

---

## **ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ ПУТЕВОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ**

---

**Мищенко Максим Иванович,**

кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и менеджмента Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна;  
mmi@ua.fm

С учётом экономически целесообразных сроков службы и планово-предупредительных ремонтно-путевых работ на объектах путевой инфраструктуры предложена экономико-математическая модель нахождения оптимальной схемы реализации планово-предупредительных ремонтно-путевых работ с целью максимального снижения величины расходов на текущее содержание и выполнение ремонтов за весь период жизненного цикла объектов путевой инфраструктуры.

**Ключевые слова:** оптимизация, ремонты, инфраструктура, затраты.

*1. Введение (постановка проблемы в общем виде и ее связь с последними исследованиями и публикациями, а также с важными научными и практическими заданиями).*

Для решения актуального вопроса об экономически целесообразных сроках замены или ремонтов объектов путевой инфраструктуры (ОПИ) используются две основных группы экономико-математических моделей замены. Первая – замена ОПИ, подверженных постепенному изнашиванию. Вторая – замена ОПИ, подверженных одиночному выходу. Первая группа моделей допускает наличие функциональной зависимости технико-экономико-эксплуатационных показателей работы ОПИ от сроков их эксплуатации. Задача второй группы моделей решаются с применением вероятностных данных, полученных на основе регрессионных моделей, основанных на ретроспективном анализе. Вопрос о сроках ремонтов, при которых сумма затрат на срок службы была бы минимальная, тесно связан с их объемами [1]. При более позднем сроке проведения ремонта для содержания пути в удовлетворительном состоянии нужны большие расходы при текущем содержании. Разный объем выполненного ремонта может нуждаться в применении механизмов разного типа и производительности и, соответственно,

разной технологии проведения работ. Это приведет к нелинейной зависимости стоимости ремонта (модернизации) от его объема. Также ситуация усложняется, когда в межремонтный период грузонапряженность возрастает и накопление деформаций идет более ускоренно. При определении сроков ремонтов необходимо учитывать также и связанные с ними потери в эксплуатационной деятельности, которые возникают при их проведении [2]. Сроки ремонтов связаны и с техническими требованиями относительно норм содержания пути [3].

*II. Постановка задачи (формулировка целей и методов исследования рассматриваемой темы).*

Решение такой задачи является крайне сложным и требует применения специальных экономико-математических методов. Поэтому целью данной статьи является применение методов динамического программирования, например, уравнения Беллмана с целью максимального снижения величины расходов на текущее содержание и выполнение ремонтов за весь период жизненного цикла объектов путевой инфраструктуры.

*III. Результаты (изложение основного материала исследования с обоснованием полученных научных результатов).*

Для разных сроков службы конструкции пути находится оптимальная ремонтная схема, которая обеспечивает при данном сроке службы минимум дисконтированных расходов.

Срок проведения планово-предупредительных ремонтно-путевых работ (ППРПР) обуславливается: во-первых: эксплуатационными расходами на текущее содержание пути; во-вторых: расходами субъектов эксплуатационной деятельности на передвижение поездов; в-третьих: стоимостью проведения ППРПР и величинами эффекта от их реализации в эксплуатационных расходах ОПИ; в-четвертых: воздействием временного фактора в случае перенесения расходов на более поздние сроки периода жизненного цикла ОПИ. Сроки проведения ППРПР определяются, кроме перечисленных факторов, расходами по одиночной замене рельсов, шпал, скреплений, балластного материала. Важным элементом при определении даты проведения каждого следующего ремонта, согласно установленной ремонтной схеме, необходимо учесть эффект от реализации предыдущих.

Постановка и решения задачи на основе моделей первой группы основаны на следующих предположениях:

1. Критерием экономически оптимального срока замены ОПИ принимается или максимум прибыли предприятий путевой инфраструктуры от предоставления доступа к ОПИ, или минимум расходов на текущее содержание и капитальные ремонты. Последний критерий на данном этапе исследования наиболее целесообразен, поскольку тяжело учесть взнос отдельно взятого ОПИ в общую сумму прибыли предприятий путевой инфраструктуры.
2. ОПИ можно эксплуатировать довольно долго, если для поддержки их

- в трудоспособном состоянии будут затрачиваться определенные достаточные средства, сумма которых увеличивается с возрастом ОПИ.
3. Решение о замене ОПИ принимается периодически (раз в полугодие или год).
  4. Планированный промежуток времени, в течение которого сравниваются варианты, не оговаривается.

Все предложенные модели предусматривают дисконтирование расходов будущего периода к расходам данного года с помощью формулы сложных процентов, исходя из «стоимости» денег в будущем периоде или процентной ставке.

Как показало исследование, решающим фактором, который определяет рациональные сроки службы ОПИ, является уровень и степень наращивания расходов, связанных с их содержанием и ремонтом. Определение этих расходов представляет наибольшие трудности, поскольку учет их на предприятиях путевой инфраструктуры не ведется. В это время все плановые расходы по текущему обслуживанию и ремонту ОКІ определяются по нормативам [3] (далее Положение о ППРПР) без учета фактического срока их эксплуатации.

Таким образом, относительно задач оптимизации ремонтных схем ППРПР целевой функцией следует считать расходы на текущее содержание и ремонты ОПИ, которые необходимо минимизировать, а элементами управления считать решение: продолжать эксплуатацию ОПИ или делать ремонт исходя из нормативов.

Принцип оптимальности, основанный на уравнении Беллмана, допускает пошаговую реализацию определенного процесса. При этом для каждого шага выбирается и оптимизируется уравнение именно этого шага с учетом возможных результатов, поскольку уравнения, которое оптимизирует целевую функцию данного шага может привести к получению неоптимального эффекта всего процесса. Поэтому на каждом шаге управление должно быть оптимальным с точки зрения всего исследуемого процесса. Каким бы ни было начальное состояние процесса на любом шаге и управление, избранное на этом шаге, следующие управления должны выбираться оптимальными относительно состояния, к которому придет система в конце данного шага.

Таким образом, основное функциональное уравнение динамического программирования, будет иметь вид:

$$W_i(S) = \max(\min)\{\omega_i(S, V_i) + W_{i+1}(\varphi_i(S, V_i))\}$$

где  $W_i(S)$  – условный оптимальный выигрыш, получаемый на всех предыдущих шагах, начиная с  $i$ -го и до конца;  $\omega_i(S, V_i)$  – выигрыш на данном  $i$  – м шаге, в зависимости от состояния системы  $S$  и реализованного в этом контексте уравнения  $V_i$ ;  $W_{i+1}$  – выигрыш на всех следующих шагах, начиная с  $(i + 1)$ -го, обусловленный для нового состояния системы:  $S' = \varphi_i(S, V_i)$ .

В представленном уравнении расчет условного оптимального выигрыш-

ша функции  $\omega_i(S, V_i)$  и  $\varphi_i(S, V_i)$  является известным. Но функции  $W_i(S)$  и  $W_{i+1}(S)$  неизвестны, поэтому найдем первую, через другую, поскольку определив  $W_{i+1}(S)$ , найдем  $W_i(S)$ .

Условно оптимальный выигрыш на последнем шаге, выраженный функцией  $W_m(S)$ , определяется простым обращением к максимуму (минимуму) выигрыша на последнем шаге, поскольку за данным шагом нет никакого другого:

$$W_m(S) = \max \left( \min_{V_m} \right) \{ \omega_m(S, V_m) \}.$$

В данной формуле максимум (минимум) принимается не по всем возможным уравнениям  $V_m$  на  $m$ -м шаге, а только по тем, которые приводят систему в заданную область конечных состояний  $\tilde{S}_\omega$ , для которых характерно следующее уравнение:

$$\varphi_m(S, V_m) \in \tilde{S}_\omega.$$

С учетом приведенных выражений построим последовательную цепочку условных оптимальных уравнений. Найдя значение  $W_m(S)$ , можно по формуле нахождения условного оптимального выигрыша, допуская, что  $(i+1) = m$ , найти функцию  $W_{m-1}(S)$ . А также соответствующее ей условное оптимальное уравнение  $V_{m-1}(S)$ .

Следующий этап –  $W_{m-2}(S)$  и  $V_{m-2}(S)$ . И дальше, вплоть до последнего от конца (первого) шага, для которого будут получены функции  $W_1(S)$  и  $V_1(S)$ . Именно функция  $W_1(S)$  и есть условный оптимальный выигрыш на всех шагах от первого до последнего.

Отсюда поставленная задача динамического программирования, а именно – нахождение оптимальных межремонтных сроков реализации мероприятий ППРПР, может быть решена путем последовательной реализации следующих шагов. Во-первых, выбрать параметры, которые максимально полно характеризуют состояние исследуемой системы и способов распределения операций на шаги.

Во-вторых, сформулировать выигрыш на  $i$ -м шаге в зависимости от состояния системы  $S$  в начале каждого шага и управление  $V_i$ :

$$\omega_i = \omega_i(S, V_i).$$

В-третьих, найти для  $i$ -го шага функцию, которая выражает изменение состояния системы от  $S$  к  $S'$  под воздействием уравнения  $V_i$ .

$$S' = \varphi_i(S, V_i).$$

В-четвертых, представить основное функциональное уравнение нахождения условного оптимального выигрыша  $W_i(S)$  через  $W_{i+1}(S)$ :

$$W_i(S) = \max(\min) \{ \omega_i(S, V_i) + W_{i+1}(\varphi_i(S, V_i)) \}^2$$

В-пятых, отыскать функцию  $W_m(S)$  для последнего шага:

$$W_m(S) = \max(\min) \{ \omega_m(S, V_m) \}$$

В-шестых, определив  $W_m(S)$  на основании уравнения нахождения условного оптимального выигрыша при конкретном виде функций  $\omega_i(S, V_i)$ ,  $\varphi_i(S, V_i)$

найти последовательно шаг за шагом функции:  $W_{m-1}(S), W_{m-2}(S), \dots, W_1(S)$  и соответствующие им условные оптимальные уравнения:

$$V_{m-1}(S), V_{m-2}(S), \dots, V_1(S).$$

И последнее, при четко определенном начальном состоянии  $S_0$  определить оптимальный выигрыш  $W_{\max(\min)} = W_1(S_0)$  и дальше безусловное оптимальное уравнение по сформированной последовательности шагов:

$$S_0 \rightarrow V_1(S_0) \rightarrow S_1^* \rightarrow V_2(S_1^*) \rightarrow \dots \rightarrow S_{m-1}^* \rightarrow V_m(S_{m-1}^*) \rightarrow S_m^*.$$

Таким образом, многошаговый процесс оптимизации, реализованный с помощью методов линейного программирования, содержит две основные составляющие: функцию цели  $W$  и элементы управления  $V$ .

Поставленную задачу выбора оптимальной схемы ремонтов ОПИ, при которой расходы на текущее содержание и ремонт были бы минимальные, целесообразно решать с учётом критерия оптимальности, основанного на уравнении Беллмана. Период времени между двумя капитальными ремонтами (модернизациями) ОПИ характеризуется возможностью выполнения или невыполнения регламентированных промежуточных ППРПР. Исходя из этого расходы на текущее содержание ОПИ ( $B_{п.у.}$ ) будут дифференцированные. В общем виде  $B_{п.у.}$  будут зависеть от: во-первых, периода времени после ремонта –  $t$ ; во-вторых: количества выполненных регламентированных ППРПР –  $K$ ; в-третьих: времени после последнего ППРПР –  $\tau$ , если он выполнялся.

Введем условные обозначения:  $B_{п.у.0}(t)$  – величина расходов на текущее содержание ОПИ в течение года с момента  $t$ , если до этого ремонты не выполнялись;  $B_{п.у.1}(t, \tau)$  – то же в течение года от момента  $t$ , если до этого был один ремонт  $\tau$  лет тому ( $\tau < t$ );  $B_{п.у.K}(t, \tau)$  – то же в течение года с момента  $t$ , если до этого было  $K$  промежуточных ремонтов, с этого перечня последний –  $\tau$  лет тому.

Продолжая аналогию, стоимость реализации промежуточных ППРПР зависит от таких факторов: времени  $t$ , которое прошло от последнего капитального ремонта (модернизации); количества выполненных промежуточных ремонтов, согласно нормативам [3]; времени  $\tau$ , прошедшего с момента последнего промежуточного ремонта.

Введем обозначение функции стоимости ППРПР:

$R_0(t)$  – расходы предприятий путевой инфраструктуры на ППРПР ОПИ в данном  $t$ -м году, если предварительно ремонты не проводились;

$R_1(t, \tau)$  – расходы на выполнение ППРПР ОПИ в  $t$ -м году, если перед этим был один ремонт  $\tau$  лет тому;

$R_K(t, \tau)$  – то же, если перед этим было  $K$  регламентированных ремонтов, из них последний ремонт  $\tau$  лет тому.

Период времени между двумя капитальными ремонтами (модернизациями), представляющий собой фазовое пространство, обозначим  $Ft$ . Распределим данный период на  $m$  этапов – последовательных шагов. Каждый шаг равняется календарному году.

В каждый момент времени  $t$  необходимо из двух альтернативных решений, выраженных соответствующими уравнениями ( $V^0$  – продолжать эксплуатацию ОПИ,  $V^p$  – необходимо выполнение ремонта), выбрать одно оптимальное уравнение. При этом считаем, что ремонт выполняется в кратчайший срок, с учетом расходов в эксплуатационной деятельности железной дороги, связанных с необходимостью выполнения путевых работ в «окно».

Оптимизация ведется в этом случае с последнего шага, для которого:  $t = m = 1; K < m; \tau < t$ .

Функциональное уравнение для шага  $m$  будет иметь такой вид:

$$W_m(m-1,0) = \min \{B_{п.у.0}(m-1); R_0(m-1) + B_{п.у.1}(m-1,0)\}$$

$$W_m(m-1,1,\tau) = \min \{B_{п.у.1}(m-1,\tau); R_1(m-1,\tau) + B_{п.у.2}(m-1,0)\}$$

$$W_m(m-1,k,\tau) = \min \{B_{п.у.k}(m-1,\tau); R_k(m-1,\tau) + B_{п.у.k+1}(m-1,0)\}$$

Функциональные уравнения для шага  $m-1$ :

$$W_{m-1}(m-2,0) = \min \{B_{п.у.0}(m-2) + B_{п.у.0}(m-1); R_0(m-2) + B_{п.у.1}(m-2,0) + R_1(m-1,\tau) + B_{п.у.1}(m-1,\tau)\},$$

$$W_{m-1}(m-2,1,\tau) = \min \{B_{п.у.1}(m-2,\tau) + B_{п.у.1}(m-1,\tau); R_1(m-2,\tau) + B_{п.у.2}(m-2,\tau) + R_2(m-1,\tau) + B_{п.у.2}(m-1,\tau)\},$$

Отсюда общие функциональные уравнения будут иметь вид:

$$W_i(i-1,0) = \min_{V^i} \{\omega_i(i-1,0; V^i) + W_{i+1}(S(i-1,0; V^i))\}$$

$$W_i(i-1,1,\tau) = \min_{V^i} \{\omega_i(i-1,\tau; V^i) + W_{i+1}(S(i-1,1,\tau; V^i))\},$$

$$W_i(i-1,k,\tau) = \min_{V^i} \{\omega_i(i-1,k,\tau; V^i) + W_{i+1}(S(i-1,k,\tau; V^i))\}$$

*IV. Выводы (научная новизна, теоретическое и практическое значение исследования. Перспективы дальнейших научных разработок в данном направлении).*

Представленная методика позволяет учесть большее количество факторов, которые определяют сроки и объемы ППРПР, дать более полное обоснование решению задачи об оптимальных ремонтных схемах и сроках.

Таким образом, реализуя процесс динамического программирования на основании уравнения Беллмана возможно решение задачи о нахождении оптимальной схемы реализации ППРПР, с целью максимального снижения величины расходов на текущее содержание и выполнение ППРПР за весь период жизненного цикла ОПИ, что, безусловно, повлияет на величину тарифа за пользование ОПИ и в итоге на величину тарифа за перевозку грузов, пассажиров, почты и багажа железнодорожным транспортом Украины.

#### **Список источников**

1. Мищенко, М.И. Проблемы формирования затрат объектов путевой инфраструктуры [текст] / М.И. Мищенко // Весник ДНУЖТ. – Вып. 35. – ДНУЖТ, 2010. – С. 263 – 266.
2. Мищенко, М.И. Системный подход в обосновании уровня затрат ин-

фраструктуры железных дорог [текст] / М.И. Мищенко // Вестник ДНУЖТ. – Вып. 31. – ДНУЖТ, 2010. – С. 296 – 300.

3. Положение о проведении планово-предупредительных ремонтно-путевых работ на железных дорогах Украины (ЦП-0113) // Приказ Укрзалізничниці от 10.08.2004 № 630-ЦЗ [электронный ресурс]. – URL: [http://uazakon.com/documents/date\\_bh/pg\\_gsneof/index.htm](http://uazakon.com/documents/date_bh/pg_gsneof/index.htm).

---

## **ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELS OF OBJECT OPERATION OF TRACK INFRASTRUCTURE**

---

**Mishchenko Maxim Ivanovich,**

Ph. D. of Economics, Associate Professor of Economy and Management department, Dnepropetrovsk National University of railway transport named after academician V. Lazaryan; mmi@ua.fm

This paper offers the econometric model to find an optimal implementation scheme of preventive maintenance and repair track work, taken into account the cost-effective service life and preventive maintenance and repair track work on the track infrastructure facilities, in order to minimize the amount of expenditures for routine maintenance and repairs during the entire life cycle of the track infrastructure facilities.

**Keywords:** optimization, repairs, infrastructure, input.

---

## ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

---

Журнал «Современная экономика: проблемы и решения» принимает к публикации материалы, содержащие результаты оригинальных исследований, оформленных в виде полных статей (до 20 страниц) и кратких сообщений (до 5 страниц).

Опубликованные материалы, а также материалы, представленные для публикации в других журналах, к рассмотрению не принимаются.

Для публикации авторы предоставляют следующие материалы в редакцию журнала (по электронной почте: journal.MEPR@yandex.ru):

1. **Статью**, набранную в текстовом редакторе Microsoft Word и оформленную в соответствии с требованиями: формат А4, шрифт – 14 Times New Roman, интервал – полупетельный; поля: левое – 30 мм; верхнее и нижнее – 20 мм; правое – 15 мм.

Не рекомендуется использовать нумерацию страниц и автоматическую расстановку переносов.

Формулы помещаются в текст с использованием редактора формул Microsoft Equation со следующими установками: обычный 14 пт; крупный индекс 9 пт; мелкий индекс 7 пт; крупный символ 18 пт; мелкий символ 12 пт.

Рисунки должны иметь четкое изображение и быть выдержаны, как правило, в черно-белой гамме.

Рисунки и таблицы должны быть пронумерованы и иметь названия; на них должны быть ссылки в тексте.

Таблицы являются частью текста и не должны создаваться как графические объекты.

Обязательным является указание УДК.

Список источников приводится в конце статьи в алфавитном порядке в соответствии с ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления».

Статья должна носить по преимуществу аналитический, а не описательный характер. В ней должен найти четкое отражение авторский подход к решению исследуемой проблемы.

2. **Аннотацию** (2-3 предложения) на русском и английском языках.

3. **Ключевые слова** на русском и английском языках.

4. **Сведения об авторе** (на русском и английском языках): ФИО полностью, ученая степень, ученое звание, место работы, должность, контактный телефон, адрес электронной почты, адрес для пересылки журнала.

Рукописи всех статей, поступивших в журнал, проходят через институт рецензирования. Максимальный срок рецензирования – от даты поступления до вынесения решения – составляет 1 месяц.

**Плата с аспирантов за рецензирование и публикацию статей (без соавторов) не взимается.**

Авторы имеют право использовать все материалы в их последующих публикациях при условии, что будет сделана ссылка на публикацию в журнале «Современная экономика: проблемы и решения».

**Материалы, не соответствующие указанным требованиям, рассматриваться не будут.**