

УДК 51-77

---

## АДАПТИВНОЕ ТРЕНДОВОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ФИНАНСОВЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

---

**Давнис Валерий Владимирович**, д-р экон. наук, проф.

**Коротких Вячеслав Владимирович**, асп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394006; e-mail: [davnis@econ.vsu.ru](mailto:davnis@econ.vsu.ru); [korotkikh@econ.vsu.ru](mailto:korotkikh@econ.vsu.ru)

*Цель:* динамическое воспроизведение мультитрендовых процессов фондового рынка. *Обсуждение:* авторы рассматривают принципы адаптации как основу функционирования механизма эффективно-го рынка. Рассматривая поведение фондового рынка как поведение единой социально-экономической системы, обладающей свойствами самонастройки, саморегулирования, адаптации к новым, непрерывно изменяющимся условиям, признанные научным сообществом, но пока еще разрозненные и противопоставляемые теории фондового рынка могут выступать как взаимодополняющие. Тот факт, что фондовый рынок изменчив и, что оставаясь единым, на разных временных интервалах следует разным закономерностям, сформировал понимание процессов фондового рынка как мультитрендовых. *Результаты:* для исследования мультитрендовых процессов авторы вводят понятие базисного тренда, а также высказывают предположения, касающиеся его свойств. Предложена формальная статистическая модель мультитрендового процесса, представляющая в виде совокупности трендовых составляющих. Данная модель легла в основу динамической техники адаптивного трендового разложения временных рядов, продемонстрированной в эмпирической части.

**Ключевые слова:** сглаживание, трендовый анализ, мультитрендовый процесс.

### 1. Введение

Обилие исследований, посвященных изучению ценового процесса на фондовом рынке, невольно наводит на мысль о том, что современная теория финансов крайне многогранна и, не образуя единой завершенной парадигмы, противоречива по своей сути. В этой связи отметим, что в настоящее время не существует никакой теории, которая позволяла бы с точностью предсказывать цены на фондовом рынке. Однако в этом направлении сделаны серьезные шаги. Как отмечает Нобелевский комитет, Ю. Фама [16-21],

Р. Шиллер [13-15, 25] и Л.П. Хансен [22, 23] независимо друг от друга установили ряд важных закономерностей, способствующих пониманию того, как ценовой процесс реализуется на фондовом рынке.

Ю. Фама внес значительный вклад в разработку, эмпирическую верификацию и популяризацию «гипотез эффективного рынка» (efficient market hypothesis). Предполагая информационную эффективность рынка относительно доступной информации, Ю. Фама показал, что предсказание цен в краткосрочной перспективе крайне затруднительно. То есть на бирже нельзя систематически зарабатывать, используя доступную информацию.

Р. Шиллер обычно позиционируется как критик гипотез эффективного рынка Ю. Фамы. Исследуя проблему предсказуемости рынка на длинных временных промежутках, он обнаружил, что расширение горизонта прогнозирования до нескольких лет делает рыночные процессы в целом более предсказуемыми, а в их реализации наблюдаются эффекты «возвращения к среднему». Ситуации переоценки и/или недооценки активов на фондовом рынке косвенно подтверждают результаты Р. Шиллера. Серьезное превышение среднерыночных цен их долгосрочного среднего приводит к стремительному падению цен в будущем. На примере дивидендов Р. Шиллер выявил, что наблюдаемая дисперсия ценового процесса значительно превышает ожидаемую рациональным инвестором при соответствующих фундаментальных факторах. Он обратил внимание на возможные психологические истоки таких ценовых колебаний, суть иррациональное поведение инвесторов.

Л.П. Хансен внес существенный вклад в теорию ценообразования на фондовом рынке несколько с другой стороны. Он предложил так называемый обобщенный метод моментов, используемый для надежных оценок параметров моделей ценообразования активов на фондовом рынке даже при нарушении условий нормальности, гомоскедастичности и отсутствия автокорреляции. В нескольких эмпирических исследованиях Л.П. Хансен показал, что цены активов не согласовываются с наиболее теоретически обоснованной потребительской моделью оценки активов (С-CAPM).

Однозначно можно констатировать лишь тот факт, что на разных временных интервалах действуют разные законы [4, 11, 12]. Если на коротких временных интервалах доминируют классические рыночные представления, основанные на математике и логике, то на более длинных – скорее психологические особенности мышления и действия людей. За этой констатацией фактов без внимания остается принципиальный вопрос о природе рыночного механизма.

По нашему мнению, даже в предложенных моделях неявно просматривается, что механизм достижения равновесия на рынке, не важно, в моменте или асимптотически, основан на принципах адаптации. Фондовый рынок – это сложная социально-экономическая система, обладающая свойствами самонастройки, саморегулирования. На основе новой информации,

получаемой на каждом шаге во времени, происходит корректировка параметров рыночного процесса, их адаптация к новым, непрерывно изменяющимся условиям развития явления. Таким образом, параметры рыночного процесса постоянно «впитывают» новую информацию и приспособляются к ней, оставляя его по-прежнему эффективным.

Использовать инструменты измерения и моделирования, построенные на гипотезе об инерционности рынка на фоне возрастания подвижности экономических явлений, не совсем корректно. Мы полагаем, что природа процесса должна учитываться при исследовании его динамики в используемых инструментальных средствах [6, 8, 9]. В этой связи принципы адаптации, разделяющие модели способностью непрерывно учитывать эволюцию динамических характеристик изучаемых процессов, являются предпочтительными.

Уместно обратиться к исследованиям [2, 25], где авторы отмечают, что на фондовом рынке на коротких промежутках времени прогнозные оценки в наибольшей степени зависят от тенденций последних моментов времени. Это обуславливает предпочтительность использования принципов адаптации при получении краткосрочных прогнозов. Также авторы приводят мнение специалистов-практиков [10, 24], в соответствии с которым точность адаптивных прогнозов в среднем выше, нежели точность прогнозов, получаемых по традиционным методам.

В настоящем исследовании мы представим технику негармонического разложения временного ряда по трендам, с учетом адаптивной природы механизма функционирования фондового рынка.

## **2. Основные предположения**

Обычно при исследовании проблемы разложения экономического временного ряда на составляющие (компоненты) апеллируют к существованию различных видов динамики: трендам, циклам, сезонным колебаниям, случайным флуктуациям, структурным сдвигам и др. Причем с экономической точки зрения каждый вид динамики необходимо наделен собственным содержательным смыслом.

Часто для анализа временных рядов оказывается полезным изолированное рассмотрение его отдельных компонент. И хотя встречаются экономические временные ряды, которые почти в чистом виде можно отнести к тому или иному виду динамики, подавляющее большинство рядов имеет очень сложный вид в связи с тем, что различные виды динамики могут комбинироваться.

Для целей настоящего исследования нас интересует комбинирование внутри одного типа динамики, в частности, временные ряды, представляющие собой комбинацию трендов, существующих на различных интервалах времени, с наложением случайных флуктуаций.

Разложение конкретного ряда на составляющие предполагает необходимость принятия ряда допущений касательно свойств, которыми эти составляющие должны обладать. Это существенно облегчает построение фор-

мальной статистической модели, включающей в себя эти составляющие, и последующую оценку ее параметров.

Адаптивное трендовое разложение временного ряда – преобразование уровней временного ряда, превращающее их в совокупность базисных трендовых составляющих (базисных трендов). Базисный тренд представляет собой детерминированный тренд, идентифицируемый на некотором заданном временном промежутке анализируемого временного ряда.

Разложение называется «адаптивным», так как ошибка прогнозирования через обратную связь поступает на вход системы и используется при переходе от одного базисного тренда к другому путем корректирующих воздействий пропорционально этой ошибке. Это повышает уровень согласованности модели с динамикой ряда, что обеспечивает компенсацию изменений в поведении ряда изменениями параметров функций базисных трендов.

### **Предположение 1**

*Базисные тренды формируют временной ряд, входя в него аддитивно.*

Такое преобразование представляет уровни исходного временного ряда в виде суммы базисных трендов, существующих на различных временных интервалах:

$$y_t = \sum_{k=1}^K \varphi_k + \xi_t \quad (1)$$

где  $y_t$  –  $t$ -й уровень раскладываемого временного ряда;  $\varphi_k$  – функция  $k$ -го базисного тренда;  $\xi_t \sim (0, \sigma_\xi^2)$ .

Число выделяемых базисных трендов  $K$  зависит от специфики решаемых задач. В исследовании [2] предлагается рассматривать выделение трех базисных трендов, отражающих долгосрочные, среднесрочные и краткосрочные закономерности.

Идентификация нескольких базисных трендов в реализации одного и того же процесса позволяет рассматривать его как мультитрендовый. Несмотря на абстрактный характер формализации реальных процессов, приведенная модель полезна в понимании смысла, который мы стремимся заключить в понятие «мультитрендовый процесс».

Каждый базисный тренд определяется по производному временному ряду, полученному путем скользящего сглаживания уровней исходного временного ряда:

$$\varphi_k : x^k \rightarrow y^k \quad (2)$$

где  $x^k = MA(x, p_k)$ ,  $y^k = MA(y, p_k)$  – сглаженные временные ряды с шириной окна скользящего сглаживания  $p_k$ .

Значения величин окна скользящего сглаживания образуют убывающую последовательность:

$$p_{k+1} < p_k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Выделение трендовых составляющих осуществляется последовательно от ряда с наибольшим окном скользящего сглаживания к наименьшему, заканчивая исходным рядом.

## **Предположение 2**

*В динамике финансового временного ряда одновременно присутствует несколько базисных трендов, проявляющих устойчивость на различных интервалах времени.*

Для идентификации этих трендов необходимо исследовать закономерности, проявляющие устойчивость на временных интервалах, определенных специальным образом, например, часовые, четырехчасовые, дневные, недельные, двухнедельные и пр. Предполагается, что искомая тенденция и промежуток времени, на котором она доминирует, идентифицируемы.

## **Предположение 3**

*Продолжительность существования одних закономерностей отличается от продолжительности существования других.*

Реальность фондового рынка не противоречит нашему предположению. С течением времени действительно наблюдаются затухание одних тенденций и зарождение других, а также наступление разворотов тренда. При моделировании временного ряда важно предусмотреть различный темп смены этих закономерностей. Временные ряды данных о результатах торгов на фондовом рынке имеют длинную историю и периодически обновляются. В этой связи очевидна необходимость актуализации параметров функций базисных трендов. Для решения этой задачи целесообразно использование эконометрических моделей с изменяющимися во времени коэффициентами.

Продолжая размышление о смене тенденций, приходим к необходимости замены модели моделью:

$$y_t = \sum_{k=1}^K \varphi_k(t) + \xi_t, \quad (4)$$

где предусмотрен динамический характер функций, описывающих базисные тренды. Изменение функции базисного тренда может затрагивать как ее отдельные параметры, так и все параметры сразу. Причем скорость изменения параметров медленнее по сравнению со скоростью изменения моделируемого показателя.

С учетом сказанного для моделирования базисных трендов целесообразно использовать эконометрические модели, процедура построения которых предусматривает уточнение вида функций  $\varphi_k(t)$ , суть определение их с точностью до неизвестных параметров, и выбор метода оценивания этих параметров по данным временного ряда.

Так, например, при оценке параметров  $k=1$  базисного тренда мы считаем целесообразным использование процедуры рекуррентного МНК, тогда как при оценке параметров  $k>1$  базисного тренда – рекуррентную процедуру экспоненциально взвешенного МНК, подробно описанную в [2]. Причем оцениваемые параметры корректируются с учетом ошибок аппроксимации  $k$ -го производного временного ряда функцией  $\varphi_{k-1}$ , параметры были получены ранее по  $k-1$  производному временному ряду.

И хотя рекуррентная процедура МНК не получила широкого распро-

странения при построении эконометрических моделей, в ситуациях, когда временные ряды уже имеют длинную историю и постоянно обновляются, создавая необходимость в периодической корректировке параметров модели, рекуррентные процедуры гораздо эффективней обычного МНК. В [2] неоднократно отмечается, что их применение экономит и время, и память.

Вид и свойства функций, характеризующих базисные тренды, в значительной степени определяются спецификой моделируемого показателя. Если в качестве базового показателя фондового рынка исследовать цену, то, как правило, отдается предпочтение моделям авторегрессии, реализующим предположение о существенном характере зависимости текущих значений от предыдущих. Это предположение является удобным в связи с тем, что выявление систематических факторов, определяющих цену актива, сама по себе непростая задача. Наряду с ценой, являющейся в определенном смысле базовым показателем процессов фондового рынка, интерес представляет моделирование показателей, производных от нее. В частности, речь идет о показателе доходности актива.

#### **Предположение 4**

*Тенденции различной продолжительности существуют в определенной взаимосвязи.*

Смысл этого предположения в том, что каждый последующий базисный тренд является результатом уточнения предыдущего базисного тренда путем ее адаптации к данным анализируемого временного ряда.

Важный момент при построении модели (4) заключается в реализации взаимосвязанного оценивания параметров, от которых зависят входящие в него функции. Необходимость такого оценивания вытекает из следующих рассуждений.

Наблюдаемые значения временного ряда редко в точности совпадают с базисным трендом.

Оценки уровней некоторого  $l$ -го базисного тренда:

$$\hat{y}_t^l = \sum_{k=1}^{l < K} \varphi_k, \quad (5)$$

отличаются от наблюдаемых уровней исходного временного ряда на величину:

$$y_t - \hat{y}_t^l = \sum_{k=l+1}^K \varphi_k + \xi_t^l, \quad (6)$$

которая с позиции  $l$ -го базисного тренда носит характер случайной.

Аналогично имеем, что отклонения некоторого  $l$ -го базисного тренда вида от наблюдаемых уровней  $l+1$ -го временного ряда:

$$y_t^{l+1} - \hat{y}_t^l = \varphi_{l+1} + \xi_t^{l+1} \quad (7)$$

являются случайными с позиции  $l$ -го базисного тренда.

Тогда если  $l+1$ -й временной ряд представить как временное отклонение от  $l$ -го базисного тренда, то можно строить комбинированную модель, в которой одновременно идентифицируются  $l$  и  $l+1$  базисные тренды. Данное

утверждение справедливо для последовательного разложения на любое число базисных трендов. С помощью такого подхода удастся построить модель, которая идентифицирует заданное число базисных трендов.

Как было отмечено выше, в процедуре взаимосвязанного оценивания целесообразно использовать для построения  $k=1$  базисного тренда рекуррентную процедуру МНК, а последующие тренды идентифицировать с использованием процедуры адаптивной корректировки на ошибку аппроксимации текущего временного ряда функцией предыдущего базисного тренда через обратную связь адаптивного механизма.

### 3. Модель адаптивного разложения мультитрендовых процессов

Рассмотрим обобщенную модель мультитрендового процесса, реализующую технику адаптивного трендового разложения временного ряда.

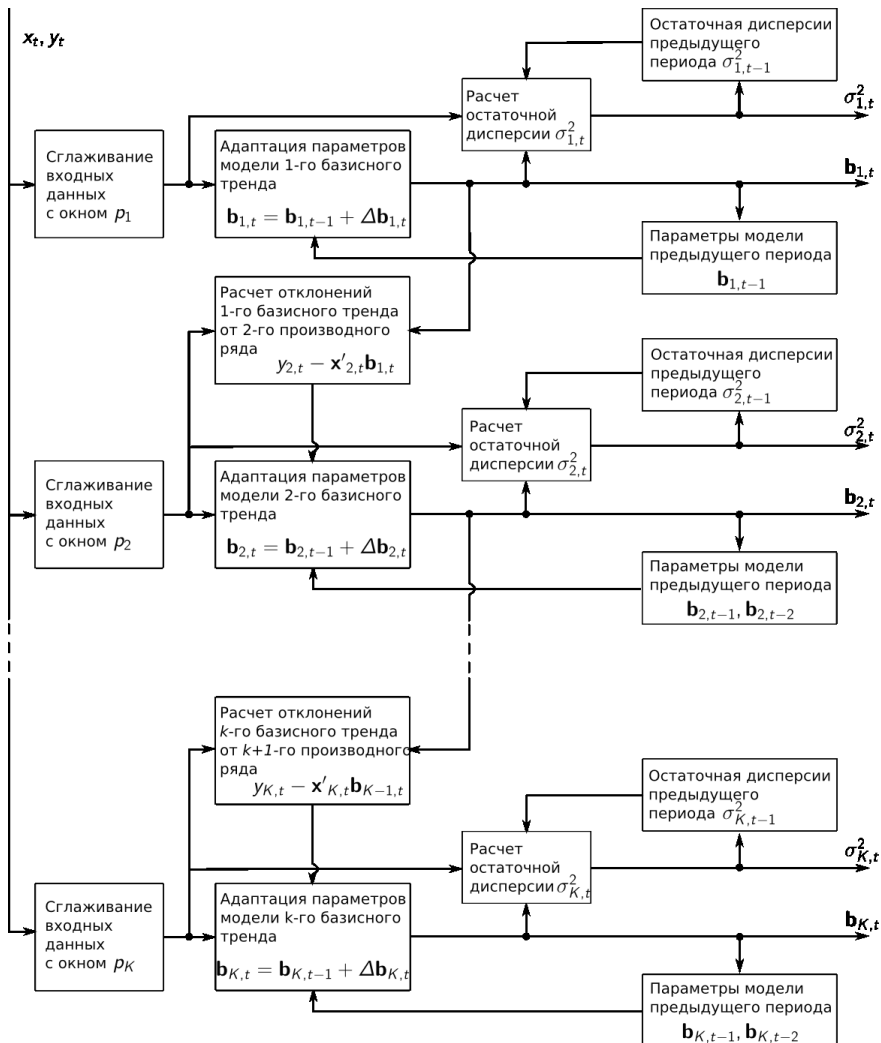


Рис. 1. Принципиальная схема адаптивного трендового разложения временного ряда

Формально модель, идентифицирующую закономерности в мульти-трендовых процессах и имеющую для этих целей многоуровневую структуру адаптивного механизма, может быть представлена в следующем виде:

$$\varphi_k(0) = \mathbf{X}_{k,0} \mathbf{b}_{k,0} + \xi_{k,0} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{k,0} = \mathbf{C}_{k,0}^{-1} \mathbf{X}'_{k,0} \mathbf{y}_{k,0} \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_{k,0}^{-1} = (\mathbf{X}'_{k,0} \mathbf{X}_{k,0})^{-1} \quad (10)$$

где  $\mathbf{X}_{k,t} = \{x_{i,j}^k\}_{\substack{i=1,2,\dots,t \\ j=1,2,\dots,m+1}}$  – расширенная матрица сглаженных с окном  $P_k$  значений независимых переменных;  $\mathbf{y}_{k,0} = \{y_{ij}^k\}_{j=1,2,\dots,t}$  – вектор сглаженных с окном  $P_k$  значений зависимой переменной;  $\mathbf{b}_{k,0}$  – начальное приближение вектора оценок параметров  $k$ -го базисного тренда;  $\mathbf{C}_{k,0}^{-1}$  – начальное приближение матрицы, обратной к матрице системы нормальных уравнений МНК, для  $k$ -го базисного тренда.

Для  $k=1$  получаем:

$$\varphi_k(t) = \mathbf{x}'_{k,t} \hat{\mathbf{b}}_{k,t} + \xi_{k,t} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{k,t} = \hat{\mathbf{b}}_{k,t-1} + \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} (\mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} + 1)^{-1} (y_{k,t} - \hat{\varphi}_k(t-1)) \quad (12)$$

$$\mathbf{C}_{k,t}^{-1} = \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} - \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} (\mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} + 1)^{-1} \mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \quad (13)$$

где  $\mathbf{x}'_{k,t}$  – расширенный вектор-строка текущих значений независимых переменных, сглаженных с окном  $P_k$ ;  $\mathbf{b}_{k,t}$  – вектор текущих оценок параметров  $k$ -го базисного тренда;  $\hat{\varphi}_k(t-1)$  – оценка текущего значения  $k$ -го базисного тренда, для получения которой используются параметры  $k$ -го базисного тренда в предыдущем периоде;  $y_{k,t}$  – сглаженное с окном  $P_k$  текущее значение зависимой переменной;  $\mathbf{C}_{k,t}^{-1}$  – обратная матрица, скорректированная с учетом последних наблюдений.

Тогда  $k=2,3,\dots,K-1$  получаем:

$$\varphi_k(t) = \mathbf{x}'_{k,t} \hat{\mathbf{b}}_{k,t} + \xi_{k,t} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{k,t} = \hat{\mathbf{b}}_{k,t-1} + \lambda [\hat{\mathbf{b}}_{k,t-1} - \hat{\mathbf{b}}_{k,t-2}] + (1 - \gamma - \lambda) \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} \times (\mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} + \rho \mathbf{I})^{-1} (y_{k,t} - \hat{\varphi}_{k-1}(t)) \quad (15)$$

$$\mathbf{C}_{k,t}^{-1} = \rho^{-1} (\mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} - \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} (\mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1}) \quad (16)$$

где  $\mathbf{X}_{k,t} = \{x_{i,j}^k\}_{\substack{i=t-\tau,t-\tau+1,\dots,t \\ j=1,2,\dots,m+1}}$  – расширенная матрица сглаженных с окном  $P_k$  текущих значений независимых переменных;  $\hat{\varphi}_{k-1}(t) = \mathbf{X}_{k,t} \hat{\mathbf{b}}_{k-1,t}$  – вектор оценок текущих значений  $k$ -го базисного тренда, вычисленный по параметрам  $k-1$ -го базисного тренда;  $\mathbf{y}_{k,t} = \{y_{ij}^k\}_{\substack{i=t-\tau,t-\tau+1,\dots,t \\ j=1,2,\dots,m+1}}$  – вектор сглаженных с окном  $P_k$  текущих значений зависимой переменной;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица;  $\rho$  – параметр экспоненциального сглаживания (настраиваемый), который обеспечивает доминирование определенного количества последних наблюдений при идентификации параметров базисного тренда;  $\lambda$  – параметр сглаживания текущего вектора поправок (настраиваемый);  $\gamma$  – параметр скорости реакции адаптивного механизма (настраиваемый);  $\tau$  – параметр количества наблюдений, обрабатываемых за один шаг многошаговой адаптивной процедуры (настраиваемый).



Для  $k = K$  имеем:

$$\varphi_k(t) = \mathbf{x}'_{k,t} \hat{\mathbf{b}}_{k,t} + \xi_{k,t} \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{k,t} = \hat{\mathbf{b}}_{k,t-1} + \lambda [\hat{\mathbf{b}}_{k,t-1} - \hat{\mathbf{b}}_{k,t-2}] + (1 - \gamma - \lambda) \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} \times \quad (18)$$

$$\left( \mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} + \rho \right)^{-1} (y_{k,t} - \hat{\varphi}_{k-1}(t)) \quad (19)$$

$$\mathbf{C}_{k,t}^{-1} = \rho^{-1} \left( \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} - \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} (\mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \mathbf{x}'_{k,t} + \rho)^{-1} \mathbf{x}_{k,t} \mathbf{C}_{k,t-1}^{-1} \right)$$

В модели предусмотрено  $k=1, 2, \dots$  блоков, каждый из которых отражает расчеты, связанные с идентификацией  $k$ -го базисного тренда. Для проведения расчетов по предлагаемой схеме требуются начальные значения  $\mathbf{b}_{k,0}$ ,  $\mathbf{C}_{k,0}^{-1}$ . Их вычисление осуществляется по обычному МНК – (8)-(10). В качестве исходных данных используются соответствующие каждому базисному тренду производные временные ряды  $y^k, x^k$ .

Первый блок включает расчетные формулы – (11)-(13), реализующие процедуру рекуррентного МНК. Использование рекуррентного МНК для текущей оценки параметров первого базисного тренда эквивалентно применению МНК ко всей совокупности данных. Наличие контура обратной связи, хотя и без взвешивания данных, позволяет считать адаптивным текущий регрессионный анализ на основе рекуррентного МНК.

Блоки  $k=2, 3, \dots, K-1$  – (14)-(16) представляют собой специфически процедуру оценки текущих параметров соответствующего базисного тренда. Специфика заключается в том, что адаптивный механизм имеет настраиваемую структуру и реализует идею взаимосвязанного оценивания параметров базисного тренда. Оценки базисного тренда корректируются с учетом обновления в производных временных рядах, а также с учетом ошибки аппроксимации предыдущим базисным трендом анализируемого производного временного ряда. В отличие от первого блока контур обратной связи предусматривает взвешивание данных в пользу группы вновь поступающих данных. Многошаговость, предусмотренная в адаптивном механизме этого блока, позволяет актуализировать базисный тренд так, чтобы в нем доминировала тенденция, имеющая место в нескольких последних наблюдениях, используемых для корректировки. В этом случае идентифицируемый базисный тренд будет устойчив к случайным выбросам.

При реализации последнего  $K$ -го блока используется одношаговая рекуррентная процедура МНК – (17)-(19). Ее особенность заключается в том, что адаптивная корректировка осуществляется по одному последнему наблюдению. Такая специфика моделирования  $K$ -го базисного тренда позволяет переориентировать оцениваемую закономерность с помощью адаптивного механизма настраиваемой структуры так, чтобы в ней доминировала тенденция, которая проявляется в последнем наблюдении, используемом для корректировки. Поскольку в общем случае  $K$ -й производный временной ряд должен совпадать с исходным, то целью  $K$ -го блока в модели является выявление новых тенденций на стадии их зарождения, а настраиваемая структура адаптивного механизма позволит отфильтровать наложение случайных флуктуаций.

#### 4. Результаты эмпирической части исследования

В эмпирической части исследования мы стремились продемонстрировать технику адаптивного трендового разложения временного ряда. В качестве входных данных были использованы временные ряды (1) дневных доходностей индекса РТС за период с 03.01.2012 г. по 30.12.2013 г., (2) дневных доходностей акций следующих эмитентов Банк ВТБ, Газпром, Мечел, НЛМК, Ростелеком (ап), Сбербанк России (ао), Сургутнефтегаз (ао), Сургутнефтегаз (ап) за тот же период.

Для удобства содержательной интерпретации мы рассматривали разложение на три базисных тренда: долгосрочный, среднесрочный и краткосрочный. В качестве функции базисного тренда мы использовали одноиндексное уравнение в модификации [3, 6], суть которой в идентификации зависимости динамики доходности группы фондовых активов (группового индекса) от динамики доходности рынка. Для вычисления доходности группового индекса был использован метод усреднения. Мы разделили все временные ряды на две части. Первая используется для получения начальных приближений моделей базисных трендов. Наблюдения второй части используются для адаптации параметров функций базисных трендов.

На рис. 2 представлен исходный временной ряд, первый производный временной ряд, полученный по методу скользящего сглаживания с окном 45 уровней исходного временного ряда. Также на графике представлен первый базисный тренд, аппроксимирующий первый производный временной ряд. Высокое значение ширины окна скользящего сглаживания позволяет отфильтровать большую часть флуктуаций, случайных с точки зрения долгосрочного инвестирования. В данном случае один шаг в моделировании учитывает информацию за 45 предшествующих рабочих дней. Если же нас интересует среднесрочная динамика, столь сильно сглаженный производный ряд не даст требуемого представления о динамике исходного ряда, как и первый базисный тренд.

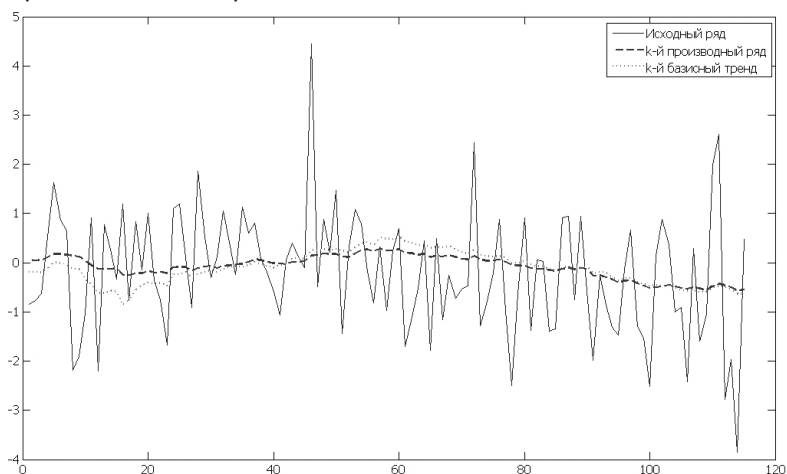


Рис. 2. Выделение первого базисного тренда ( $k = 1, p_1 = 45$ )

Для выделения в структуре анализируемого ряда второго базисного тренда (см. рис. 3), отражающего, как мы определили, среднесрочные закономерности, был получен второй производный ряд с величиной окна скользящего усреднения 5, т.е. один шаг в моделировании учитывает информацию за 5 предшествующих рабочих дней. Мы предположили, что за один шаг многошагового адаптивного механизма целесообразно обрабатывать группу из пяти наблюдений. Низкий уровень реакции при оценке параметров второго базисного тренда обусловлен тем фактом, что при адаптивной корректировке оценок используются ошибки аппроксимации первым базисным трендом второго производного временного ряда, а они в данном конкретном случае достаточно высоки. Это объясняется большой разницей между окнами скользящего усреднения. Значительная доля флуктуаций, носящих характер случайных в долгосрочном периоде, имеет место в среднесрочном периоде, что согласуется с ранее сделанными предположениями.

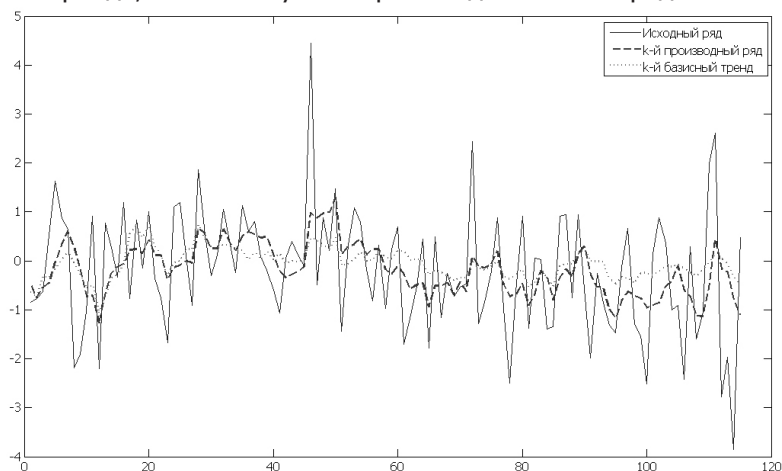


Рис. 3. Выделение второго базисного тренда  
 $(k = 2, p_2 = 5, \rho = .975, \lambda = .15, \gamma = .75, \tau = 5)$

Третий базисный тренд (см. рис. 4) идентифицируется с помощью производного временного ряда, полученного путем сглаживания исходного ряда с окном 3. В соответствии со сделанными предположениями, что за один шаг адаптивная корректировка осуществляется по одному новому наблюдению. При оценке параметров третьего базисного тренда оптимальным оказался высокий уровень реакции адаптивного механизма. Это обусловлено тем, что ошибки аппроксимации вторым базисным трендом третьего производного временного ряда достаточно невелики. Высокий уровень реакции адаптивного механизма в некоторой степени компенсируется достаточно высоким значением параметра сглаживания текущего вектора поправок. Некоторая доля флуктуаций, случайных для среднесрочного периода, оказалась неслучайной для краткосрочного периода.

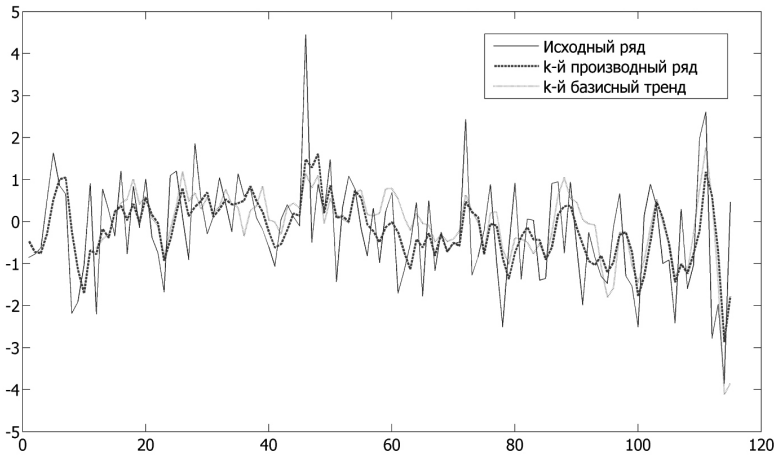


Рис. 4. Выделение третьего базисного тренда  
 $(k = 3, p_3 = 3, \rho = .975, \lambda = .85, \gamma = 0)$

Одношаговый адаптивный механизм с настраиваемой структурой устроен таким образом, что наделяет параметры модели высокой чувствительностью к изменению текущих значений. Для сравнения на рис. 5 приведены результаты моделирования третьего базисного тренда, полученные при более низком значении параметра сглаживания текущего вектора поправок. В результате на крайних уровнях рядов мы наблюдали значительное отклонение уровней третьего базисного тренда не только от уровней исходного ряда, но даже и от уровней третьего производного ряда.

По нашему мнению, выбор критерия оптимума значений параметров, определяющих структуру адаптивного механизма, должен осуществляться в соответствии с решаемой задачей.

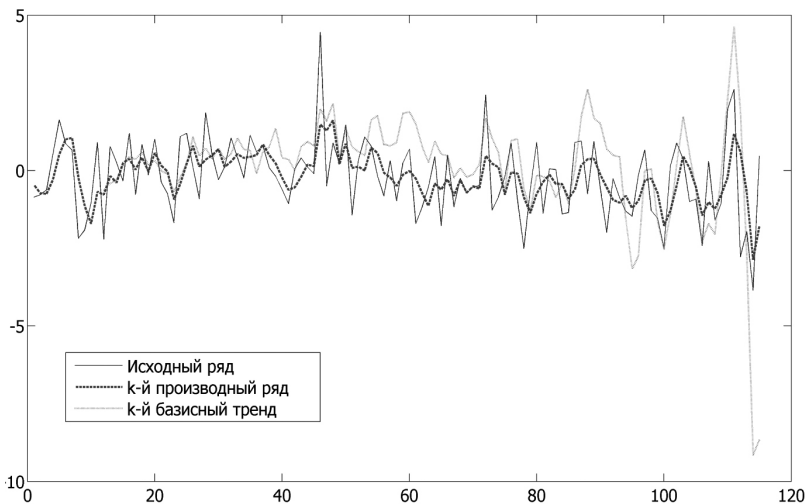


Рис. 5. Выделение третьего базисного тренда  
 $(k = 3, p_3 = 3, \rho = .975, \lambda = .45, \gamma = 0)$

Во всех случаях оптимальное значение параметра экспоненциального сглаживания, характеризующего скорость старения данных, принимает

достаточно высокое. Это обусловлено тем, что усреднение в производных рядах уже само по себе фильтрует определенную часть флуктуаций.

В результате расчетов по предлагаемым алгоритмам, мы располагаем оценками характеристик не одного базисного тренда, а нескольких. Если нет необходимости оперировать всем спектром базисных трендов, то мы полагаем, что ориентироваться следует на характеристики базисного тренда, существующего на временном интервале, соотносимом с горизонтом принимаемого решения.

## **5. Заключение**

В ходе проведенного исследования был решен ряд теоретических и практических задач.

Приведенные размышления являются важным шагом в направлении объединения признанных научным сообществом, но пока плохо согласующихся между собой теорий функционирования фондового рынка. Фондовый рынок на всех временных интервалах демонстрирует поведение единой системы, обладающей свойствами самонастройки, саморегулирования, адаптации к новым, непрерывно изменяющимся условиям. Мы склонны полагать, что учет именно адаптивной природы эффективного рынка позволит, с одной стороны, рассматривать признанные научным сообществом теории функционирования фондового рынка не как противопоставляемые взгляды, а как грани одного процесса, с другой стороны, разработать инструменты моделирования динамики фондового рынка, учитывающие особенности его поведения как сложной адаптивной системы.

Центральное место исследования составляет изучение закономерностей функционирования эффективного фондового рынка, проявляющихся на разных временных интервалах и разработка соответствующего математического аппарата. Анализ временных рядов доходностей на фондовом рынке показал, что процессы доходности ведут себя как мультитрендовые. В этой связи возникла необходимость введения понятия базисного тренда как одного из элементарных трендов мультитрендового процесса. Для идентификации базисных трендов мы выдвинули ряд допущений: аддитивность базисных трендов;

- существование нескольких базисных трендов;
- различная продолжительность существования закономерностей на разных временных интервалах;
- взаимосвязь тенденций на разных временных интервалах.

Сделанные допущения позволили разработать динамическую технику адаптивного трендового разложения временного ряда.

В эмпирической части исследования мы продемонстрировали возможности разработанной техники на примере разложения временного ряда на три базисных тренда. Следующим шагом исследования мы предполагаем приложение техники адаптивного трендового разложения в задачах портфельного инвестирования, в частности, в целях воспроизведения адаптив-

ного механизма формирования доходности группы рисков активов, а также динамического обобщения предложенных ранее в [3, 6] модификаций диагональной модели.

### Список источников

1. Бахолдин С.В., Коротких В.В. Одношаговая адаптивная модель портфельного инвестирования У. Шарпа // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2012, no. 1 (25), с. 136-145.
2. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах*. Воронеж: Воронежский государственный университет, 2006.
3. Давнис В.В., Воищева О.С., Коротких В.В. Уточнение детерминант рыночного риска в диагональной модели Шарпа // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2014, no. 3 (51), с. 8-19.
4. Давнис В.В., Касаткин С.Е., Коротких В.В. Мультифакторный подход к выбору и оценке стоимости опционов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2013, no. 12 (48), с. 241-248.
5. Давнис В.В., Кирьянчук В.Е., Коротких В.В. Эконометрическое моделирование рейтинговых оценок инвестиционной привлекательности территориальных таксонов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2011, no. 10 (22), с. 144-158.
6. Давнис В.В., Коротких В.В. Модель альтернативных ожиданий и одно из ее приложений в портфельном анализе // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2014, no. 5 (53), с. 31-46.
7. Давнис В.В., Коротких В.В. Об использовании двух гипотез при эконометрическом моделировании стохастических процессов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2014, no. 7 (55), с. 30-43.
8. Давнис В.В., Коротких В.В. Эконометрические варианты модели (B,S,I)-рынка // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2013, no. 10 (46), с. 154-165.
9. Давнис В.В., Рахметова Р.У., Коротких В.В. *Математические основы финансовых вычислений*. Воронеж, ЦНТИ, 2013. 185 с.
10. Лукашин Ю.П. *Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования*. Москва, Статистика, 1979.
11. Федосеев А.М., Коротких В.В. Особенности оценки стоимости опционов на полном и неполных рынках // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2011, no. 4 (16), с. 137-144.
12. Федосеев А.М., Коротких В.В. Современные подходы к определению стоимости опционов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2011, no. 3 (15), с. 162.
13. Campbell J.Y., Shiller R.J. Cointegration and tests of present value models // *Journal of Political Economy*, 1987, vol. 95(5), pp. 1062-1088.
14. Campbell J.Y., Shiller R.J. Stock prices, earnings, and expected dividends // *The Journal of Finance*, 1988, vol. 43(3), pp. 661-676.
15. Campbell J.Y., Shiller R.J. The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors // *Review of Financial Studies*, 1988, vol. 1(3), pp. 195-228.
16. Fama E.F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work // *The Journal of Finance*, 1970, 25(2), pp. 383-417.
17. Fama E.F. Efficient capital markets: II // *The Journal of Finance*, 1991, vol. 46(5), pp. 1575-1617.
18. Fama E.F. *Foundations of finance: portfolio decisions and securities prices*. Basic Books New York, 1976.
19. Fama E.F. Random walks in stock market prices // *Financial Analysts Journal*, 1965, vol. 21 (5), pp. 55-59.
20. Fama E.F., Fisher L., Jensen M.C., Roll, R. The adjustment of stock prices to new information // *International economic review*, 1969, vol. 10(1), pp. 1-21.
21. Fama E.F., Miller M.H. *The theory of finance*. Illinois, Dryden Press Hinsdale, 1972.
22. Hansen L.P. Large sample properties of generalized method of moments estimators // *Econometrica*, 1982, vol. 50 (4), pp. 1029-1054.

23. Hansen L.P., Singleton, K.J. Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models // *Econometrica*, 1982, vol. 50 (5), pp. 1269-1286.

24. Nelson C.R. The prediction performance of the FRB-MIT-PENN model of

the US economy // *The American Economic Review*, 1972, vol. 62 (5), pp. 902-917.

25. Shiller R.J. Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? // *American Economic Review*, 1981, vol. 71(3), pp. 457-510.

---

# ADAPTIVE TREND DECOMPOSITION OF FINANCIAL TIME SERIES

---

**Davnis Valery Vladimirovich**, Dr. Sc. (Econ.), Full Prof.  
**Korotkikh Viacheslav Vladimirovich**, graduate student

Voronezh State University, University sq., 1, Voronezh, Russia, 394006; e-mail: davnis@econ.vsu.ru; korotkikh@econ.vsu.ru

*Purpose:* dynamic reproduction of stock market multi-trend processes. *Discussion:* the authors consider adaptation principles as the basis of the mechanism of the effective stock market. Considering the behavior of the stock market as the behavior of a single socio-economic system, having the properties of self-tuning, self-regulation, adaptation to new, continuously changing conditions, the stock market theories recognized by the scientific community, but disconnected and adverse, can be considered as a complementary. The fact that the stock market is volatile and follows variable rules at different time intervals formed the understanding of the multi-trend processes of the stock market. *Results:* the authors introduce the concept of a basic trend and make suggestions concerning its properties. A formal statistical model of the multi-trend process has been proposed, it is introduced as a set of trend components. This model formed the basis of dynamic technology of the adaptive trend decomposition of financial time series, demonstrated in the empirical part.

**Keywords:** decomposition, trend analysis, multi-trend process.

## Reference

1. Bakholdin S.V., Korotkikh V.V. Odnoshagovaia adaptivnaia model' portfel'nogo investirovaniia U. Sharpa [Single-stage Adaptive W. Sharpe Portfolio Model]. *Sovremennaia ekonomika: problemy i resheniia*, 2012, no. 1 (25), pp. 136-145. (In Russ.)
2. Davnis V.V., Tiniakova V.I. *Adaptivnye modeli: analiz i prognoz v ekonomicheskikh sistemakh* [Adaptive models: analysis and forecasting in economic systems]. Voronezh, Voronezh St. Univ. Publ., 2006. 380 p. (In Russ.)
3. Davnis V.V., Voishcheva O.S., Korotkikh V.V. Utochnenie determinant rynochного riska v diagonal'noi modeli Sharpa [Improving Market Risk Estimation in Diagonal model of Sharpe]. *Sovremennaia ekonomika: problemy i resheniia*, 2014, no. 3 (51), pp. 8-19. (In Russ.)
4. Davnis V.V., Kasatkin S.E., Korotkikh V.V. Mul'titrendovyi podkhod k vyboru i otsenke stoimosti opsiionov [Multi-trend approach to the options choice and premium estimation]. *Sovremennaia ekonomika: problemy i resheniia*, 2013, no. 12 (48), pp. 241-248. (In Russ.)
5. Davnis V.V., Kiryanchuk V.Ye., Korotkikh V.V. Ekonometricheskoe modelirovanie reitingovykh otsenok investitsionnoi privlekatel'nosti territorial'nykh taksonov [Econometric Model-building of Territorial Taxons Investment Attractiveness Rating]. *Sovremennaia ekonomika: problemy i resheniia*, 2011, no. 10 (22), pp. 144-158.
6. Davnis V.V., Korotkikh V.V. Model' al'ternativnykh ozhidaniia i odno iz ee prilozhenii v portfel'nom analize [Alternative expectations model and its application in portfolio analysis]. *Sovremennaia eko-*



- nomika: problemy i resheniia*, 2014, no. 5 (53), pp. 31-46. (In Russ.)
7. Davnis V.V., Korotkikh V.V. Ob ispol'zovanii dvukh gipotez pri ekonometriceskom modelirovanii stokhasticheskikh protsessov [On two hypotheses in stochastic processes econometric modeling]. *Sovremennaiia ekonomika: problemy i resheniia*, 2014, no. 7 (55), pp. 30-43. (In Russ.)
8. Davnis V.V., Korotkikh V.V. Ekonometrichekские варианты модели (B,S,I)-rynka [Econometric Options of the (B,S,I)-market Models]. *Sovremennaiia ekonomika: problemy i resheniia*, 2013, no. 10 (46), pp. 154-165. (In Russ.)
9. Davnis V.V., Rakhmetova R.U., Korotkikh V.V. *Matematicheskie osnovy finansovykh vychislenii* [Mathematical Foundations of Financial Calculations]. Voronezh, CSTI, 2013. 185 p. (In Russ.)
10. Lukashin Iu.P. *Adaptivnye metody kratkosrochnogo prognozirovaniia*. Moscow, Statistika Publ., 1979.
11. Fedoseev A.M., Korotkikh V.V. Osobennosti otsenki stoimosti optcionov na polnom i nepolnykh rynkakh [Features valuation of options on complete and incomplete markets]. *Sovremennaiia ekonomika: problemy i resheniia*, 2011, no. 4 (16), pp. 137-144. (In Russ.)
12. Fedoseev A.M., Korotkikh V.V. Sovremennye podkhody k opredeleniiu stoimosti optcionov [Modern approaches to appraisal of options]. *Sovremennaiia ekonomika: problemy i resheniia*, 2011, no. 3 (15), p. 162. (In Russ.)
13. Campbell J.Y., Shiller R.J. Cointegration and tests of present value models. *Journal of Political Economy*, 1987, vol. 95(5), pp. 1062-1088.
14. Campbell J.Y., Shiller R.J. Stock prices, earnings, and expected dividends. *The Journal of Finance*, 1988, vol. 43(3), pp. 661-676.
15. Campbell J.Y., Shiller R.J. The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors. *Review of Financial Studies*, 1988, vol. 1(3), pp. 195-228.
16. Fama E.F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 1970, 25(2), pp. 383-417.
17. Fama E.F. Efficient capital markets: II. *The Journal of Finance*, 1991, vol. 46(5), pp. 1575-1617.
18. Fama E.F. *Foundations of finance: portfolio decisions and securities prices*. Basic Books New York, 1976.
19. Fama E.F. Random walks in stock market prices. *Financial Analysts Journal*, 1965, vol. 21(5), pp. 55-59.
20. Fama E.F., Fisher L., Jensen M.C., Roll, R. The adjustment of stock prices to new information. *International economic review*, 1969, vol. 10(1), pp. 1-21.
21. Fama E.F., Miller M.H. *The theory of finance*. Illinois, Dryden Press Hinsdale, 1972.
22. Hansen L.P. Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica*, 1982, vol. 50(4), pp. 1029-1054.
23. Hansen L.P., Singleton, K.J. Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models. *Econometrica*, 1982, vol. 50(5), pp. 1269-1286.
24. Nelson C.R. The prediction performance of the FRB-MIT-PENN model of the US economy. *The American Economic Review*, 1972, vol. 62 (5), pp. 902-917.
25. Shiller R.J. Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? *American Economic Review*, 1981, vol. 71(3), pp. 457-510.