
МОДЕЛИРОВАНИЕ РИСК-ЭКСТРЕМУМОВ МЕТОДАМИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Кумратова Альфира Менлигуловна¹, канд. экон. наук, доц.

Попова Елена Витальевна¹, д-р экон. наук, проф.

Третьякова Наталья Владимировна², канд. экон. наук

Попова Маргарита Игоревна¹, студ.

¹ Кубанский государственный аграрный университет, Калинина, 13, Краснодар, Россия, 350044; e-mail: alfa05@yandex.ru; elena-popov@yandex.ru

² Ростовский государственный экономический университет (Черкесский филиал), Красная, 3, Черкесск, Россия, 369000

Цель: статья посвящена развитию теоретической, методологической и инструментальной базы для экономико-математического моделирования и предпрогнозного анализа риск-экстремальных значений в природных, эколого-экономических системах. *Обсуждение:* разработанные методики получения предпрогнозной информации базируются на таких методах классической статистики, как математическая статистика, многокритериальная оптимизация, теория экстремальных значений. Эффективность предлагаемых подходов продемонстрирована на конкретных временных рядах объемов стока горных рек. *Результаты:* работа посвящена исследованию методов многокритериальной оптимизации и классической статистики с целью получения предпрогнозной информации. Исследуются временные ряды, обладающие долговременной памятью, вследствие этого их уровни не удовлетворяют свойству независимости. Проблема моделирования экстремальных значений вызывает необходимость применения других методов, в частности методов нелинейной динамики.

Ключевые слова: риск-экстремум, временной ряд, математическая статистика, многокритериальная оптимизация.

DOI: 10.17308/meps.2015.5/1243

Введение

Люди на протяжении тысячелетий селятся возле рек, а реки периодически выходят из берегов. Издавна люди приспособляются к поведению рек, к руслу, но тем не менее неизбежны наводнения. Как мы знаем, причин для наводнения много, так как наводнение происходит тогда, когда боль-

шая часть местности затопляется в результате подъема уровня воды в реке в период таяния снега, дождей и других причин.

В силу изменения климата мы являемся очевидцами большого количества наводнений, происходящих в последнее время. Огромное количество людей погибает каждый год в результате природных катастроф. Землетрясения, ураганы, наводнения, извержения вулканов и другие природные стихийные бедствия в считанные минуты разрушают всё вокруг и приводят к человеческим жертвам. Более двух миллионов человек погибло вследствие природных катастроф за последние три десятка лет, сообщается из отчетов ООН.

На защиту населения от наводнений тратятся огромные силы и ресурсы, но уже в течение многих лет человечество не может полностью контролировать поведение горных рек. Материальный ущерб от наводнений растет с каждым годом. Особо сильно, почти в 10 раз, ущерб вырос за вторую половину прошлого века. Территория, подверженная наводнениям, составляет на планете около 3 млн. квадратных километров, где проживает более 1 миллиарда человек. Убытки от последствий наводнений увеличиваются, а в некоторые годы достигает суммы более 200 миллиардов долларов. Погибают десятки и более тысяч людей и животных.

Наводнения в большинстве районов нашей планеты происходят вследствие продолжительных, интенсивных ливней и дождей в результате прохождения циклонов. Из-за бурного таяния снега, зажоров, заторов льда происходят наводнения на реках Северного полушария. Последствия потепления климата сказываются и на предгорьях и высокогорных долинах земного шара, так как они подвержены наводнениям, происходящим из-за прорывов внутри завальных и ледниковых озер. При извержениях вулканов и подводных землетрясениях происходят наводнения, вызываемые огромными волнами цунами.

Методология исследования

Исходя из вышесказанного, вызывает практический интерес исследовать с помощью инструментария методов классической математической статистики основные статистические показатели риска значений временных рядов (ВР) рек Карачаево-Черкесской Республики.

Для достижения большей наглядности векторную оценку меры риска [1, 9, 10] на основе классических статистических показателей проведем для пяти рек: Кубань, Большой Зеленчук, Теберда, Аксаут и Маруха. Отметим, что в случае, когда основным показателем экономической эффективности является максимизируемый объем стока воды $F_1(x) = M^x \rightarrow \max$, то можно считать утвердившимся следующий состав векторно-целевой функции (ВЦФ), представляющей векторную оценку меры риска [3, 7]:

$$F(x) = (V^x, A^x, E^x) \quad (1)$$

где $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ – множество значений верхнего индекса (нумерации) исследуемых рек (номер 1 обозначает реку Кубань, номер 2 обозначает реку

Большой Зеленчук, номер 3 обозначает реку Теберда, номер 4 обозначает реку Аксаут и номер 5 означает реку Маруха).

Вид экстремума для критериев V^x, A^x, E^x является установившимся с учетом того, какой вид имеет эмпирическая функция распределения (ЭФР) для рассматриваемых случайных величин. Визуализируя представленную на рис. 1 эмпирическую функцию распределения, и учитывая численные значения статистических параметров этого распределения есть все основания утверждать, что, во-первых, эти распределения не подчиняются нормальному закону, и, во-вторых, у этих распределений имеются отчетливо выраженные правые «тяжелые хвосты» [3, 12]. Числовую оценку «тяжелых хвостов» отражаем вкладом $E_{3\sigma}^x/E^x$ (%) в коэффициент эксцесса тех точек ЭФР, которые находятся за пределами окрестности $M \pm 3\sigma$, где $E_{3\sigma}^x$ – численное значение в коэффициент эксцесса E^x точек хвоста.

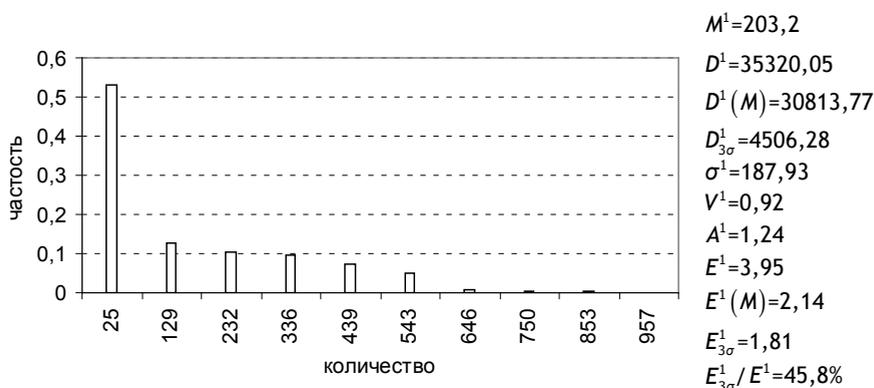


Рис. 1. ЭФР временного ряда значений стоков воды в реке Кубань с 01.01.1952 г. – 31.12.2013 г.

Исходя из визуализации рис. 1 и значений таких статистических параметров, как коэффициент асимметрии A^x и в особенности коэффициент эксцесса E^x , который для рассматриваемых рек принимает соответственно значения $E^1 > 3$, $E^2 > 3$, $E^3 < 3$, $E^4 > 3$ и $E^5 > 3$, можно утверждать о неподчинения нормальному закону значений исходного временного ряда. Отметим, что в случае нормального распределения коэффициент эксцесса всегда принимает постоянное значение $E=3$.

Данные табл. 1 свидетельствуют о наличии «тяжелых хвостов». Исходя из визуализации данных табл. 1, видно, что основной вклад в значения дисперсии и эксцесса вносят «точки правых тяжелых хвостов». Данное утверждение означает, что при оценке риска будет неправомерным использовать классическое определение роли коэффициента эксцесса E для оценки меры риска. Отметим, что это толкование (степень «приплюснутости вширь» или «вытянутости вверх») имеет отчетливый непротиворечивый смысл только для случая, когда поведение наблюдаемых случайных величин подчиняется нормальному закону. Для выявления и определения наличия «тяжелых хвостов» эмпирической функции распределения для вре-

менного ряда (ВР) ежемесячных объемов стоков р. Кубань представим в виде гистограммы. На рисунке 2а представлено процентное соотношение $E_{3\sigma}^1 / E^1(M)$ ВР ежемесячных объемов стока горной реки Кубань за период с января 1988 г. по декабрь 2001 г. На рис. 2б наблюдаем резкое «утяжеление хвоста» на 20% сразу, после добавления значений стоков реки за 2002 год – год наводнения.

Примечание. Критерий, представленный коэффициентом эксцесса, является минимизируемым [7, 9, 12]:

$$E(x) = \sum_{i=1}^L \left(\frac{D_i(x) - D(x)}{\sigma(x)} \right)^4 P_i \rightarrow \min.$$

С учетом вышеуказанного примечания и учитывая тот конкретный факт, что ЭФР рассматриваемых ВР стока горных рек: Кубань, Большой Зеленчук, Теберда, Аксаут и Маруха является асимметричным (в положительную сторону) и имеют правосторонние «тяжелые хвосты», можем следующим образом определить виды экстремума для рискованных критериев ВЦФ (2):

$$V^x \rightarrow \min. \quad A^x \rightarrow \min, \quad E^x \rightarrow \min. \quad (2)$$

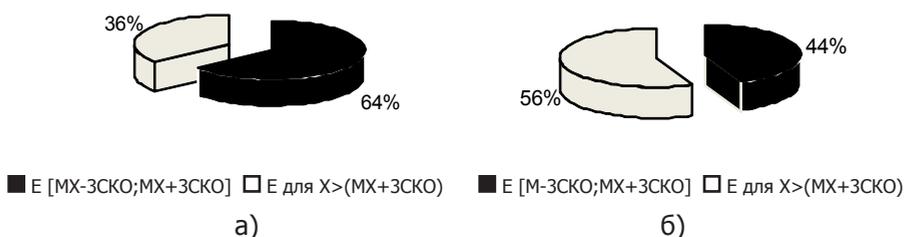


Рис. 2. Процентное долевое соотношение веса «головы» к весу «хвоста» ВР ежемесячных объемов стока горной реки Кубань

Таблица 1

Значения статистических показателей оценки риска для временных рядов объемов стока горных рек

Реки	$D^x(M)$	$D_{3\sigma}^x$	$D_{3\sigma}^x / D^x, \%$	$E^x(M)$	$E_{3\sigma}^x$	$E_{3\sigma}^x / E^x, \%$
Кубань	30813,7	4506,3	12,8	2,14	1,81	45,8
Б. Зеленчук	3559,7	312,1	8,1	2,17	1,52	41,2
Теберда	3944,6	69,2	1,7	2,39	0,18	7,1
Аксаут	1181,79	109,9	8,5	2,18	1,13	34,1
Маруха	379,73	47,9	11,2	2,21	1,39	38,6

Основной смысл вида экстремумов, определенных согласно формуле (2), состоит в том, что, ранжируя рассматриваемые реки с приблизительно одинаковыми значениями критерия ожидаемого стока $M^x \in \{203, 2; 75, 12; 68, 19; 38, 58; 22, 83\}$, мы стремимся минимизировать риск превышения пороговых «риск-экстремальных» значений стока горных рек вкладом «правых тяжелых хвостов».

Численные значения статистических показателей-критериев ВЦФ

Реки	V^x	A^x	E^x
Кубань	0,92	1,24	3,95
Б. Зеленчук	0,83	1,05	3,69
Теберда	0,93	0,90	2,57
Аксаут	0,93	1,08	3,31
Маруха	0,90	1,15	3,60

В табл. 2 представлены числа, которые принимают значения критериев ВЦФ (1), для рассматриваемых рек. По указанной ВЦФ эти группы (критерии) являются векторно-несравнимыми. Для сравнения представленных критериев используем паретовское множество альтернатив. В результате реализации обобщенного решающего правила (ОРП) имеем следующую последовательность по убыванию степени опасности («рисковости») горных рек:

- 1) Кубань;
- 2) Маруха;
- 3) Большой Зеленчук;
- 4) Аксаут;
- 5) Теберда.

Анализируя отчеты по наводнению 2002 г., отметим, что нанесенный материальный ущерб позволяет сделать выводы о высокой степени опасности реки Кубань. Следующей рекой по степени опасности оказалась небольшая река Маруха, но последствия её выхода из берегов по Карачаевскому району были весьма ощутимыми.

Далее рассмотрим и применим методику наращивания статистических данных, которая может быть представлена такими показателями, как: M – математическое ожидание, далее по степени использования σ – среднеквадратическое отклонение, также V – коэффициент вариации, A – коэффициент асимметрии, E – коэффициент эксцесса и $E_{3\sigma}$ – коэффициент эксцесса для «хвоста», все рассчитаны на ежемесячных данных 1952 г., а также дальнейших действий:

– наращивание ВР посредством введения двенадцати уровней 1953 г. для получения нового 24-уровневого исходного ВР;

– перерасчет вышеупомянутых статистических показателей оценки риска.

В итоге мы имеем для каждой рассматриваемой реки порядка шести временных рядов, отражающих динамику статистических показателей: M , σ , V , A , E и $E_{3\sigma}$.

Обсуждение результатов

Рассмотрим графическое изображение указанных выше статистических показателей.

На сегодняшний день одной из главных причин климатического изменения в сторону потепления является замедление скорости вращения Земли, что привело к ослаблению тропических ветров и усилению западного переноса воздушных масс в умеренной зоне. Это означает теплые зимы для умеренной зоны, частую повторяемость наводнений на реке Нева, подъем уровня Каспия и т.д. Анализ динамики накопленного математического ожидания для рек Кубань и Большой Зеленчук подтверждает факт уменьшения среднего объема стока реки Кубань вплоть до 2001 года включительно, а для реки Зеленчук – тенденцию медленного увеличения объема воды в русле.

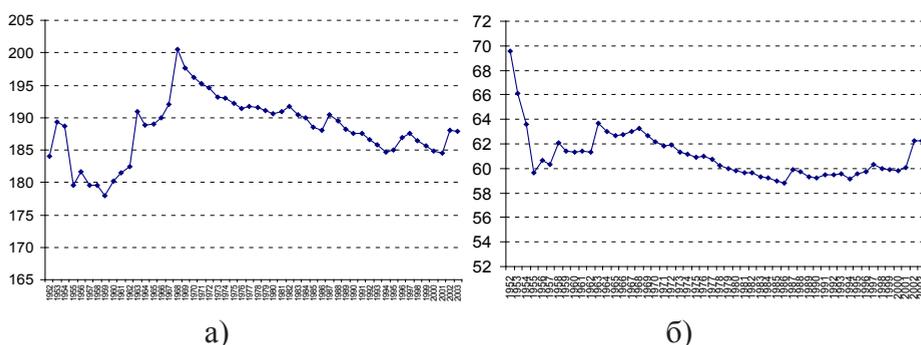


Рис. 3. Динамика показателя σ для двух рек: а) Кубань, б) Зеленчук

Рассмотрим основные рисковые показатели классической статистики, а именно СКО, V и E . Визуализация накопленных значений первого указанного показателя по рекам Кубань и Зеленчук представлена на рисунках 3а и 3б соответственно. На основе сведений о наращивании, полученных по вышеописанной методике, можно говорить о тенденциях уменьшения значений рисковых показателей до 2001 г. включительно.

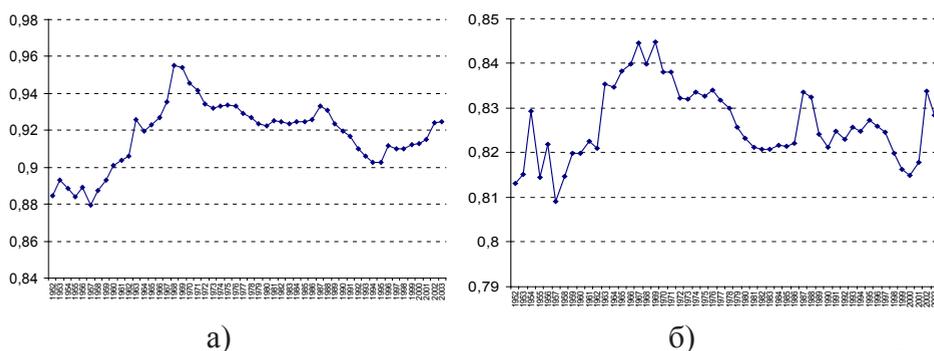


Рис. 4. Динамика статистического показателя коэффициента вариации V : а) Кубань и б) Зеленчук

Учитывая наводнение на реке Кубань 1963 г. и анализируя графические результаты на рисунке 4а, стоит отметить информативность накопленного показателя вариации, т.к. ещё начиная с 1957 г. наблюдалось его резкое возрастание. Подобное поведение присуще накопленному показателю вариации для ВР объема стока р. Зеленчук. Исследование и анализ динами-

ки накопленного показателя вариации в периоды до наводнения 2002 года позволяют сделать выводы, а именно:

1) для реки Кубань свойственен монотонный рост накопленного показателя вариации без предположений и выводов о наличии угрожающих тенденций в период с 1995 по 2002 г.;

2) для реки Зеленчук с 1995 по 2002 г. визуализация графического изображения динамики показателя вариации позволяет сделать вывод о монотонном убывании этого показателя.

Также проведено исследование такого показателя риска, как $E_{3\sigma}$, динамика которого представлена на рис. 5, позволяет оценить «тяжесть хвоста».

На основе исследования классических рисков показателей авторами реализован комплексный анализ риск-экстремумов. То есть в контексте проблем прогнозирования [1, 2, 6, 8, 10] и визуализации графиков, представленных на рис. 5, следует вывод о том, что в рассмотренных временных рядах отсутствует свойство стационарности, хотя наличие указанного свойства является обязательным в случае, когда прогнозирование осуществляется с помощью инструментария методов классической математической статистики.

Таким образом, смело можно говорить о неработоспособности классических методов прогнозирования наводнений и необходимости использования такой области статистики, как теория экстремального значения (EVT), которая признает трудность выведения закономерностей возникновения редких явлений именно потому, что они редкие.

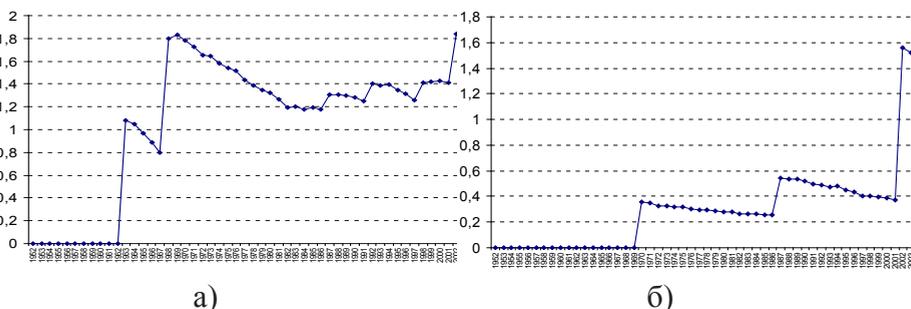


Рис. 5. Динамика статистического показателя $E_{3\sigma}$ для рек: а) Кубань, б) Зеленчук

Заключение

Итак, при существовании возможности выбора оптимального решения из совокупности альтернативных роль количественной оценки экономического риска значительно возрастает [12].

Сложность моделирования риск-экстремумов [11] обуславливает необходимость использования новых методов, а именно методов нелинейной динамики [5, 6, 8, 9] и клеточных автоматов для прогнозирования этих значений.

Список источников

1. Кумратова А.М., Попова Е.В., Тинякова В.И., Чикатуева Л.А. Математические методы в задачах оценки зон земледелия с точки зрения безопасности финансовых вложений // *Экономика устойчивого развития*, 2014, no. 1 (17), с. 83-92.
2. Кумратова А.М., Попова Е.В. и др. Методы классической статистики в исследовании степени «рисковости» тренд-сезонных процессов // *Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ*, 2014, т. 100, с. 1118-1137.
3. Кумратова А.М., Попова Е.В., Третьякова Н.В. Методы многокритериальной оптимизации и классической статистики для оценки риск-экстремальных значений // *Известия Кубанского государственного университета. Естественные науки*, 2014, no. 1(3), с. 55-60.
4. Кумратова А.М., Попова Е.В., Попова М.И. Влияние сезонной и событийной составляющих на процессы планирования и управления туристскими потоками // *Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ*, 2014, no. 05(099), с. 1154-1165.
5. Кумратова А.М., Попова Е.В. *Оценка и управление рисками: анализ временных рядов методами нелинейной динамики*. Краснодар, КубГАУ, 2014.
6. Кумратова А.М., Тинякова В.И., Третьякова Н.В. Сравнительный анализ прогнозных оценок урожайности зон земледелия разной степени риска // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2013. no. 12, с. 111-117.
7. Перепелица В.А. и др. Задача инвестора: теоретико-графовый подход, многокритериальная оптимизация // *Труды КубГАУ*, 2007, no. 5, с. 7-13.
8. Попова Е.В. и др. О прогнозировании дискретных эволюционных процессов на базе теории нечетких множеств и линейных клеточных автоматов // *Труды КубГАУ*, 2007, no. 5, с. 32-36.
9. Попова Е.В., Кумратова А.М., Чикатуева Л.А. Устойчивость развития аграрного сектора: комплекс математических методов и моделей // *Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ*, 2013, no. 06(090), с. 794-809.
10. Попова Е.В., Кумратова А.М. и др. *Туристско-рекреационная деятельность: методы, модели, прогноз*. Краснодар, КубГАУ, 2008.
11. Эмбрехтс П. *Управление рисками*. Москва, Вершина, 2004.
12. Янгишиева А.М. *Моделирование экономических рисков методами нелинейной динамики*. Автореферат. Ставрополь, 2005.

RISK MODELING EXTREMUM METHODS MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION

Kumratova Alfira Menligulovna¹, Cand. Sc. (Econ.)

Popova Elena Vital'evna¹, Dr. Sc. (Econ.), Prof.

Tret'yakova Natal'ya Vladimirovna², Cand. Sc. (Econ.)

Popova Margarita Igorevna¹, stud.

¹ Kuban State Agrarian University, Kalinina st., 13, Krasnodar, Russia, 350044;
e-mail: alfa05@yandex.ru; elena-popov@yandex.ru

² Rostov State University of Economics (Cherkessk branch), Krasnaya st., 3, Cherkessk,
Russia, 369000

Purpose: the article is devoted to the theoretical, methodological and instrumental support for mathematical modeling, analysis and prediction of risk of extreme values in the natural and economic systems. *Discussion:* developed methods of obtaining information before forecast based on classical statistics methods such as mathematical statistics, multicriteria optimization, extreme value theory. Effectiveness of the proposed approach is demonstrated by specific time series of volumes of mountain rivers. *Results:* the work is devoted to the study of multi-criteria optimization methods and classical statistics before forecast obtain information for time series that have long-term memory, which is why their levels do not meet the independence property. The complexity of modeling extreme values necessitates the use of new methods, namely the methods of nonlinear dynamics.

Keywords: risk-extremum, time series, mathematical statistics, multiobjective optimization.

Reference

1. Kumratova A.M., Popova E.V., Tinyakova V.I., Chikatueva L.A. Matematicheskie metodi v zadachah ocenki zon zemledeliya s tochki zreniya bezopasnosti finansovih vlozheniy [Mathematical methods for assessing areas of agriculture from the perspective of security investments]. *Ekonomika ustoichivogo razvitiya*, 2014, no. 1(17), pp. 83-92. (In Russ.)
2. Kumratova A.M., Popova E.V. et al. Metodi klassicheskoi statistiki v issledovanii stepeni «riskovosti» trend-sezonnih processov [Methods of classical statistics in the study of the degree of «risk» trend-seasonal processes]. *Politematicheskij setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal KubGAU*, 2014, no. 100, pp. 1118-1137. (In Russ.)
3. Kumratova A.M., Popova E.V. et al. Metodi mnogokriterial'noy optimizatsii i klassicheskoy statistiki dlya ocenki risk-extremalnih znacheniy [Methods of multi-criteria optimization and classical statistics to assess risk under extreme values]. *Izvestiya KubGU. Estestvenniye nauki*, 2014, no. 1(3), p. 55-60. (In Russ.)
4. Kumratova A.M., Popova E.V., Popova M.I. Vliyaniye sezonnoy i sobitiynoy sostavlyayushey na processi planirovaniya i upravleniya turistskimi potokami [Influence of seasonal and event components to the planning and management of tourist flows].

Politematicheskiiy setevoy elektronniy nauchniy zhurnal KubGAU, 2014, no. 5(099), pp. 1154-1165. (In Russ.)

5. Kumratova A.M., Popova E.V. *Ocenka i upravlenie riskami: analiz vremennih ryadov metodami nelineinoy dinamiki* [Risk assessment and management: time series analysis methods of nonlinear dynamics]. Krasnodar, KubGAU Publ., 2014. (In Russ.)

6. Kumratova A.M., Tinyakova V.I., Tret'yakova N.V. Sravnitel'niy analiz prognoznih ocenok urazhainostiz on zemledeliya raznoy stepeni riska [Comparative analysis of predictive estimates yield farming zones of varying degrees of risk]. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya*, 2013, no. 12, pp. 111-117. (In Russ.)

7. Perepelitsa V.A., Popova E.V. et al. Zadacha investor: teoretiko-grafoviy podhod, mnogokriterial'naya optimizatsiya [The task of investor graph-theoretic approach, multicriteria optimization]. *Trudi KubGAU*, 2007, no. 5, pp. 7-13. (In Russ.)

8. Popova E.V., Kumratova A.M. et al. O prognozirovanii diskretnih evolyuciionnih processov na base teorii nechetkih mnozhestv i lineinih kletochnih avtomatov

[About predicting discrete evolutionary processes based on fuzzy set theory and linear cellular automata]. *Trudi KubGAU*, 2007, no. 5, pp. 32-36. (In Russ.)

9. Popova E.V., Kumratova A.M., Chikatueva L.A. Ustoichivost' razvitiya agrarnogo sektora: kompleks matematicheskikh metodov i modeley [Sustainability of the agricultural sector: a complex mathematical methods and models]. *Politematicheskiiy setevoy elektronniy nauchniy zhurnal KubGAU*, 2013, no. 06(090), pp. 794-809. (In Russ.)

10. Popova E.V., Kumratova A.M. et al. *Turistsko-rekreacionnaya deyatel'nost': metodi, modeli, prognoz* [Tourism and recreation activities: methods, models, forecast]. Krasnodar, KubGAU Publ., 2008. (In Russ.)

11. Embrehts P. *Upravlenie riskami*, Moscow, Vershina, 2004, 352 p.

12. Yangishieva A.M. *Modelirovanie ekonomicheskikh riskov metodami nelineynoy dinamiki* [Modeling the economic risks of nonlinear dynamics methods]. Synopsis. Stavropol, 2005. (In Russ.)