# РЕГРЕССИОННО-МАТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ МНОГОМЕРНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

**Давнис Валерий Владимирович**, док. экон. наук, проф. **Коротких Вячеслав Владимирович**, канд. экон. наук, преп. **Юрова Яна Александровна**, преп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: itmme@econ.vsu.ru

Цель: построение комплекса моделей, обеспечивающего возможность многовариантных прогнозных расчетов социально-экономического развития региона. Обсуждение: многомерность и многовариантность это основные проблемы, которые необходимо преодолеть в прогнозных расчетах ожидаемого социально-экономического состояния региона. Модель, с помощью которой можно было бы решить обе проблемы, в настоящее время не известна. Разработка такой модели, по мнению авторов, возможна на основе комбинирования эконометрического подхода с идеями многомерного прогнозирования на основе матричного предиктора. Важным моментом в реализации такого комбинированного подхода является способ, с помощью которого разнохарактерные модели удается объединить, придав результату объединения направленность на получение требуемого результата. Такой способ был получен путем специального представления авторегрессионной схемы моделирования. В окончательном варианте многомерность и многовариантность обеспечивается комплексом из трех моделей, две из которых, являясь вспомогательными, обеспечивают полноту информационного обеспечения комбинированной модели. Результаты: подробно изложена методика получения регрессионноматричной модели в аналитическом виде, позволяющей осуществлять многовариантные расчеты многомерных процессов.

**Ключевые слова**: многомерность, многовариантные расчеты, регрессия, матричный предиктор.

**DOI:** 10.17308/meps.2016.11/1562

#### Введение

Сложное взаимодействие экономических процессов вместе с многомерной природой всегда были основной проблемой при разработке аппарата прогнозирования социально-экономического развития муниципальных образований, районов и областей. В то же время в условиях рыночной эко-

11 (83) 2016

номики прогноз стал основным ориентиром в деятельности как коммерческих, так и государственных структур управления и регулирования. Если взглянуть на арсенал методов, которые можно было бы использовать для этих целей, то он может показаться достаточно внушительным. Прежде всего, это эконометрические модели.

Доминируя в практическом использовании при разработке моделей прогнозирования одномерных процессов, этот подход имеет возможности, которые применимы в случае многомерного прогнозирования. Имеются в виду структурные модели, рекурсивные модели регрессионных уравнений, векторная авторегрессия. Но применение этих моделей к прогнозированию процессов с большим уровнем многомерности обычно предусматривает предварительное сокращение размерности при помощи метода главных компонент, дискретно-косинусного преобразования, быстрого преобразования Фурье, факторного анализа и др. [1, 12]. И все же если в основу многомерного прогнозирования положить те же принципы, которые используются в одномерном, и перейти к векторному и матричному представлению переменных, то можно получить ряд интересных результатов. Например, в работе Дж. Кохрейна [10] продемонстрированы возможности представления линейных процессов в виде векторных в рамках моделей VAR. В исследовании Л. Хансена и Т. Саржента [13] приводятся более сложные модели, чем VAR и ARIMA, которые можно преобразовать в векторное представление. Идеи, изложенные в этих работах, часто используются в прогнозных расчетах, в частности, Дж. Кэмпбелл и Р. Шиллер [9] реализовали ее в исследовании приведенной стоимости потока дивидендов. Но, как правило, любое сокращение размерности приводит к потере некоторого количества информации, что не всегда является недопустимым.

В последнее время повышенное внимание уделяется нейросетевым моделям, с помощью которых прогнозирование осуществляется «без конкретной модели», т.к. в них используются непараметрическое оценивание ожидаемых величин [14]. Естественно, непараметрическое оценивание, реализованное в этих моделях, обеспечивает возможность их применения для прогнозирования многомерных временных рядов. Однако практическое использование нейросетевых моделей требует не только специальных знаний, но и искусства нестандартного мышления, что значительно снижает их прикладные возможности.

Для прогнозирования многомерных процессов можно также применять генетические алгоритмы [7, 8], в которых реализуется идея самообучения. Модели с механизмами самообучения и адаптации применяются в прогнозировании экономических процессов [2, 3], но не многомерных.

Известны также исследования по применению для прогнозирования многомерных процессов модификации сингулярно-спектрального анализа (SSA), обычно называемого «гусеницей». Эту модификацию можно обобщить практически на любое число измерений [11]. Алгоритм, реализующий

модификацию, является двухпараметрическим (задается длина гусеницы и число ее компонент). Выбор параметров оказывает значительное влияние на результат, а также время работы алгоритма. Сложность применения в том, что оптимальные параметры определяются эмпирическим путем. А это в некотором смысле элемент исследовательской деятельности, которая приемлема для научных отчетов и совершенно не приемлема для аппарата, рекомендуемого в качестве инструмента практической деятельности.

Все приведенные методы, кроме регрессионного анализа, не удовлетворяют основному требованию, предъявляемому экономикой к формализованным подходам, смысл которого в содержательной интерпретации полученных результатов. Поэтому расчеты реальных прогнозов преимущественно проводятся на основе тривиальных методов с возможным использованием загадочных экспертных оценок, но с понятной содержательной интерпретацией.

# Современные требования к прогнозным моделям

Важно отметить, что в настоящее время изменилось представление об ожидаемом будущем. В рыночной экономике оно стало многовариантным. Нужны модели для проведения многовариантных прогнозных расчетов, природа которых имеет содержательный смысл. Описанные выше методы не предусматривали многовариантность, хотя в принципе с их помощью можно проводить многократные расчеты, изменяя параметры или используя новые вводные. Но, к сожалению, полученное таким образом многовариантное решение не всегда дает адекватное представление о природе неопределенности будущего. Следовательно, для достижения этих целей необходима разработка моделей нового типа со спецификой, предусматривающей отражение реальности в соответствии с новыми гипотезами о характере современных процессов рыночной экономики.

В данной публикации излагаются основные идеи по разработке модели, которая, по нашему мнению, будет отражать отмеченные особенности современных экономических процессов. Логика, лежащая в основе этих идей, предусматривает последовательное их воплощение путем поэтапной модификации базового варианта прогнозной модели. Учитывая, что основное требование связано с проведением многомерных прогнозных расчетов в качестве базового варианта для создания такого аппарата предлагается использовать матричный предиктор [4].

Построение матричного предиктора предусматривает использование косвенных темпов прироста, с помощью которых определяется структура пропорциональности в изменениях многомерной динамики. Прогнозные траектории, рассчитанные с помощью этой модели, «не разъезжаются», сохраняя некоторую пропорциональность в динамике своего развития. Это очень полезное свойство матричного предиктора, которое, по сути, является обязательным для методов и моделей, используемых в задачах прогнозирования многомерной динамики. Это свойство является важным аргументом

за то, чтобы в качестве базовой модели использовать матричный предиктор.

В матричном предикторе реализована идея, в соответствии с которой на будущее переносится структура взаимодействия между процессами, характеризующими динамическое состояние экономической системы. Вопрос описания этой структуры осуществляется с помощью косвенных темпов прироста [4]. Естественно, структуру взаимодействия можно описывать с помощью других подходов. Однако эти другие подходы по ряду причин не обеспечивают получение решений практических задач прогнозирования многомерных процессов в полном объеме.

Но у матричного предиктора есть существенные недостатки. Прогнозные оценки, полученные с его помощью, как правило, не обладают высокой точностью. Поэтому смысл второй, предлагаемой, идеи заключается в том, чтобы матричный предиктор превратить в регрессионно-матричный. Естественно, такая модернизация предъявит повышенные требования к данным, используемым для построения матричного предиктора, но другой идеи, ориентированной на повышение точности матричного предиктора, пока нет.

Кроме того, матричный предиктор обеспечивает возможность проведения только детерминированных расчетов, т.е. с его помощью будущее формируется на основе наблюдений исторического периода только в единственном варианте, без каких-либо предположений о случайном характере будущего. В то же время наступившая реальность, хотя и наблюдается в единственном варианте, но ожидания многовариантны и в этих ожиданиях присутствует предпочтительность, описываемая соответствующим вероятностным распределением. Поэтому, для того чтобы матричный предиктор превратился в более эффективный инструмент многомерного прогнозирования, необходимо предусмотреть в нем механизм многовариантных ожиданий. Такой механизм обеспечивается использованием эконометрического воспроизведения дискретной зависимой переменной.

Таким образом, последовательная модификация модели матричного предиктора, реализующая сформулированные идеи, позволяет получить инструмент проведения прогнозных расчетов, отвечающих современному представлению о многовариантном описании будущего. Если эмпирическая проверка модифицированной модели подтвердит ожидаемую эффективность от внесенных изменений в матричный предиктор, то ее можно будет рекомендовать для применения в автоматизированной системе прогнозных расчетов социально-экономического развития регионов.

# Основные идеи построения регрессионно-матричной модели

Чтобы понять возможность построения регрессионно-матричной модели, сначала рассмотрим основные идеи построения матричного предиктора. Вначале значения  $\mathbf{x}_{ti}$  каждого  $\mathbf{i}$  -го показателя записывают в следующем виде:

$$X_{ti} = X_{t-1i} + (X_{ti} - X_{t-1i}), i = \overline{1, n}$$
 (1)

Далее делается предположение, что приращение  $\Delta x_{ti} = (x_{ti} - x_{t-1i})$ 

формируется под воздействием всех остальных показателей. Причем влияние каждого показателя незначительное. В обычной схеме построения матричного предиктора приращение i-го прогнозируемого показателя делится на n-1 равные между собой части, каждая из которых в силу сделанных выше предположений формируется под воздействием соответствующего показателя. Вместе с положительными моментами, благодаря которым удается сформировать модель матричного предиктора, есть и негативные моменты в этом предположении. Прежде всего, из него следует, что ожидаемые значения будущего периода формируются на основе тех приростов, которые имели место в предыдущем периоде. Конечно же, это не так. Если просмотреть динамику приростов, которая имела место на историческом отрезке времени, то нетрудно понять, что данное предположение слабо согласуется с реальностью.

Совсем отказаться от этого предположения нельзя, так как возможность многомерного прогнозирования основана на реализации именно этого предположения. Следовательно, возникает необходимость в использовании усредненной или определенным способом сглаженной величины отклонения при построении модели матричного предиктора. Способов определить операцию подобного рода достаточно. По нашему мнению, и об этом говорилось выше, наиболее продуктивным является подход, основанный на комбинированном применении идей построения матричного предиктора и эконометрического моделирования. Реализация этого подхода предусматривает представление выражения (1) в эконометрическом виде:

$$\mathbf{X}_{ti} = \alpha_i + \beta_i (\mathbf{X}_{ti} - \mathbf{X}_{t-1i}) + \varepsilon_{ti}, \ i = \overline{1, n}.$$
 (2)

Оцененное регрессионное уравнение (2)

$$\mathbf{x}_{ti} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_i + \hat{\boldsymbol{\beta}}_i (\mathbf{x}_{ti} - \mathbf{x}_{t-1i}), \ i = \overline{1, n}$$
 (3)

можно рассматривать как эконометрический аналог выражения (1) и на его основе строить модель матричного предиктора. Приращение прогнозируемого показателя в рамках эконометрического подхода корректируется с помощью оценки коэффициента регрессии, что приводит к следующей записи:

$$\Delta^{\beta_i} \mathbf{x}_{ti} = \hat{\beta}_i (\mathbf{x}_{ti} - \mathbf{x}_{t-1i}), \ i = \overline{1, n}. \tag{4}$$

Эту величину можно представить в виде следующей суммы:

$$\Delta^{\beta_i} \mathbf{X}_{ti} = \sum_{i \neq i} \mathbf{V}_{ij}^{\beta_i} \mathbf{X}_{tj} , i = \overline{1, n} , \qquad (5)$$

где

$$\mathbf{v}_{ij}^{\beta_i} = \frac{1}{n-1} \Delta^{\beta_i} \mathbf{x}_{ti} / \mathbf{x}_{tj}, \ i, j = \overline{1, n}.$$

Понятно, что при использовании оцененного регрессионного уравнения (3) в модели матричного предиктора, текущее значение моделируемого показателя представляется в виде:

$$X_{ti} = \alpha_i + \sum_{j \neq i} V_{ij}^{\beta_i} X_{tj}, \quad i = \overline{1, n}.$$
 (6)

Если ввести обозначения

$$\mathbf{X}_{t} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{t1} \\ \mathbf{X}_{t2} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{tn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{1} \\ \alpha_{2} \\ \vdots \\ \alpha_{n} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{V}_{12}^{\beta_{1}} & \dots & \mathbf{V}_{1n}^{\beta_{1}} \\ \mathbf{V}_{21}^{\beta_{2}} & 0 & \dots & \mathbf{V}_{2n}^{\beta_{2}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{V}_{n1}^{\beta_{n}} & \mathbf{V}_{n2}^{\beta_{n}} & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

то в векторной форме система (6) записывается следующим образом:

$$x_{t}=\alpha+V_{g}x_{t}. \tag{7}$$

Роль предыдущего значения  $x_{t-1}$  по аналогии с (1) в этом выражении отведена свободному члену уравнения регрессии, что значительно ограничивает возможности матричного предиктора, получаемого из (7)

$$x_{t} = (I - V_{B})^{-1}a.$$
 (8)

Точность такого предиктора в значительной степени зависит от точности регрессионных уравнений, которые были построены для описания динамики системы прогнозируемых показателей. Как правило, не для всех показателей удается построить адекватные регрессионные уравнения. Кроме того, вопрос адекватности модели многомерного прогнозирования, построенной таким образом, нигде не обсуждался. Формально, можно несмотря на то, что часть моделей недостаточно точно воспроизводит динамику прогнозируемых показателей, все же использовать построенную модель для прогнозных расчетов. Однако уровень доверия таким прогнозам очень низкий. Поэтому требуется такое уточнение спецификации, которое, с одной стороны, повысило бы точность эконометрической составляющей в регрессионно-матричной модели, а с другой стороны — сохранило бы возможность реализации многовариантных расчетов.

### Авторегрессионно-матричная модель

Уточнение спецификации начнем с авторегрессионной модели первого порядка

$$\mathbf{X}_{ti} = \mathbf{a}_{0i} + \mathbf{a}_{1i} \mathbf{X}_{t-1i} + \mathbf{\varepsilon}_{ti}, \ \mathbf{i} = \overline{1, n}, \tag{9}$$

где  $a_0$ ,  $a_1$  – оцениваемые коэффициенты авторегрессионного уравнения;  $\mathbf{\epsilon}_{ti}$  – случайная составляющая, характеризующая ту часть изменения  $\mathbf{x}_{ti}$ , которая не объясняется соответствующими изменениями в прошлом.

Известно, что авторегрессионные модели являются достаточно удобным и надежным инструментом прогнозных расчетов. Выше отмечалась возможность построения векторных авторегрессионных моделей, но для практического использования этот аппарат достаточно сложен. Кроме того, даже если с помощью векторной авторегрессии решается вопрос многомерности расчетов, то вопрос с многовариантностью остается нерешенным. Поэтому будем развивать предлагаемый подход, основанный на комбинировании эконометрического и матричного моделирования, с помощью которого, по нашему мнению, можно решить обе проблемы.

Для обеспечения возможности построения матричного предиктора представим значения запаздывающей переменной авторегрессионной модели (9) в виде, который описывается выражением (1), т.е.

$$X_{t-1i} = X_{t-2i} + (X_{t-1i} - X_{t-2i}), \ i = \overline{1, n}. \tag{10}$$

Если в качестве запаздывающей переменной использовать выражение (10), то модель (9) преобразуется следующим образом:

$$\mathbf{X}_{ti} = \mathbf{a}_{0i} + \mathbf{a}_{1i} \mathbf{X}_{t-2i} + \mathbf{a}_{2i} (\mathbf{X}_{t-1i} - \mathbf{X}_{t-2i}) + \mathbf{\varepsilon}_{ti}, \ i = \overline{1, n}. \tag{11}$$

С помощью оцененной модели

$$\hat{\mathbf{x}}_{ti} = \hat{a}_{0i} + \hat{a}_{1i} \mathbf{x}_{t-2i} + \hat{a}_{2i} (\mathbf{x}_{t-1i} - \mathbf{x}_{t-2i}), \ i = \overline{1, n}, \tag{12}$$

аналогично тому, как это было сделано выше, строится матричный предиктор

$$\mathbf{x}_{t} = (\mathbf{I} - \mathbf{V}_{\hat{\mathbf{a}}})^{-1} (\hat{\mathbf{a}}_{0} + \hat{\mathbf{a}}_{1} \mathbf{x}_{t-2}), \tag{13}$$

который отличается от (3) тем, что в нем векторная прогнозная оценка определяется с учетом запаздывающей переменной.

Таким образом, вопрос многомерных прогнозных расчетов можно считать решенным. Остается только проблема получения многовариантных прогнозных расчетов.

# Дискретно-непрерывная матричная модель

Проблема многовариантных прогнозных расчетов в рамках эконометрического подхода может быть решена на основе использования дискретнонепрерывных моделей. Но прежде чем приступить к построению таким моделей, необходимо найти ответ, по крайней мере, на два вопроса. Смысл первого вопроса в том, чтобы определить фактор, а возможно, несколько факторов, от которых зависят ожидаемые варианты развития динамики системы прогнозируемых показателей. Смысл второго вопроса в определении аппарата, с помощью которого можно реализовать идею многовариантных прогнозных расчетов.

По нашему мнению, один из вариантов ответа на поставленные вопросы, практическая реализуемость которого не вызывает сомнений, предусматривает использование в качестве такого фактора валовой региональный продукт (ВРП), а в качестве аппарата – эконометрические модели бинарного и множественного выбора.

ВРП является показателем, который формируется всей региональной системой и который, по сути, наиболее полно характеризует результаты деятельности этой системы. Естественно, именно в этом показателе отражены те варианты развития региона, которые имели место в прошлом. Поэтому можно надеяться, что и в будущем такая взаимосвязь сохранится. Учитывая это, поступим следующим образом. В каждую регрессионную модель прогнозируемого показателя введем в рассмотрение дискретную переменную, значения которой определяются в соответствии со следующим правилом:

$$\mathbf{z}_{ti} = \begin{cases}
+1, & \mathbf{e}_{ti} \ge 0 \\
-1, & \mathbf{e}_{ti} < 0, \\
\mathbf{e}_{ti} = \mathbf{x}_{ti} - \hat{\mathbf{a}}_{0i} - \hat{\mathbf{a}}_{1i} \mathbf{x}_{t-2i} - \hat{\mathbf{a}}_{2i} (\mathbf{x}_{t-1i} - \mathbf{x}_{t-2i}), i = \overline{1, n}.
\end{cases} (14)$$

$$e_{ti} = \mathbf{x}_{ti} - \hat{a}_{0i} - \hat{a}_{1i} \mathbf{x}_{t-2i} - \hat{a}_{2i} (\mathbf{x}_{t-1i} - \mathbf{x}_{t-2i}), \ i = \overline{1, n}.$$
 (15)

Введенная таким образом переменная позволяет переписать модель (12) в виде:

11 (83) 2016 25

$$\hat{\mathbf{x}}_{ti} = \hat{a}_{0i} + \hat{a}_{1i} \mathbf{x}_{t-2i} + \hat{d}_{i} \mathbf{z}_{ti} + \hat{a}_{2i} (\mathbf{x}_{t-1i} - \mathbf{x}_{t-2i}), \ i = \overline{1, n},$$
 (16)

где новый параметр  $\hat{\boldsymbol{d}}_{i}$  определяется как среднее значение отклонений

$$\hat{d}_{i} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} |e_{ti}|, \ i = \overline{1, n}.$$
 (17)

Чтобы завершить построение модели, необходимо предусмотреть в этой модели механизм, с помощью которого определяется, какое значение должна принять дискретная переменная  $\mathbf{z}_{ti}$  в упреждающий момент времени. Решение этого вопроса, как отмечалось выше, связано с аппаратом эконометрического моделирования дискретных переменных. Используя в качестве фактора, от которого зависит рост или снижение прогнозируемого показателя, величину внутреннего регионального продукта  $\mathbf{r}_t$ , построим для этого специальную модель

$$p_{ti} = P(z_{ti} = 1 \mid r_t) = \frac{1}{1 + e^{\hat{c}_{0i} + \hat{c}_{1i}r_t}},$$
(18)

Вычисляемая с помощью этой модели вероятность  $\mathcal{P}_{ti}$ , позволяет в (16) случайную переменную  $\mathbf{z}_{ti}$  заменить математическим ожиданием  $\mathsf{E}(\mathbf{z}_{ti}) = (2\mathcal{p}_{ti} - 1)$  и в дальнейших расчетах использовать выражение:

$$\hat{\mathbf{x}}_{ti} = \hat{a}_{0i} + \hat{a}_{1i} \mathbf{x}_{t-2i} + \hat{d}_{i} (2p_{ti} - 1) + \hat{a}_{2i} (\mathbf{x}_{t-1i} - \mathbf{x}_{t-2i}), \ i = \overline{1, n}.$$
 (19)

Если ввести обозначения

$$\hat{\mathbf{a}}_{0} = \begin{pmatrix} \hat{a}_{01} \\ \hat{a}_{02} \\ \vdots \\ \hat{a}_{0n} \end{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{1} \mathbf{x}_{t-2} = \begin{pmatrix} \hat{a}_{11} \mathbf{x}_{t-21} \\ \hat{a}_{12} \mathbf{x}_{t-22} \\ \vdots \\ \hat{a}_{1n} \mathbf{x}_{t-2n} \end{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}(p_{t}) = \begin{pmatrix} \hat{a}_{1}[2p_{t1} - 1] \\ \hat{a}_{2}[2p_{t2} - 1] \\ \vdots \\ \hat{a}_{n}[2p_{tn} - 1] \end{pmatrix}_{t}$$

то дискретно-непрерывная модель может быть записана следующим образом

$$\mathbf{x}_{+} = (\mathbf{I} - \mathbf{V}_{\hat{\mathbf{a}}})^{-1} (\hat{\mathbf{a}}_{0} + \hat{\mathbf{a}}_{1} \mathbf{x}_{+,2} + \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{p}_{+})). \tag{20}$$

В соответствии с этой моделью значения будущего формируются из вариантов прошлого, которые подбираются в зависимости от ожидаемой ситуации. Ожидания ситуации определяются прогнозной оценкой ВРП, получаемой с помощью прогнозной модели, в качестве которой рекомендуется использовать авторегрессионную модель

$$\hat{r}_{t} = \hat{b}_{0} + \hat{b}_{1} r_{t-1} \,. \tag{21}$$

Допускается корректировка прогнозной оценки ВРП с помощью экспертных оценок или, использованием прогнозных оценок, полученных с помощью других моделей. Прогнозная оценка ВРП позволяет для каждого показателя определить с помощью (18) вероятность, с которой ожидается рост или снижение его значений. Фактически для получения прогнозных оценок используется комплекс из трех моделей.

#### Заключение

В статье показано, как возможность получения многовариантных прогнозных оценок многомерных процессов осуществляется с помощью комплекса из трех взаимосвязанных между собой моделей. Взаимодействие

между этими моделями определяется логикой моделирования адекватного воспроизведения ожидаемой ситуации. Заслуживает особого внимания реализованный в матричной модели механизм формирования ожидаемой ситуации из возможных вариантов ситуаций исторического периода. Действие этого механизма обеспечивается двумя вспомогательными моделями, которые не могут быть построены в рамках комбинированной модели, но построенные независимо они могут быть встроены в этот механизм. В силу этого достаточно сложная комбинированная модель многомерных многовариантных прогнозных расчетов становится еще сложнее. К сожалению, идей по ее упрощению нет. Более того, построение обсуждаемой модели начиналось с авторегрессионной модели первого порядка, но для некоторых процессов более точной является модель второго порядка. В силу этого возникает вопрос о возможности построения аналогичной модели, но на основе авторегрессионных моделей более высокого порядка.

#### Список источников

- 1. Большаков А.А., Каримов Р.Н. *Методы обработки многомерных данных и временных рядов.* Москва, Горячая линия Телеком, 2007.
- 2. Давнис В.В., Коротких В.В. Адаптивное трендовое разложение финансовых временных рядов // Современная экономика: проблемы и решения, 2014, no. 10, с. 8-24.
- 3. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах.* Воронеж, Воронежский государственный университет, 2006.
- 4. Давнис В.В., Тинякова В.И. Матричные модели в экономическом прогнозировании // Современные сложные системы управления (СССУ/НТСЅ 2003): Сборник трудов Междунар. науч.-практ. конф. Воронеж, ВГАСУ, 2003, с. 365-369.
- 5. Давнис В.В., Тинякова В.И. Прогноз и адекватный образ будущего // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление, 2005, no. 2, с. 183-190.
- 6. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Прогнозные модели экспертных предпочтений*.

- Воронеж, изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005.
- 7. Загоруйко Н.Г. Самообучающийся генетический алгоритм прогнозирования (GAP) // Искусственный интеллект и экспертные системы, 1997, no. 160, c. 80-95.
- 8. Загоруйко Н.Г. *Прикладные методы анализа данных и знаний*. Новосибирск, ИМ СО РАН, 1999.
- 9. Campbell J.Y., Shiller R.J. Stock prices, earnings, and expected dividends // *Journal of Finance*, 1988, vol. 43, pp. 661-676.
- 10. Cochrane J. Prediction and impulse responses in linear systems // Quanlite, 2006, no. 1, pp. 21-26.
- 11. Elsner J., Tsonis A. *Singular Spectrum Analysis*. *A New Tool in Time Series Analysis*. New York, Plenum Press, 1996.
- 12. Hannan E.J. *Multiple Time Series*. New York, Wiley, 1970.
- 13. Hansen L.P., Sargent T.J. *Rational Expectations Econometrics*. Boulder and Oxford, Westview Press, 1991.
- 14. Tsyplakov A. Introduction to prediction in classical time series models // *Quantile*, 2006, no. 1, pp. 3-19.

# REGRESSION-MATRIX MODEL OF MULTIDIMENSIONAL ECONOMIC PROCESSES

**Davnis Valery Vladimirovich**, Dr. Sc. (Econ.), Full Prof. **Korotkih Viacheslav Vladimirovich**, Cand. Sc. (Econ.), Assist. Prof. **Yurova Yana Aleksandrovna**, Assist. Prof.

Voronezh State University, University sq., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: itmme@econ.vsu.ru

Purpose: building of complex models, providing the possibility of multivariate forecast calculations of socio-economic development of the region. Discussion: the multidimensionality and multiplicity are the main problems that must be overcome in the forecast, calculations, of the expected socio-economic status of the region. The model, which could solve both problems, is not currently known. The development of such model, according to the authors is possible on the basis of combining the econometric approach with the ideas of multidimensional prediction based on the matrix predictor. The important point in the implementation of this combined approach is a method by which diverse models can be successfully combined, giving the result of combining a focus on getting the desired result. This method was obtained by a special representation of the autoregressive diagram of modelling. The multidimensionality and multiplicity in the final version are ensured by a set of three models, two of which, as a subsidiary, provide the completeness of information support of the combined model. Results: the method of obtaining regression-matrix model allowing multiple calculations of a multidimensional processes in the analytical form is described in detail.

**Keywords**: multidimensional, multiple calculations, regression, matrix predictor.

#### References

- 1. Bolshakov A.A., Karimov R.N. *Metody obrabotki mnogomernyh dannyh i vremennyh ryadov*. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom, 2007. (In Russ.)
- 2. Davnis V.V., Korotkih V.V. Adaptivnoe trendovoe razlozhenie finansovyh vremennyhryadov. *Modern Economics: Problems and Solutions*, 2014, no. 10, pp. 8-24. (In Russ.)
- 3. Davnis V.V., Tinyakova V.I. *Adaptivnye modeli: analiz i prognoz v ehkonomicheskih sistemah.* Voronezh, Voronezhskij gosudarstvennyj universitet, 2006. (In Russ.)
  - 4. Davnis V.V., Tinyakova V.I. Matrich-

- nye modeli v ehkonomicheskom prognozirovanii. *Sovremennye slozhnye sistemy upravleniya (SSSU/HTCS 2003): Sbornik trudov Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* Voronezh, VGASU, 2003, pp. 365-369. (In Russ.)
- 5. Davnis V.V., Tinyakova V.I. Prognoz i adekvatnyj obraz budushchego. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i upravlenie*, 2005, no. 2, pp. 183-190. (In Russ.)
- 6. Davnis V.V., Tinyakova V.I. *Prognoznye* modeli ehkspertnyh predpochtenij. Voro-

- nezh, Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2005. (In Russ.)
- 7. Zagorujko N.G. Samoobuchayushchijsya geneticheskij algoritm prognozirovaniya (GAP). *Iskusstvennyj intellekt i ehkspertnye sistemy,* 1997, no. 160, pp. 80-95. (In Russ.)
- 8. Zagorujko N.G. *Prikladnye metody analiza dannyh i znanij*. Novosibirsk, IM SO RAN, 1999. (In Russ.)
- 9. Campbell J.Y., Shiller R.J. Stock prices, earnings, and expected dividends. *Journal of Finance*, 1988, vol. 43, pp. 661-676.
  - 10. Cochrane J. Prediction and impulse

- responses in linear systems. *Quanlite*, 2006, no. 1, pp. 21-26.
- 11. Elsner J., Tsonis A. *Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis.* New York, Plenum Press, 1996.
- 12. Hannan E.J. *Multiple Time Series*. New York, Wiley, 1970.
- 13. Hansen L.P., Sargent T.J. *Rational Expectations Econometrics*. Boulder and Oxford, Westview Press, 1991.
- 14. Tsyplakov A. Introduction to prediction in classical time series models. *Quantile*, 2006, no. 1, pp. 3-19.