УДК 51-77

ГРУППОВОЕ АВТОРЕГРЕССИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СГЛАЖЕННОЙ МАТРИЦЫ КОСВЕННЫХ ТЕМПОВ ПРИРОСТА[1]

Чекмарев Артем Витальевич, асп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: art6211@yandex.ru

Цель: описание нового подхода к прогнозированию многомерных экономических процессов на основе комбинированной матричной модели, при построении которой используется процедура сглаживания косвенных темпов прироста. *Обсуждение*: групповое авторегресионное моделирование осуществляется в два этапа. На первом этапе для каждого прогнозируемого показателя строится авторегрессионная модель. А на втором этапе эти авторегрессионные модели объединяются в группу с помощью матрицы косвенных темпов прироста. Это позволяет осуществлять прогнозные расчёты с ориентацией на групповую динамику прогнозируемых показателей. Групповая динамика формируется на основе собственных темпов роста, которые корректируются с помощью косвенных темпов роста в направлении сбалансированного развития всех показателей. Второй этап построения модели, обеспечивая сбалансированность прогнозной динамики, в то же время уступает по надежности первому этапу. Для выравнивания надежности предлагается осуществлять формирование матрицы косвенных темпов прироста с использованием процедуры экспоненциального сглаживания. *Результаты*: внесены изменения в методику группового авторегрессионного моделирования многомерных экономических процессов. Результаты вычислительного эксперимента подтвердили реализуемость процедуры экспоненциального сглаживания, а также повышение надежности прогнозных расчетов.

Ключевые слова: прогноз, групповая динамика, косвенные темпы прироста, экспоненциальное сглаживание, групповое авторегрессионное моделирование.

DOI: 10.17308/meps.2019.12/2214

Введение

Описание экономической реальности с помощью показателей, как правило, представимо в виде многомерного состояния или многомерно-

[1] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта. № 19-010-00138 А

го процесса. Это не исключает возможность рассмотрения отдельных показателей данного многомерного представления без учёта действующих взаимосвязей. Но результаты такого локального исследования, несмотря на свою исключительность, все же должны получить интерпретацию с оценкой и пониманием их роли относительно всей многомерной системы. Поэтому построение математических моделей и, в первую очередь прогнозных, должно по возможности предусматривать отражение всех предполагаемых взаимосвязей. Если учтены несущественные связи, то их можно отбросить, но если не учтены существенные связи, то необходимо внесение изменений в построенную модель, что гораздо сложнее.

В истории развития прогнозного аппарата проблема прогнозирования многомерных процессов поднималась неоднократно. В эконометрике были разработаны структурные модели, с помощью которых делалась попытка проведения макроэкономических прогнозных расчетов развития страны в целом. Во всяком случае, такая попытка в США предпринималась в семидесятые годы. Идея отражения структурных взаимосвязей в упрощённом варианте была использована при разработке рекурсивных систем прогнозирования, которые, как правило, используются для решения задач частного характера. Для этих же целей предпринимались попытки использовать векторные авторегрессионные модели, теоретическое обоснование которых оказалось довольно сложным. В результате этих исследований получили значительное расширение теоретические основы многомерного прогнозирования, но создать аппарат для практического использования, к сожалению, не удалось.

Возможности широкого использования в практике многомерного прогнозирования имеет модель, основанная на матрице косвенных темпов прироста. Для построения этой модели достаточно иметь всего два вектора наблюдений, текущего и предыдущего периодов [1, 2]. Но надежность расчётов, полученных с помощью этой модели, чрезмерно низкая. В то же время исследования показали, что для повышения надежности матричной модели необходимо её использовать в комплексе с регрессионной моделью. Развитию этой модели посвящается данная статья.

Групповое авторегрессионное моделирование

Набор данных для построения матричной модели, основанной на косвенных темпах прироста, минимален. Но, как уже отмечалось, надежность прогнозных расчетов, полученных с помощью такой модели, очень низкая. Комбинированный подход [10], в котором для повышения надежности предусматривается совместное использование динамических характеристик авторегрессионных моделей со структурным взаимодействием матричных, предъявляет полномасштабные требования к набору исходных данных. Во всяком случае, их должно быть столько, чтобы обеспечить статистическую значимость коэффициентов авторегрессионной составляющей комбинированной модели. Но, к сожалению, статистическая надежность коэффициентов авторегрессии, обеспечивая соответствующую надежность динамической составляющей прогнозной траектории, не оказывает никакого влияния на надежность структурной составляющей. Чтобы понять смысл этого утверждения, приведем краткое описание процедуры группового авторегрессионного моделирования системы слабо связанных между собой экономических показателей.

Слабая взаимосвязь между прогнозируемыми показателями – это предположение, которое не проверяется, но которое позволяет отдельно для каждого показателя строить авторегрессионную модель. Возможность высокой корреляционной связи между некоторыми показателями не исключается, но и специально не рассматривается, так как наличие такой связи не оказывает влияние на принципы построения прогнозной модели. Простейший вариант комбинированной модели получается, когда матричная модель, предназначенная для отражения групповой динамики, встраивается в систему (группу) авторегрессионных уравнений первого порядка:

$$y_{it} = b_{0i} + b_{1i}y_{it-1} + \varepsilon_{it},\ i=\overline{1,n}\ , \qquad (1)$$

где y_{it} – значения i-го моделируемого показателя в момент времени t; b_{0i}, b_{1i} – оцениваемые коэффициенты модели; ε_{it}-независимые случайные величины с нулевым математическим ожиданием.

Эту систему образует группа моделей, построенных для каждого i-го показателя из множества прогнозируемых. Термин «группа» используется с единственной целью, чтобы, с одной стороны, подчеркнуть отсутствие формальной зависимости между авторегрессионными уравнениями, а с другой – в расчетах прогнозных оценок отразить групповую сбалансированность ожидаемого роста показателей.

Для того чтобы матричную модель можно было встроить в эту систему авторегрессионных уравнений, предусматривается специальное преобразование всех уравнений группы. С этой целью запаздывающую переменную авторегрессионной модели необходимо представить в следующем виде:

$$y_{it-1} = y_{it-2} + (y_{it-1} - y_{it-2})\ ,\ i = \overline{1,n}. \qquad (2)$$

Если это выражение подставить в (1), то каждое уравнение системы авторегрессионных уравнений можно переписать следующим образом:

$$y_{it} = b_{0i} + b_{1i}y_{it-2} + b_{1i}(y_{it-1} - y_{it-2}) + \varepsilon_{it},\ i = \overline{1,n}. \qquad (3)$$

В принципе полученное выражение можно считать регрессионной зависимостью:

$$y_{it} = b_{0i} + b_{1i}y_{it-2} + b_{2i}(y_{it-1} - y_{it-2}) + \varepsilon_{it},\ i = \overline{1,n}, \qquad (4)$$

в качестве факторов которой используются переменная с запаздыванием на два периода и разность между переменными с запаздыванием на один и на два периода. Между этими факторными переменными, безусловно, существует взаимосвязь, но не столь высокая, чтобы в случае построения (4) создать проблему с оцениванием коэффициентов по методу наименьших квадратов.

Разность между запаздывающими переменными рассматривается как прирост и используется для построения матрицы косвенных темпов прироста, элементы которой рассчитываются по формуле:

$$p_{ik} = \frac{y_{it-1} - y_{it-2}}{y_{kt}},\ i \neq k,\ i,k = \overline{1,n}. \quad (5)$$

В результате из группы авторегрессионных уравнений получается система, которую в векторно-матричном виде можно записать следующим образом:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ \vdots \\ y_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{01} + b_{11}y_{1t-2} \\ \vdots \\ b_{0n} + b_{1n}y_{nt-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & b_{1n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \cdots & p_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t} \\ \vdots \\ y_{nt} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Для удобства систему (6) перепишем в компактной форме:

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{Y}_{t-2} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{P}_{t-1}\boldsymbol{Y}_t. \quad (7)$$

Решение этой системы с использованием обратной матрицы позволяет получить выражение:

$$\boldsymbol{Y}_t = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{P}_{t-1})^{-1}(\boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{Y}_{t-2}), \quad (8)$$

с помощью которого можно осуществить прогнозный расчет, если $\boldsymbol{Y}_{t-2}$ заменить на $\boldsymbol{Y}_{t-1}$ и пересчитать $\boldsymbol{P}_{t-1}$.

Основная идея, которая реализуется с помощью этой модели, заключается в том, чтобы динамика прогнозных вариантов была согласованной и были исключены случаи, когда рост одного показателя необоснованно в несколько раз превосходит рост другого показателя. В то же время из приведенной методики построения модели следует, что ее структурная составляющая зависит только от последних двух наблюдений и поэтому не обладает теми свойствами надежности, которые имеют полученные с помощью метода наименьших квадратов оценки коэффициентов регрессии. Другими словами, имеется явная рассогласованность в надежности составляющих самой прогнозной модели. Как правило, это смещает сбалансированность темпов роста к значениям, которые были зафиксированы в последних наблюдениях. Но кроме того, природа темпов роста последнего наблюдения, так же как и любого другого отдельно взятого наблюдения, является случайной, а это значит, с помощью матрицы косвенных темпов прироста на будущее переносятся не тенденции прошлого, а стохастическая составляющая, которая имела место в последних наблюдениях прогнозируемых показателей.

Для устранения этой рассогласованности предлагается в алгоритме построения прогнозной модели предусмотреть операцию сглаживания при формировании матрицы косвенных темпов прироста. С этой целью после построения системы регрессионных уравнений для каждой пары соседних наблюдений строится матрица косвенных темпов прироста. Элементы этих матриц последовательно рассчитываются в соответствии со следующими выражениями:

$$p_{ik}^{1} = \frac{y_{i2} - y_{i1}}{y_{kt}},\ p_{ik}^{2} = \frac{y_{i3} - y_{i2}}{y_{kt}}, \ldots, p_{ik}^{t} = \frac{y_{it} - y_{it-1}}{y_{kt}},\ i \neq k,\ i,k = \overline{1,n}. \quad (9)$$

В результате получаются матрицы косвенных темпов прироста $\boldsymbol{P}_1,\ \boldsymbol{P}_2, \ldots, \boldsymbol{P}_t$, последовательно отражающие ту структуру приростов, которая имела место в соответствующие моменты времени. Из данной последовательности необходимо получить усредненный вариант матрицы, в которой отражена динамика структуры косвенных темпов прироста с ориентацией на закономерности, которые преобладают в последних наблюдениях. Эффективным способом такого усреднения является экспоненциальное сглаживание, позволяющее получить окончательный вариант матрицы косвенных темпов прироста в следующем виде:

$$\boldsymbol{P}_t = \sum_{k=1}^{t} \alpha^{t-k}(1-\alpha)\boldsymbol{P}_k. \quad (10)$$

Как нетрудно понять из выражения (10), механизм процедуры сглаживания устроен таким образом, что наибольший вес получает матрица косвенных темпов прироста, построенная для последней пары наблюдений. Сглаживание значительно усложняет расчеты, но гарантирует более высокую надежность прогнозных расчетов. Выражение для расчетов с использованием сглаженной матрицы косвенных темпов прироста получается, если в (8) подставить (10)

$$\boldsymbol{Y}_t = \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}\left(\sum_{k=1}^{t-1} \alpha^{t-k-1}(1-\alpha)\boldsymbol{P}_k\right)\right)^{-\mathbf{1}} (\boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{Y}_{t-2}). \quad (11)$$

Таким образом использование в прогнозной модели сглаженного варианта матрицы косвенных темпов прироста позволяет исключить из прогнозных расчетов эффект влияния последних наблюдений стохастической природы.

Рассмотрим еще ситуации, которые не обсуждались при описании прогнозной модели с матрицей косвенных темпов прироста. Вполне возможны случаи, когда возникает необходимость при построении прогнозной модели использовать авторегрессию не первого, а второго порядка:

$$y_{it} = b_{0i} + b_{1i} y_{it-1} + b_{2i} y_{it-2} + \varepsilon_{it},\ i = \overline{1,n}. \quad (12)$$

Следуя логике построения матрицы косвенных темпов прироста, необходимому преобразованию будем подвергать переменную с запаздыванием на два периода:

$$y_{it-2} = y_{it-3} + (y_{it-2} - y_{it-3}),\ i = \overline{1,n}. \quad (13)$$

Подставляя это выражение в авторегрессионное уравнение второго порядка, получаем:

$$y_{it} = b_{0i} + b_{1i} y_{it-1} + b_{2i} y_{it-3} + b_{3i}(y_{it-2} - y_{it-3}) + \varepsilon_{it},\ i = \overline{1,n}, \quad (14)$$

Для построения матрицы косвенных темпов прироста в этом случае используются разности $y_{it-2} - y_{it-3}$. Сглаженная матрица косвенных темпов прироста формируется в соответствии с выражением (10). В итоге получаем модель следующего вида:

$$\boldsymbol{Y}_t = \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}\left(\sum_{k=1}^{t-2} \alpha^{t-k-2}(1-\alpha)\boldsymbol{P}_k\right)\right)^{-\mathbf{1}} (\boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{b}_1 \boldsymbol{Y}_{t-1} + \boldsymbol{b}_2 \boldsymbol{Y}_{t-3}). \quad (15)$$

Модель (15) записана для случая, когда для всех прогнозируемых показателей необходимо было строить авторегрессионные модели второго порядка. Такие случаи встречаются довольно часто. Но в принципе возможны и такие случаи, когда для одних показателей строятся модели первого порядка, а для других возникает необходимость построения авторегрессионных моделей более высокого порядка. Кроме того, встречаются ситуации, в которых лучшей оказывается модель без свободного члена. Естественно, такое разнообразие динамических характеристик прогнозируемых показателей усложняет структуру модели. Но реализация даже такой сложной структуры групповой динамики не требует внесения принципиальных изменений в методику построения прогнозной модели.

Например, если динамика *k*-го показателя описывается авторегрессионным уравнением первого порядка, то соответствующая строка матрицы косвенных темпов приростов формируется из разности $(y_{kt-1} - y_{kt-2})$, если описывается авторегрессионным уравнением второго порядка, то соответствующая строка формируется из разности $(y_{kt-2} - y_{kt-3})$ и так далее. Таким образом, элементы каждой строки матрицы косвенных темпов прироста зависят от порядка соответствующего уравнения авторегрессии.

Одновременно с изменениями в матрице косвенных темпов прироста изменяется расчет значений правой части получаемой системы уравнений (7). Для расчета каждого значения правой части используется то уравнение авторегрессии, с помощью которого описывается динамика соответствующего прогнозируемого показателя. В остальном логика расчетов вместе с процедурой сглаживания остаются неизменными.

Вычислительный эксперимент и обсуждение результатов

В качестве примера будем рассматривать построение прогнозной модели на данных, характеризующих демографическую ситуацию муниципалитета. Из анализа табл. 1, в которой приведены числовые значения прогнозируемых показателей, следует, что динамические характеристики этих показателей неоднородны. Есть показатели, демонстрирующие как рост своих значений, так и снижение, а также показатели с положительными и отрицательными значениями. Такое разнообразие позволяет утверждать, что пример, подобранный для проверки возможностей практического использования предлагаемой модели, удачный.

Таблица 1

Данные для прогнозирования демографической ситуации

Демография и здравоохранение					
Численность	Естественный прирост	Миграционный прирост	Продолжительность жизни	Младенческая смертность	Общая заболеваемость
970,4	-3,6	12	69	9	1490,3
979,5	-2,7	14,4	69	8,4	1426,4
991,3	-1,9	14,3	70,8	9,8	1415,2

Окончание табл. 1

Демография и здравоохранение					
Численность	Естественный прирост	Миграционный прирост	Продолжительность жизни	Младенческая смертность	Общая заболеваемость
1003,6	-1,8	12,7	70,9	10,4	1393,7
1014,6	-1,7	10,6	70,8	6,9	1486,4
1023,6	-1,45	8,9	71,4	5,8	1484,5
1032,4	-1,34	8	72,6	5,79	1588,7

Построенные авторегрессионные модели, адекватно описывающие динамику прогнозируемых процессов, оказались разного порядка, что стало подтверждением вышеприведенной точки зрения о неоднородности динамических характеристик показателей.

Таблица 2

Результаты авторегрессионного моделирования

Обозначения	Коэффициенты	Стандарт. ошибка	t-статистика	P-значение	R-квадрат
b0	40,5857	34,6519	1,1712	0,3065	0,9949
b1	0,9697	0,0347	27,9086	0,0000	
b0	-0,5620	0,1951	-2,8797	0,0450	0,9199
b1	0,5717	0,0844	6,7758	0,0025	
b0	3,0327	0,1427	21,2531	0,0022	0,9999
b1	-0,6314	0,0143	-44,0017	0,0005	
b2	1,3094	0,0096	136,2158	0,0001	
b1	1,0085	0,0044	227,5636	0,0000	0,9999
b1	0,9272	0,0795	11,6568	0,0001	0,9645
b1	1,0111	0,0189	53,4294	0,0000	0,9983

Используя приведенные в табл. 2 результаты оценивания авторегрессионных моделей, выпишем уравнения для определения воздействия групповой динамики на прогнозные оценки показателей. В соответствии с той последовательностью, в которой показатели демографической ситуации приведены в табл. 1, порядок этих уравнений представим следующим образом:

$$y_{1t} = 40{,}5857 + 0{,}9697 y_{1t-2} + 0{,}9697(y_{1t-1} - y_{1t-2})$$
$$y_{2t} = -0{,}5620 + 0{,}5717 y_{2t-2} + 0{,}5717(y_{2t-1} - y_{2t-2})$$
$$y_{3t} = 3{,}0327 - 0{,}6314 y_{3t-1} + 1{,}3094 y_{3t-3} + 1{,}3094(y_{3t-2} - y_{3t-3})$$
$$y_{4t} = 1{,}0085 y_{4t-2} + 1{,}0085(y_{4t-1} - y_{4t-2})$$
$$y_{5t} = 0{,}9272 y_{5t-2} + 0{,}9272(y_{5t-1} - y_{5t-2})$$
$$y_{6t} = 1{,}0111 y_{6t-2} + 1{,}0111(y_{6t-1} - y_{6t-2})$$

Отдельно каждое уравнение можно использовать для получения прогнозных оценок соответствующих показателей. Но в этом случае в прогнозе не будет учтена групповая динамика демографической ситуации, а она существует, хотя и не получила отражения при построении отдельных моделей. По сути, в данном случае требуется получить прогноз не отдельно взятых показателей, а всей группы показателей, между которыми по предположению существует слабое взаимодействие. Отражение этого взаимодействия необходимо для того, чтобы учесть групповую динамику. В качестве аппарата, обеспечивающего реализацию этой идеи, предложено использовать косвенные темпы роста. Для этого с помощью последних членов данной группы уравнений построим матрицу косвенных темпов прироста, позволяющую прогнозную модель многомерного процесса записать следующим образом:

$$\boldsymbol{y}_t = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1\mathbf{P}_{t-1}\boldsymbol{y}_t, \qquad (16)$$

где

$$\mathbf{B}_0 = \begin{pmatrix} 40{,}5857 + 0{,}9697y_{1t-2} \\ -0{,}5620 + 0{,}5717y_{2t-2} \\ 3{,}0327 - 0{,}6314y_{3t-1} + 1{,}3094y_{3t-3} \\ 1{,}0085y_{4t-2} \\ 0{,}9272y_{5t-2} \\ 1{,}0111y_{6t-2} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 0{,}9697 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5717 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}3094 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}0085 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}9272 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}0111 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P}_{t-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{y_{1t-1} - y_{1t-2}}{5y_{2t}} & \frac{y_{1t-1} - y_{1t-2}}{5y_{3t}} & \cdots & \frac{y_{1t-1} - y_{1t-2}}{5y_{6t}} \\ \frac{y_{2t-1} - y_{2t-2}}{5y_{1t}} & 0 & \frac{y_{2t-1} - y_{2t-2}}{5y_{3t}} & \cdots & \frac{y_{2t-1} - y_{2t-2}}{5y_{6t}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{y_{6t-1} - y_{6t-2}}{5y_{1t}} & \frac{y_{6t-1} - y_{6t-2}}{5y_{2t}} & \frac{y_{6t-1} - y_{6t-2}}{5y_{3t}} & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

Если для всех t=2, 3, … произвести расчет матриц косвенных темпов прироста $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$, … , то можно вычислить сглаженный вариант этой матрицы:

$$\widetilde{\mathbf{P}} = (\textstyle\sum_{k=1}^{t-2} \alpha^{t-k-2}(1-\alpha)\mathbf{P}_k). \qquad (17)$$

Значения компонент вектора $\mathbf{B}_0$ представляют собой ожидаемые значения прогнозируемых показателей в предшествующий момент времени. Поэтому с учетом интерпретации вектора $\mathbf{B}_0$ и формулы (17) окончательный расчет прогнозных оценок осуществляется в соответствии с выражением:

$$\widehat{\boldsymbol{y}}_t = (I - \mathbf{B}_1\widetilde{\mathbf{P}})^{-1}\widehat{\boldsymbol{y}}_{t-1}. \qquad (18)$$

Ниже приводятся результаты расчета для случая, когда параметр сглаживания α=0,6:

$$\begin{pmatrix}1033{,}5\\-1{,}226\\5{,}6856\\71{,}760\\5{,}3408\\1494{,}3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}9990 & -1{,}438 & 0{,}2346 & 0{,}0252 & 0{,}3295 & 0{,}0012\\6\mathrm{E}-05 & 1{,}0009 & 0{,}0079 & 0{,}0009 & 0{,}0111 & 4{,}0080\\-0{,}0002 & 0{,}1428 & 1{,}0022 & -0{,}003 & -0{,}036 & -0{,}0001\\6E-05 & -0{,}058 & 0{,}0089 & 0{,}9999 & 0{,}0122 & 4E-05\\-0{,}0002 & 0{,}1649 & -0{,}028 & -0{,}003 & 1{,}0025 & -0{,}0002\\0{,}0013 & 0{,}1649 & 0{,}1904 & 0{,}0189 & 0{,}3221 & 0{,}9997\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1024{,}4\\-1{,}533\\6{,}6682\\71{,}4021\\6{,}3978\\1487{,}41\end{pmatrix}$$

С помощью параметра сглаживания можно регулировать уровень переноса тенденций прошлого периода на прогнозный. При α=0 на будущее переносятся тенденции последнего периода, а при α=1 будущее становится похожим на начальный период. Понятно, чем меньше α, тем в большей степени в будущем преобладают тенденции последнего периода.

В целом модель достаточно сложна, но, как показал вычислительный эксперимент, вполне реализуема и может успешно использоваться в практических расчетах при решении задач многомерного экономического прогнозирования.

Заключение

Вопрос группового авторегрессионного моделирования рассматривается впервые. Необходимость создания такого аппарата в настоящее время является актуальной. Почти все прогнозные задачи в экономике являются многомерными. В то же время, и это отмечалось во введении, эффективного аппарата, который можно было бы использовать при решении практических задач многомерного прогнозирования, нет. Структурные и рекурсивные эконометрические модели применяются только для решения задач частного характера. Поэтому идеи группового моделирования, реализуемого с помощью применения матрицы косвенных темпов прироста, являются, по нашему мнению, теоретической основой для создания инструмента с понятной логикой прогнозных расчётов, реализуемых как в среде табличного процессора, так и при возможности на программном уровне.

Список источников

1. Endovitsky D.A., Davnis V.V., Korotkikh V.V. Adaptive Trend Decomposition Method in Financial Time Series Analysis // *The Journal of Social Sciences Research*, 2018, no. S3, pp. 104-109.
2. Stern S. Simulation-based Estimation // *Journal of Economic Literature*, Vol. 35, no. 4 (Dec. 1997), pp. 2006-2039.
3. Воронежская область. Официальный портал органов власти. Показатели социально-экономического развития. Доступно: https://goo.gl/VFPbKa (дата обращения: 28.11.2018).
4. Давнис В.В., Коротких В.В., Юрова Я.А. Регрессионно-матричная модель многомерных экономических процессов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2016, no. 11, c. 19-27.
5. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2006.
6. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Прогнозные модели экспертных предпочтений*: монография. Воронеж, Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005.
7. *Компьютерные решения задач многомерной статистики*: учеб. пособ.: в 3 ч. Ч. 2: компонентный анализ и анализ канонических корреляций / В.В. Давнис [и др.]. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2006.
8. Распоряжение Правительства Российской Федерации. Программа «Цифровая экономика Российской Федера-

ции». Доступно: https://goo/gl/ZzMjNM (дата обращения: 09. 10. 2018).

9. Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 г. № 203. О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы. Доступно: http://kremlin.ru/acts/bank/41919 (дата обращения: 09.10.2018).

10. Чекмарёв А.В., Шульгина Е.А., Юрова Я.А. Регрессионно-матричное моделирование в системно-сбалансированном прогнозировании социально-экономических процессов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2016, no. 11, c. 8-19.

11. Шульгина Е.А. Проблемы сбалансированности в задачах локально моделируемой динамики // *Тезисы докладов VI Всероссийской научно-практической конференции для магистрантов «Модернизация экономики России»*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2018, т. I, с. 155-156.

12. Шульгина Е.А. Регрессионно-матричная модель и её практическое использование в задачах прогнозирования // *Тезисы докладов Всероссийской научно-практической конференции для магистрантов «Модернизация экономики России»*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2017, т. IV, с. 130-131.

GROUP AUTOREGRESSIVE MODELING USING A SMOOTHED MATRIX OF INDIRECT GROWTH RATES

Chekmarev Artem Vitalievich, graduate student

Voronezh State University, Universitetskaya pl., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: art6211@yandex.ru

Purpose: the author describes a new approach to forecasting multidimensional economic processes on the basis of a combined matrix model, the construction of which uses the procedure of smoothing indirect growth rates. *Discussion*: group autoregressive modeling is carried out in two stages. At the first stage, an autoregressive model is constructed for each predicted indicator. And in the second stage, these autoregressive models are combined into a group using the matrix of indirect growth rates. It allows to carry out forecast calculations with orientation on group dynamics of predicted indicators. The group dynamics is formed on the basis of its own growth rates. They are adjusted with the help of indirect growth rates in the direction of balanced development for all indicators. The second stage of model construction provides balance of forecast dynamics, at the same time concedes on reliability to the first stage. The author forms a matrix of indirect growth rates using the exponential smoothing procedure to equalize the reliability. *Results*: the author offered and made changes to the methodology of group auto-regression modeling for multidimensional economic processes. The results of the computational experiment confirmed the feasibility of the exponential smoothing procedure, as well as improving the reliability of predictive calculations.

Keywords: forecast, group dynamics, indirect growth rates, exponential smoothing, group autoregressive modeling.

References

1. Endovitsky D.A., Davnis V.V., Korotkikh V.V. Adaptive Trend Decomposition Method in Financial Time Series Analysis. *The Journal of Social Sciences Research*, 2018, no. S3, pp. 104-109.

2. Stern S. Simulation-based Estimation. *Journal of Economic Literature*, Vol. 35, no. 4 (Dec. 1997), pp. 2006-2039.

3. Voronezhskaya oblasty. Ofitsialynyy portal organov vlasti. Pokazateli sotsialyno-ekonomicheskogo razvitiya. [Voronezh region. Official portal of the government. Indicators of socio-economic development]. (In Russ.) Available at: https://goo.gl/VFPbKa (accessed: 28.11.2018).

4. Davnis V.V., Korotkikh V.V., Yurova Ya.A. Regressionno-matrichnaya modely mnogomernykh ekonomicheskikh protsessov [Regression matrix model of multidimensional economic processes]. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya*, 2016, no. 11, pp. 19-27. (In Russ.)

5. Davnis V.V., Tinyakova V.I. *Adaptivnye modeli: analiz i prognoz v ekonomicheskikh sistemakh* [Adaptive models: analysis and forecast in economic systems]. Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2006. (In Russ.)

6. Davnis V.V., Tinyakova V.I. *Prognoznye modeli ekspertnykh predpochteniy* [Predictive models of the expert preferences]: monografiya. Voronezh, Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2005. (In Russ.)

7. *Kompyuternye resheniya zadach mnogomernoy statistiki*: uchebnoe posobie: v 3 ch. Ch. 2: komponentnyy analiz i analiz kanonicheskikh korrelyatsiy [Computer solutions of multidimensional statistics problems: tutorial: in 3 parts, part 2: component analysis and analysis of canonical correlations] / V.V. Davnis [i dr.]. Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2006. (In Russ.)

8. Pasporyazhenie Pravitelystva Rossiyskoy Federatsii. Programma «Tsifrovaya ekonomika Rossiyskoy Federatsii» [Order Of The Russian Federation Government. Program «Digital economy of the Russian Federation». (In Russ.) Available at: https://goo/gl/ZzMjNM (accessed: 09.10.2018).

9. Ukaz Prezidenta Rossiyskoy Federatsii ot 09.05.2017 g. no. 203. O strategii razvitiya informatsionnogo obshchestva v Rossiyskoy Federatsii na 2017-2030 gody [Decree of the Russian Federation President] of 09.05.2017. No. 203. About strategy of information society development in the Russian Federation for 2017-2030]. (In Russ.) Available at: http://kremlin.ru/acts/bank/41919 (accessed: 09.10.2018).

10. Chekmarev A.V., Shulygina E.A., Yurova Ya.A. Regressionno-matrichnoe modelirovanie v sistemno-sbalansirovannom prognozirovanii sotsialyno-ekonomicheskikh protsessov [Regression-matrix modeling in system-balanced forecasting of socio-economic processes]. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya*, 2016, no. 11, pp. 8-19. (In Russ.)

11. Shulygina E.A. Problemy sbalansirovannosti v zadachakh lokalyno modeliruemoy dinamiki [Problems of balance in locally modeled dynamics problems]. *Tezisy dokladov VI Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii dlya magistrantov «Modernizatsiya ekonomiki Rosii»*. Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2018, v. I, pp. 155-156. (In Russ.)

12. Shulygina E.A. Regressionno-matrichnaya modely i ee prakticheskoe ispolyzovanie v zadachakh prognozirovaniya [Regression matrix model and its practical use in forecasting problems]. *Tezisy dokladov Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii dlya magistrantov «Modernizatsiya ekonomiki Rosii»*. Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2017, v. IV, pp. 130-131. (In Russ.)