки. – 2009. – № 11. – С. 68 – 72.

12. Давнис, В.В. Модели (B,S)-рынка и риск-нейтральная цена опционов [текст] / В.В. Давнис, С.Ю. Богданова, Г.Б. Суюнова // Вестник ОрелГИЭТ. – 2010. – № 1. – С. 134 – 140.

13. Колясникова, Е.Р. Хеджирующая стратегия в модели (B,S,F)-рынка [текст] / Е.Р. Колясникова // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2009. – Т. 16. – В. 3. – С. 467 – 468.

14. Федосеев, А.М. Особенности оценки стоимости опционов на полном и неполных рынках [текст] / А.М. Федосеев, В.В. Коротких // Современная экономика: проблемы и решения. – 2011. – № 4 (16). – С. 137 – 144.

15. Ширяев, А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Теория [текст] / А.Н. Ширяев. – М.: Фазис, 1998. – Т. 2. – 544 с.

ECONOMETRIC OPTIONS OF THE (B, S, I) MARKET MODELS

Davnis Valery Vladimirovich,
Dr. Sc. of Economics, Professor, Chief of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; vdavnis@mail.ru

Korotkikh Vyacheslav Vladimirovich,
Post-graduate student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; v.v.korotkikh@gmail.com

In the article (B,S)-market conception was analyzed in current research. The criticism of binomial model (B,S)-market is presented. Possibilities of adequate model representation of stock market with use of the device of econometric modeling in the conditions of a hypothesis of alternative expectations are investigated. Some special econometric (B,S,I)-market models are developedwhich reflect the set investment properties.
Keywords: (B,S)-market, binomial (B,S)-marketmodels, binomialmodel of the priceevolution, a hypothesis of alternative expectations, econometric model of evolution of the prices, (B,S,I)-market.