

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ, РЕГИСТРИРУЕМЫХ АНТЕННОЙ В РЕЖИМЕ ШУМОПЕЛЕНГОВАНИЯ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2023 Ю. В. Махнев✉, А. Т. Трофимов

АО «Научно-исследовательский институт «Атолл»
ул. Приборостроителей, 5, 141981 Дубна, Российская Федерация

Аннотация. Знание математической модели гидроакустических сигналов, ожидаемых при приёме на антенну, работающую в режиме шумопеленгования в мелком море, позволяет решать задачи синтеза алгоритмов пространственно-временной обработки сигналов, целью которых является решение задачи первичного обнаружения, разрешения и оценивания параметров морских объектов. Ожидаемый сигнал, называемый нами также волновым пакетом — это поле звуковых давлений на приёмниках антенны, создаваемое естественным шумоизлучением морского объекта. В статье рассматриваются вопросы, касающиеся проблем при использовании существующих моделей сигналов, описываемых с использованием собственных функций волновода. Основные проблемы: сложность получения информации о параметрах волновода (состав грунта, рельеф дна, профиль скорости звука и т. п.); случайные изменения параметров волновода из-за различных неоднородностей. Предложен подход к разработке моделей сигналов, при котором учитывается информация только о частотно-зависимых коэффициентах затухания и фазовых скоростях мод (нормальных волн). Принято, что морской объект излучает белый шум, а коэффициенты возбуждения и начальные фазы мод равновероятны, фазовые скорости флуктуируют по гауссовскому закону. Разработана и верифицирована стохастическая модель пространственно-временного поля давлений ожидаемого сигнала. Установлено, что волновой пакет следует рассматривать как гауссовский случайный процесс. Разработанная модель подходит для использования при любом взаимном расположении морского объекта и антенны (ближняя или дальняя зона), учитывает межмодовые взаимодействия (биения), обусловленные разрешающей способностью антенны, и учитывает флуктуации фазовых скоростей мод. Полученные результаты соотнесены с известными решениями.
Ключевые слова: гидроакустика, стохастическая модель сигналов, мелкое море, шумопеленгование, волновой пакет, случайный волновой процесс, модель волновода, стационарная антенна.

ВВЕДЕНИЕ

Знание математической модели гидроакустических сигналов, принимаемых на антенну, работающую в режиме шумопеленгования в мелком море, является необходимым (но недостаточным) условием для решения задачи синтеза алгоритмов пространственно-временной обработки сигналов, целью ко-

торых является решение задачи первичного обнаружения, разрешения и оценивания параметров морских объектов [1, глава 7]. *Математическая модель сигнала*, принимаемого на антенну — это формальное математическое описание поля давлений на приёмниках антенны как функции $F(n, t, \lambda)$, зависящей от пространственных координат приёмников антенны n и времени t , а так же от набора параметров λ , характеризующего как морской объект (расположение относительно антенны, скорость и направление движения, интенсивность шумоизлучения и т. д.), так и

✉ Махнев Юрий Владимирович
e-mail: mahnevyyu@yandex.ru



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

многомодовый характер распространения сигналов в мелком море. Каждая мода характеризуется коэффициентом возбуждения, частотно-зависимыми коэффициентом затухания и дисперсионной кривой фазовых скоростей [2, 3]. *Морской объект* (МО) — это техническое средство передвижения на поверхности воды или под водой, например, корабль или подводные аппараты.

Обычно модель принимаемых сигналов на антенну в мелком море записывают в виде суммы незатухающих в волноводе мод, выражаемых через функции Ханкеля и собственные функции волновода, вычисленные в точке излучения и приёма (например, модель Пекериса [4, п. 2.4.5]). Значения собственных функций, их количество и параметры вычисляют с использованием принятой модели волновода, которая зависит от следующих параметров (*параметры волновода*): количество слоёв грунта и их характеристики, рельеф дна, глубина МО и приёмника, погодные условия, профиль скорости звука и т. д.

Для использования подобных моделей волновода необходимо обладать информацией о параметрах волновода, для получения оценок которых требуется детальное обследование района установки антенны и зоны её действия, что является весьма дорогостоящим мероприятием, как в финансовом, так и во временном плане.

Значения параметров волновода на трассе распространения сигнала меняются и в любом случае в определённых пределах их приходится рассматривать как случайные величины. Ориентир только на математическое ожидание этих величин приводит к существенному рассогласованию между ожидаемым (модельным) и принимаемым сигналами [6, раздел 4.4].

Возникает проблема создания вероятностного описания ожидаемых сигналов от МО, устойчивых к неточностям задания параметров волновода, позволяющего достаточно «хорошо» решать задачи обнаружения, разрешения и оценки необходимых параметров МО при сравнительно небольших вычислительных затратах и потерях в эффективности. Подходы к решению проблемы

были предложены в [7, 8–11]. Во множестве литературных источников подтверждается целесообразность использования одного из предложенных в этих работах подходов в высокочастотной гидроакустике. В низкочастотной гидроакустике предложенные подходы приводят к незначительному повышению точности пеленгования и эффективности работы гидроакустических систем [12, 13], что свидетельствует о рассогласовании принимаемого и ожидаемого сигналов.

В общетеоретическом плане модели принимаемых сигналов на антенны (в радиотехнике и гидроакустике) представлены в литературе 1960–1990-х гг. При шумопеленговании сигналы являются случайными. Оптимальные линейные устройства обнаружения случайного сигнала требуют знания о спектральных плотностях сигнала и помехи [14, стр. 532; 15, стр. 103–106], информация о которых содержится в ковариационной матрице принимаемого сигнала. Обычно, для простоты принимается [1, 14, 16–18], что сигнал на приёмниках антенны отличается только временными задержками и ковариационная матрица принимаемого сигнала от одного МО записывается как $\mathbf{R}_s = g_s \langle \mathbf{L}_s \mathbf{L}_s^+ \rangle$, где g_s — дисперсия сигнала, $\mathbf{L}_s = \left[\exp\left(-li \cdot 2\pi f \frac{d_1}{c}\right), \dots, \exp\left(-li \cdot 2\pi f \frac{d_2}{c}\right), \dots, \exp\left(-li \cdot 2\pi f \frac{d_N}{c}\right) \right]^T$ — направляющий (или как его ещё называют сканирующий, управляющий, опорный) вектор, li — мнимая единица, f — частота сигнала, d_n — расстояние от МО до n -го приёмника антенны, $n = 1, 2, \dots, N$, N — количество приёмников, c — скорость распространения звука, $+$ и $\langle \rangle$ — операции эрмитового сопряжения и статистического усреднения соответственно. В случае мелкого моря [9] направляющий вектор принимает вид $\mathbf{H}_s = \sum_m \dot{A}_m \left[\exp\left(\frac{\alpha d_1}{c_m}\right), \dots, \exp\left(\frac{\alpha d_N}{c_m}\right) \right]^T$, а $\mathbf{R}_s = g_s \langle \mathbf{H}_s \mathbf{H}_s^+ \rangle$, где m — номера распространяющихся мод, \dot{A}_m — комплексные амплитуды мод, $\alpha = -li \cdot 2\pi f$. По-

следнее выражение зависит не только от временных задержек, но и от параметров мод. Комплексные амплитуды мод рассчитываются с использованием функции Грина [9], для конкретизации которой необходимы знания о параметрах волновода. Как было обозначено ранее, получение адекватных оценок параметров волновода является проблемой и на практике, зачастую, используется либо модель \mathbf{L}_s либо \mathbf{H}_s в виде $\mathbf{H1}_s = \left[\exp\left(\alpha \frac{d_1}{\bar{c}}\right), \right.$

$$\left. \exp\left(\alpha \frac{d_2}{\bar{c}}\right), \dots, \exp\left(\alpha \frac{d_N}{\bar{c}}\right) \right]^T, \text{ где } \bar{c} = \frac{\sum_m c_m \cdot A_m^2}{\sum_m A_m^2}$$

(ориентир на среднюю фазовую скорость мод) [7], или $\mathbf{H2}_s = A_m \cdot \left[\exp\left(\alpha \frac{d_1}{c_m}\right), \right.$

$$\left. \exp\left(\alpha \frac{d_2}{c_m}\right), \dots, \exp\left(\alpha \frac{d_N}{c_m}\right) \right]^T$$

с дальнейшим некогерентным объединением энергии мод [19]. Однако, использование \mathbf{L}_s , $\mathbf{H1}_s$, $\mathbf{H2}_s$ приводит к большим ошибкам оценки пеленга в волноводе с большой разностью фазовых скоростей мод (ФСМ) разных номеров [20].

Следовательно, проблема получения вероятностной модели принимаемых сигналов остаётся актуальной для низкочастотной гидроакустики.

Целью данной работы является разработка и верификация стохастической модели низкочастотных гидроакустических сигналов, принимаемых на стационарную антенну, работающую в режиме шумопеленгования в мелком море, с учетом обозначенных выше проблем.

1. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Гидроакустическая антенна

В данной работе рассматривается приём непрерывных сигналов шумоизлучения МО на стационарную донную антенну, состоящую из N точечных ненаправленных гидрофонов с одинаковой чувствительностью.

Модель сигнала, излучаемого морским объектом

Морские объекты имеют в своём составе механизмы, издающие различные звуки во время функционирования, и при движении МО возникают шумы обтекания [21]. Модель шумоизлучения МО является сложной, и её разработка и верификация так же является актуальной проблемой [22].

В данной работе будем считать, что МО непрерывно и ненаправленно излучает белый гауссовский шум. Аналитически такой сигнал можно представить следующим образом

$$V_u(t) = \sum_f (\tilde{A}_1(f) + li\tilde{A}_2(f)) \cdot e^{-li \cdot (2\pi f t)}, \quad (1)$$

где $V_u(t)$ — излучаемый сигнал; t — время; f — частоты ряда Фурье; $\tilde{A}_1(f), \tilde{A}_2(f)$ — гауссовские случайные величины с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением σ_0 ; li — мнимая единица. Обозначим начальную фазу сигнала как $\tilde{\varphi}_0 = \arctan\left(\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{A}_1}\right)$, и амплитуду $\tilde{A}_0(f) = \sqrt{\tilde{A}_1^2 + \tilde{A}_2^2}$. Конечно, излучается вещественный сигнал, но его представление в аналитическом (комплексном) виде удобно для дальнейшего анализа.

Модель волновода

В связи с обозначенными во введении проблемами, разрабатываемая модель сигналов должна зависеть только от тех параметров волновода, которые могут быть оценены (получены) сравнительно легко. К таким параметрам следует отнести: 1) коэффициенты километрического затухания; 2) ФСМ (методы оценки которых демонстрировались нами в [2, 23]). Считаем известными зависимости коэффициента затухания $\beta(m, f)$, выраженного в дБ/км, и ФСМ $c(m, f)$, где m — номер моды, f — частота в Гц.

Тогда поле давлений $V(t, r)$ на расстоянии r от точки излучения представится следующим образом

$$V(t, r) = \sum_f \sum_{m=1}^{M(f)} Z(m, f, r) \cdot V_u(t) \cdot e^{li \cdot \alpha(m, f, r)}, \quad (2)$$

$$\alpha(m, f, r) = \frac{2\pi fr}{c(m, f)} + \tilde{\varphi}(m, f),$$

где M — количество распространяющихся мод;

$Z(m, f, r) = K(m, f) \cdot \frac{10^{-0.0001 \cdot \beta(m, f) \cdot r}}{r_0 \cdot r}$ — множитель, учитывающий затухание; r_0 — переходное расстояние от сферического фронта волны к цилиндрическому, м; $K(m, f)$ — коэффициент возбуждения моды, принимает значения от 0 до 1; $V_u(t)$ — сигнал, определяемый выражением (1); $\tilde{\varphi}(m, f)$ — случайная начальная фаза мод.

Пространственно-временное поле давлений на антенне

Поле давлений на антенне $P(n, t)$ формируется с учётом выражения (2), в котором расстояние r будет равно горизонтальному расстоянию от МО до каждого n приёмника антенны. Будем считать, что МО равномерно движется со скоростью v м/с в некотором направлении q . Приём сигналов осуществляется в условиях воздействия некоррелированного по приёмникам шума ξ окружающей среды, который будем считать белым. С учетом сказанного запишем аналитическое выражение для $P(n, t)$ в следующем виде

$$P(n, t) = \xi(n, t) + \sum_f \sum_{m=1}^{M(f)} (Z(n, t, m, f) \times V_u(t) \cdot e^{i \cdot \alpha(n, t, m, f)}), \quad (3)$$

$$Z(n, t, m, f) = K(m, f) \cdot \frac{10^{-0.0001 \cdot \beta(m, f) \cdot R(n, t)}}{r_0 \cdot R(n, t)},$$

$$\alpha(n, t, m, f) = \frac{2\pi f \cdot R(n, t)}{c(m, f)} + \tilde{\varphi}(m, f), \quad (4)$$

$$R(n, t) = \sqrt{(x_u(t) - x(n))^2 + (y_u(t) - y(n))^2},$$

$$x_u(t) = R_0 \cdot \cos(\theta) + v \cdot t \cdot \cos(q),$$

$$y_u(t) = R_0 \cdot \sin(\theta) + v \cdot t \cdot \sin(q),$$

где $R(n, t)$ — расстояние от МО до каждого приёмника n в момент времени t ; R_0 — горизонтальное расстояние от центра антенны до МО; θ — направление (пеленг) на МО относительно центра антенны в нулевой момент времени; $x(n)$ и $y(n)$ — координаты приёмников антенны; $x_u(t)$ и $y_u(t)$ координаты МО (рис. 1).

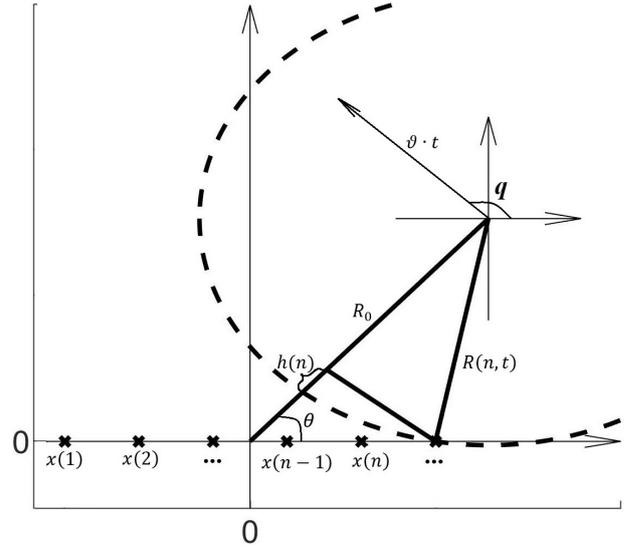


Рис. 1. Схематическое пояснение к принятым в модели обозначениям. Крестиками отмечены координаты приёмников, пунктиром окружность радиуса $R(n, t)$ [Fig. 1. Schematic explanation of the designations used in the model. The coordinates of the receivers are marked with crosses, the circle of the radius is dotted]

Предложенная модель пространственно-временного поля давлений на антенне заметно отличается от зачастую используемых моделей. Необходима верификация этой модели с тем, чтобы убедиться, что имитируемые сигналы имеют такие же свойства и характеристики как у сигналов, получаемых экспериментально.

Под верификацией модели подразумевается определение согласованности между экспериментально получаемыми (реальными) и модельными сигналами. Согласованность оценивается как визуально — по «поведению» сигналов, так и путём оценки того или иного параметра по экспериментальным данным и сравнения оценок с расчетными значениями. Статистическое моделирование и верификация модели реализована с использованием программного обеспечения MATLAB 2014b (windows 7 Prof.). Все вычисления производились при использовании формата данных double.

Модельные сигналы сравниваются с реальными сигналами, полученными в одном из районов Баренцева моря в условиях лет-

ней гидрологии. Реальные сигналы содержат шумоизлучение от множества МО в каждый момент времени. В связи с этим для верификации модели используются только такие данные (реализации, частотные диапазоны), при которых интенсивность шумоизлучения от судна с известными параметрами многократно превышает шумоизлучение от других МО.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

2.1. Верификация модели гидроакустических сигналов

Проанализируем выражение (3) на предмет взаимосвязи между параметрами МО и параметрами поля давлений на антенне. Пусть приём сигналов осуществляется на линейную антенну ($y(n) = 0$), тогда из геометрических соображений получим следующие выражения

$$R(n, t) = \Delta R(t) - x(n) \cdot \cos(\theta - \Delta\theta(t)) + h(n, t), \quad (5)$$

$$h(n, t) = -\sqrt{R(n, t)^2 - x(n)^2 \cdot \sin(\theta - \Delta\theta(t))^2} + R(n, t),$$

$$\Delta R_0(t) = (R_0^2 + (v \cdot t)^2 + 2R_0 \cdot v \cdot t \cdot \cos(\theta - q))^{0.5}, \quad (6)$$

$$\Delta\theta(t) = \operatorname{acs} \left(\frac{R_0 + vt \cdot \cos(\theta - q)}{\sqrt{R_0^2 + (vt)^2 + 2R_0 vt \cdot \cos(\theta - q)}} \right),$$

где acs — операция вычисления \arccos , $h(n, t)$ — коэффициент, учитывающий сферичность фронта волны (высота хорды, рис. 1); $\Delta R_0(t)$ и $\Delta\theta(t)$ — изменение расстояния R_0 и направления θ на морской объект за время t .

Преобразуем (6), используя формулу приближенного вычисления квадратного корня $\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$ (допустимо при малом интервале анализа). Тогда, подставляя (5) в (4), принимая $\frac{(v \cdot t)^2}{2R_0}$ незначительно малым и приравнивая нулю, и взяв $2\pi ft$ из $V_u(t)$ получим следующее выражение, удобное для анализа

$$\alpha(n, t, m, f) \approx 2\pi(f - f \cdot \frac{v \cdot \cos(\theta - q)}{c(m, f)})t + \frac{2\pi f \cdot R_0}{c(m, f)} + \frac{2\pi f}{c(m, f)} x(n) \cdot \cos(\theta + \Delta\theta(t)) - \frac{2\pi f \cdot h(n, t)}{c(m, f)} + \tilde{\varphi}(m, f). \quad (7)$$

Составляющая $f \cdot \frac{v \cdot \cos(\theta - q)}{c(m, f)}$ определя-

ет доплеровский сдвиг частоты, возникающий при движении МО, относительно центра антенны. Весьма интересно отметить зависимость фазовой скорости мод от доплеровского сдвига. При $v \neq 0$, $\cos(\theta - q) \neq 0$ и излучении сигнала на частоте f согласно (7) на приёмники антенны приходит целый набор мод на разных несущих частотах. Можно утверждать, что при удалении МО от антенны, несущие частоты мод с большими фазовыми скоростями расположатся правее частоты первой моды, а при приближении, наоборот, левее. Расширение спектра сигнала за счет доплеровского смещения мод удалось подтвердить экспериментально, путём наблюдения за дискретной составляющей (ДС) судна. Судно двигалось со скоростью $5 \pm 0,5$ м/с и располагалось от приёмников антенны на расстоянии 20–30 км. Форма спектра ДС оценивалась по экспериментальным данным в двух случаях, когда судно приближалось к антенне при $|\theta - q| \approx \frac{\pi}{2}$, что говорит о движении перпендикулярном направлению наблюдения и, следовательно, доплеровском сдвиге близком к нулю, и при $|\theta - q| \approx 0$ или π , что говорит о движении вдоль оси наблюдения и максимальном доплеровском сдвиге между крайними модами. Разницу несущих частот первой и крайней мод можно оценить по формуле

$$\Delta f = f \cdot v \cdot |\cos(\theta - q)| \cdot \Delta c(f), \quad (8)$$

где $\Delta c(f) = \left(\frac{1}{c(1, f)} - \frac{1}{c(M(f), f)} \right)$. Согласно (8) в данном эксперименте при $\theta - q = 0$ $\Delta f \approx 0,011$ Гц. Результаты оценки формы энергетического спектра ДС по реальным и модельным сигналам приведены на рис. 2. При моделировании МО находился на расстоянии 30 км и имел постоянную скорость

5 м/с. Чтобы более наглядно показать расширение спектра на графики (рис. 2) нанесена пунктирной линией форма спектра гармонического сигнала. По рис. 2 (справа) видно, что основной лепесток ассиметрично расширен как на экспериментальных, так и на модельных данных. Расширение спектра лежит в пределах сотых долей Герца, что соотносится с теоретическими расчетами по формуле (8).

Следует помнить, что моды верхних номеров затухают сильнее, поэтому энергия расширенного участка спектра значительно меньше энергии на основной частоте и плавно уменьшается с удалением от частоты мод низших номеров. На рис. 2 (слева), напротив, расширение основного лепестка отсутствует, так как величина Δf близка к нулю.

Рассмотрим волну, создаваемую МО на апертуре антенны. Для этого осуществим переход $P(n, t) \rightarrow P(n, f)$, вычислив дискретное преобразование Фурье (ДПФ) и учитывая (7).

$$P(n, f) = W(t) \cdot \left(\sum_f \xi(n, t) \cdot e^{-li \cdot 2\pi f t} + \sum_f \sum_{m=1}^{M(f)} Z(n, f, m) \cdot e^{li \cdot \alpha'(n, f, m)} \right),$$

$$Z(n, f, m) = K(m, f) \cdot \frac{10^{-0.0001 \cdot \beta(m, f) \cdot R(n)}}{r_0 \cdot R(n)},$$

$$\alpha'(n, f, m) = \frac{2\pi f}{c(m, f)} (-v \cdot t \cdot \cos(\theta - q) + R_0 + x(n) \cdot \cos(\theta + \Delta\theta(t)) - h(n, t)) + \tilde{\varphi}(m, f), \quad (9)$$

где $W(t)$ — весовое окно анализа.

Пусть интервал анализа при вычислении ДПФ отвечает требованиям квазистационарности наблюдаемого процесса, тогда влиянием изменения пеленга $\Delta\theta(t)$ и скорости движения v можно пренебречь. Тогда *волновой пакет* (поле давлений на апертуре антенны на некоторой частоте f , создаваемое одиночным МО) [13], можно записать в виде $X(n)$

$$P(n, f)^{<f>} = X(n) = \sum_{m=1}^{M(f)} Z(n, f, m) \cdot \exp \left(li \cdot \left(\frac{2\pi f}{c(m, f)} \cdot (x(n) \cdot \cos(\theta) - h(n, t) + R_0) + \tilde{\varphi}(m, f) \right) \right), \quad (10)$$

где $\langle f \rangle$ — оператор выделения зависимости на частоте f . Заметим, что несмотря на то, что реальное пространственно-временное

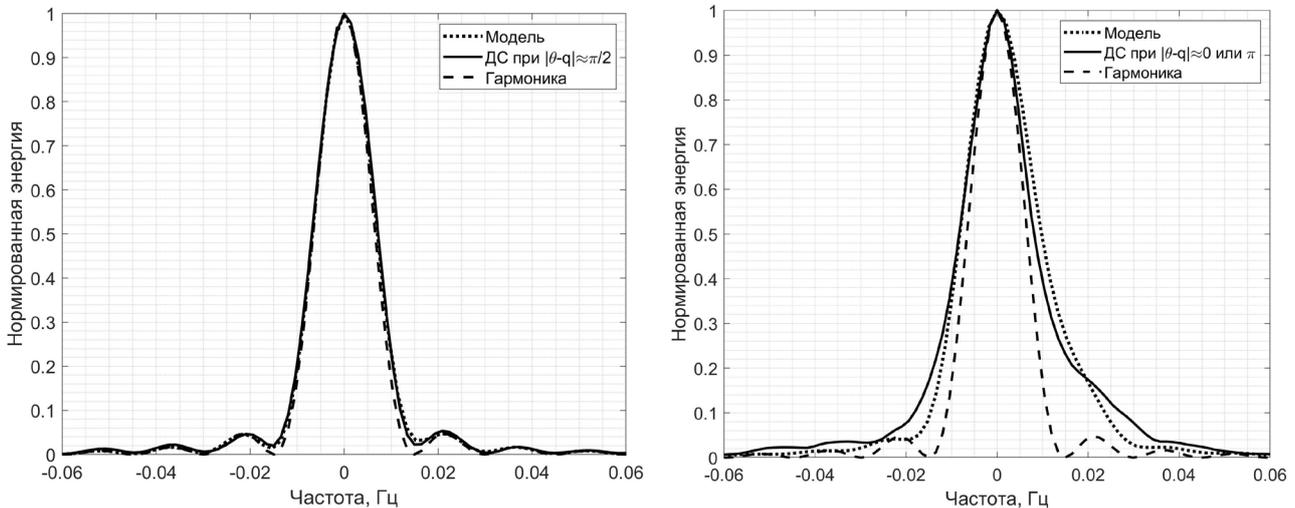


Рис. 2. Оценка формы спектра дискретной составляющей судна по экспериментальным данным (сплошная линия) и модельным данным (точечная линия), при движении судна со скоростью ~ 5 м/с, при $|\theta - q| \approx \frac{\pi}{2}$ (слева) и при $|\theta - q| \approx 0$ или π (справа). Пунктиром показан спектр модельного одиночного гармонического сигнала (одномодовый волновод)

[Fig. 2. Estimation of the shape of the spectrum of the discrete component of the vessel from experimental data (solid line) and model data (dotted line), when the vessel is moving at a speed of ~ 5 m/s, at $|\theta - q| \approx \frac{\pi}{2}$ (left) and at $|\theta - q| \approx 0$ or π (right). The dotted line shows the spectrum of a model single harmonic signal (single-mode waveguide)]

поле давлений является вещественным, оценка волнового пакета (ВП) в результате ДПФ всегда является комплексной.

Составляющая $\frac{2\pi f \cdot R_0}{c(m, f)}$ не зависит от номера приёмника и отвечает за изменение начальной фазы моды m в зависимости от пройденного ею расстояния R_0 . Учитывая, что начальная фаза $\tilde{\varphi}(m, f)$ является случайной, то и $\frac{2\pi f \cdot R_0}{c(m, f)} + \tilde{\varphi}(m, f)$ тоже случайная величина, распределенная равномерно.

Рассмотрим случай, когда МО находится в дальней зоне антенны (т. е. выполняется условие $R > \frac{2(L \cdot |\sin(\theta)|)^2}{\lambda}$, где L — длина антенны; λ — длина волны на проектной частоте антенны; R — расстояние до МО), тогда $h(n, t) \approx 0$ и не оказывает существенного влияния на ВП.

Каждая мода в (10) имеет пространственную частоту $f(m) = \frac{f}{c(m, f)} x(n) \cdot \cos(\theta)$, которая зависит от ФСМ и пеленга на МО. Алгоритмы пространственной обработки нацелены на получение оценки параметра θ по ВП (10). Для верификации модели (3) сравним ВП, полученные путём статистического моделирования и экспериментально. Будут сравниваться энергетические волновые спектры и реальные части волновых пакетов. Волновой спектр вычисляется путём взятия дискретного преобразования Фурье от комплексного ВП. Значения амплитуд и начальных фаз мод в ВП, полученных экспериментально, неизвестны, а количество энергозначимых мод известно приблизительно. В связи с этим при моделировании ВП подбиралась такая комбинация амплитуд и начальных фаз мод, при которой будет обеспечено наиболее точное совпадение с экспериментом. В ходе статистического моделирования было получено 10000 реализаций ВП согласно (3) и (10).

На рис. 3 изображены ВП (на частоте $f = 0,27 \cdot f_0$ Гц, где f_0 — проектная частота антенны), наиболее близко соответствующие по методу наименьших квадратов реальным ВП. По рис. 3 (а, в, д) видно, что в зависимо-

сти от пеленга на МО в ВП меняется количество периодов колебания на антенне, т.е. его пространственная частота, что так же наблюдается и по волновым спектрам (б, г, е). Так же видно, что ВП — это сложный, модулированный процесс. Различия между модельными и экспериментальными данными можно объяснить тем, что в районе проведения испытаний было интенсивное судоходство, и даже при получении ВП на частоте дискретной составляющей судна ($c/\text{ш} > 10$ дБ) другие МО оказывают малое, но ощутимое влияние на сигнал. Кроме того, естественно, что подобранные значения амплитуд и начальных фаз мод не соответствуют истинным значениям. Рассмотрим случай, когда $h(n, t) \neq 0$. Составляющая $\frac{2\pi f \cdot h(n, t)}{c(m, f)}$ определяет сферичность фронта волны. В случаях, когда МО находится в ближней зоне антенны, $h(n, t)$ значительно отлочно от нуля и уникально на каждом приёмнике.

Сферичность фронта волны приводит к расширению волнового спектра ВП. Чтобы наглядно показать расширение полосы пространственных частот, занимаемых ВП, преобразуем выражение (5), используя приближение $\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$, и подставляя в (10), получаем

$$X(n) = \sum_{m=1}^{M(f)} Z(n, f, m) \cdot \exp(i \cdot \alpha''(n, f, m)), \quad (11)$$

$$\alpha''(n, f, m) = i \left(\frac{2\pi f}{c(m, f)} \left(\cos(\theta) - \frac{x(n) \cdot \sin(\theta)^2}{2R_0} \right) \times \right. \\ \left. \times x(n) + \tilde{\varphi}(m, f) \right).$$

Из выражения (11) можно увидеть, что на каждом приёмнике пространственная частота

$$f(n, f, m) = \frac{f \cdot x(n)}{c(m, f)} \left(\cos(\theta) - \frac{x(n) \cdot \sin(\theta)^2}{2R_0} \right)$$

зависит от расстояния R_0 между МО и центром антенны. Покажем на рис. 4 примеры экспериментально- и модельно-получаемого ВП при расположении МО в ближней зоне антенны в направлении, близком к нормали антенны, и сравним их.

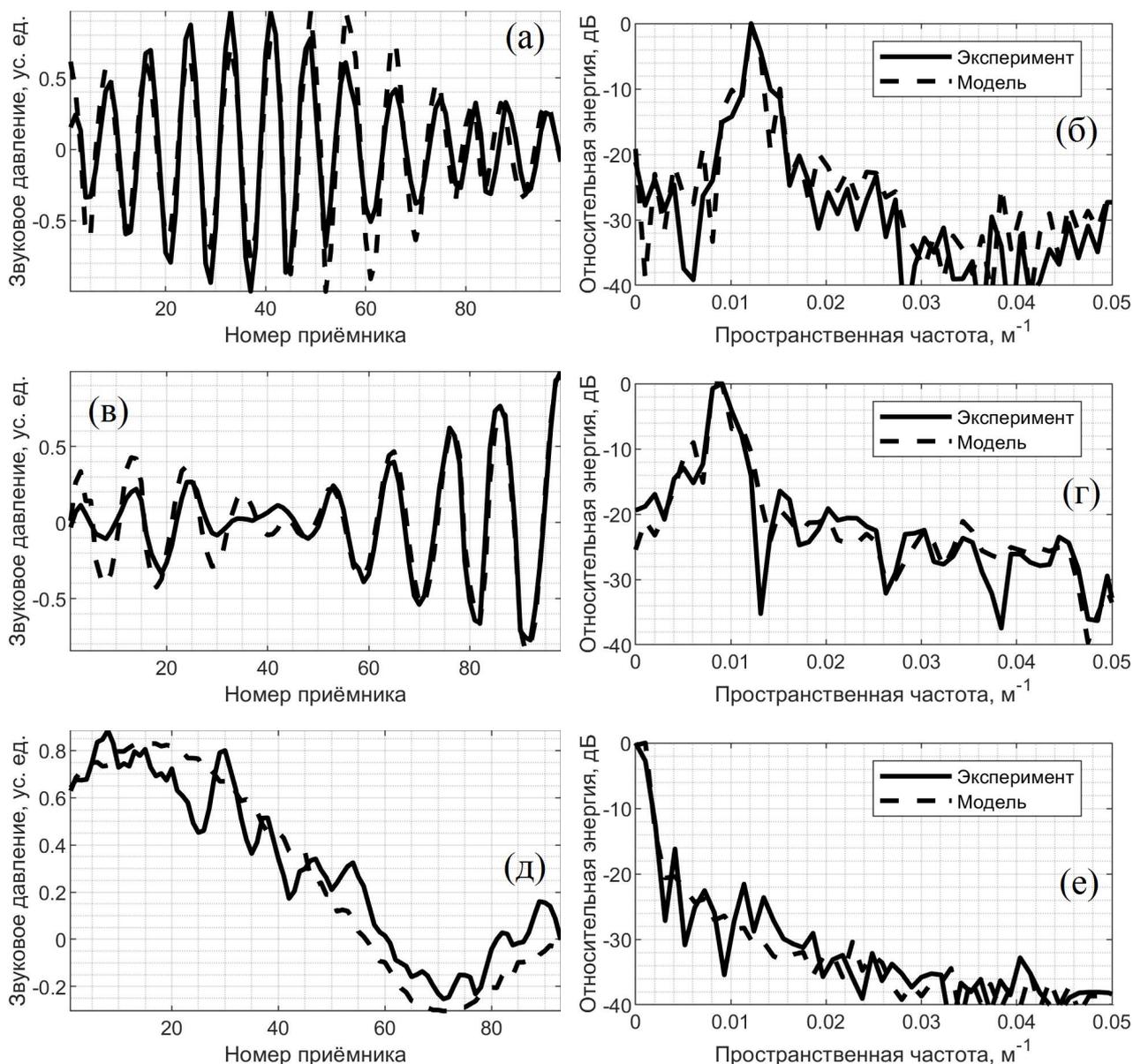


Рис. 3. Волновые пакеты, создаваемые шумами судоходства (сплошная линия) и полученные путём статистического моделирования (пунктирная линия) (а, в, д) и их энергетические волновые спектры (б, г, е). Пеленг на МО (а, б) $\theta = 2^\circ$, (в, г) $\theta = 47^\circ$, (д, е) $\theta = 86^\circ$
 [Fig. 3. Wave packets generated by shipping noise (solid line) and obtained by statistical modeling (dotted line) (a, в, д) and their energy wave spectrum (б, г, е). Bearing on a marine object (a, б) $\theta = 2^\circ$, (в, г) $\theta = 47^\circ$, (д, е) $\theta = 86^\circ$]

Из рис. 4 видно, что модельный ВП, создаваемый МО, находящимся в ближней зоне антенны, достаточно точно совпадает с экспериментальными данными как в пространственной, так и в частотной областях.

Интересно сравнить ВП на рис. 4 и рис. 3 (д, е) (одинаковые направления, но разные расстояния до МО). Видно, что в случае ближней зоны ВП напоминает сигнал с линейной ча-

стотной модуляцией. Оценим ширину полосы пространственных частот сигнала по уровню -10 дБ. Для случая ближней зоны ширина составляет $0,005 \text{ м}^{-1}$, а в случае дальней зоны $0,002 \text{ м}^{-1}$, следовательно, в дальней зоне антенны, при прочих равных условиях, ширина спектра ВП в 2,5 раза меньше, чем в ближней.

По результатам проделанной работы, исходя из соответствия свойств и характе-

ристик экспериментально и модельно полученных ВП можно заключить, что волновые пакеты, полученные при использовании разработанной модели квазидетерминированных сигналов, принимаемых на антенну, обладают такими же свойствами, как и реальные волновые пакеты. Следовательно, модель верифицирована.

2.2. Разработка стохастической модели волнового пакета на антенне

В связи с тем, что ВП являются реализациями случайного волнового процесса (СВП), для его исчерпывающего описания необходимо получить его вероятностную модель, которая зависит от того как распределены значения параметров сигнала.

Запишем аналитическое выражение для волнового пакета на частоте f

$$X(n, f) = \tilde{A}_0(f) \cdot \sum_{m=1}^{M(f)} Z(n, f, m) \cdot \tilde{K}(m, f) \times \exp\left(i \cdot \tilde{\varphi}(m, f) + \frac{2\pi f \cdot d(n)}{c(m, f)} \right), \quad (12)$$

где X — реализация СВП (волновой пакет); $n=1, 2, \dots, N$ номера приёмников антенны; \tilde{A}_0 — интенсивность шумоизлучения как в формуле (1); m — номер моды;

$$Z(n, f, m) = \frac{10^{-0.0001 \cdot \beta(m, f) \cdot R(n, t)}}{r_0 \cdot R(n, t)} \text{ — затухание}$$

мод; $\tilde{K}(m, f)$ — случайные коэффициенты возбуждения мод; $d(n)$ — расстояние от n -го приёмника до МО.

Вероятностную модель приходится получать, делая предположения о распределении случайных параметров в (12) исходя из эвристических соображений. Для шумовых сигналов естественно считать, что начальная фаза мод $\tilde{\varphi}(m, f)$ является равновероятной на интервале от 0 до 2π . Интенсивность мод зависит от $\tilde{A}_0(f)$, $Z(n, f, m)$ и $\tilde{K}(m, f)$. Как принято в модели (1) $\tilde{A}_0(f)$ распределена по закону Рэлея. В реальной ситуации коэффициенты возбуждения мод $K(m, f)$ являются неизвестными, а не случайными. Однако, ввиду того, что знания о зависимостях $K(m, f)$ в принятой модели волновода отсутствуют, следует рассматривать $K(m, f)$ как случайные величины. Примем, что $\tilde{K}(m, f)$ распределены равновероятно от 0 до 1.

Волновой пакет — это сумма мод с близкими частотами, случайными амплитудами и начальными фазами, который в большинстве случаев, в силу центральной предельной теоремы, будет являться гауссовским процессом, а значит и описываться в рамках гауссовской вероятностной модели.

Исключениями будут те ситуации, в которых излучаемый сигнал негауссовский и по тем или иным причинам количество энергозначимых (в плане вклада в конечное веро-

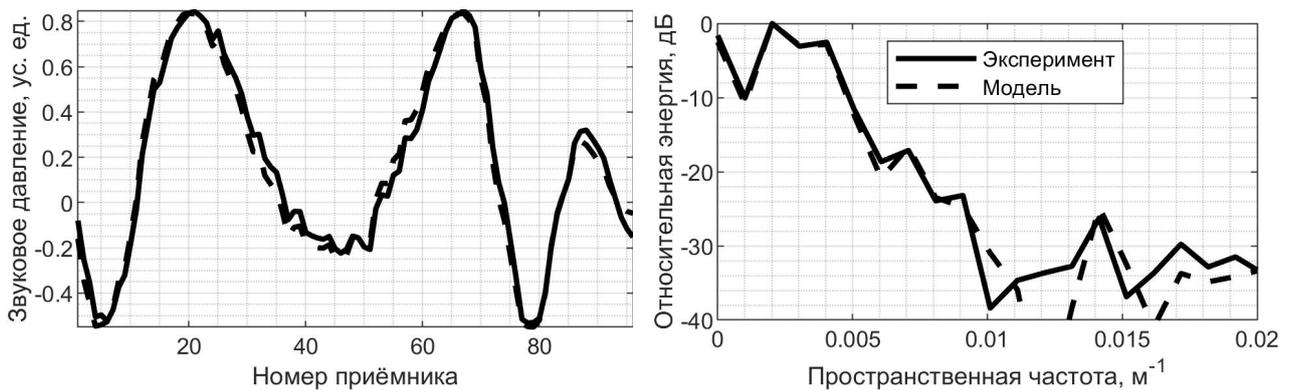


Рис. 4. Реальная часть волновых пакетов (слева) и их энергетические спектры (справа). Сплошной линией обозначены экспериментальные, а пунктирной линией модельные данные.

МО находится в ближней зоне антенны в направлении близком к нормали
 [Fig. 4. The real part of the wave packets (left) and their energy spectrum (right). The solid line indicates experimental data, and the dotted line indicates model data. The MO is located in the near zone of the antenna in a direction close to normal]

ятностное распределение сигнала) мод $M(f)$ будет малым. Малое количество $M(f)$ может возникнуть, когда $K(m, f) \approx 0$ и(или) вследствие затухания мод высших номеров.

Вычислим ковариационную матрицу гауссовского СВП (12) на некоторой f $X(n, f)^{<f>}$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} X(1) \cdot X(1)' & \dots & X(1) \cdot X(N)' \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X(N) \cdot X(1)' & \dots & X(N) \cdot X(N)' \end{bmatrix},$$

где \mathbf{R} — ковариационная матрица ожидаемого СВП; черта сверху обозначает операцию вероятностного усреднения; X' — апостроф означает комплексное сопряжение. После вероятностного усреднения получаем

$$\mathbf{R}(i, j) = \sum_{m=1}^M \frac{D(m)}{M} \cdot \exp(i\psi(i, j, m)), \quad (13)$$

где $i, j = 1, 2, \dots, N$; N — количество приёмников; M — количество мод на частоте f ; $D(m) = Z(m)^2 \cdot (\tilde{A}_0 \cdot \tilde{K}(m))^2 \approx a \cdot b \cdot Z(m)^2$ — дисперсия мод, где $a = 0,43$ и $b = 1,5 \cdot \sigma_0^2$ в

Гамма-распределении $\frac{1}{b^a \cdot \Gamma(a)} \cdot x^{a-1} \cdot e^{-\frac{x}{b}}$. При

вычислении $Z(m)$ считается, что различием затухания на разных приёмниках можно пренебречь и использовать значение затухания в центре антенны для всех приёмников;

$$\Psi(i, j, m) = \frac{2\pi f(d(i) - d(j))}{c(m, f)}.$$

В реальных условиях значения функции $c(m, f)$ измеряются с некоторой точностью. Неточность в знании ФСМ приведёт к рассогласованию между реальным СВП и ожидаемым. Примем, что отклонение ФСМ от измеренного среднего значения подчинено нормальному закону. Учтём неточность знания ФСМ путём введения экспоненциально-коррелированной зависимости в (13). Наличие межмодовых взаимодействий приводит к расширению пространственного спектра [20], что также может быть учтено аналогичным образом.

Ввиду этого преобразуем (13)

$$\mathbf{R}_s(i, j) = \mathbf{R}(i, j) \times \exp\left(-\frac{f_0}{f \cdot L} (0,89 \cdot \gamma(m) + 0,69 \cdot k_c(m)) \cdot |d(i) - d(j)|\right), \quad (14)$$

где \mathbf{R}_s — ковариационная матрица ожидаемого СВП с учетом погрешности измерения ФСМ и разрешающей способности антенны; f_0 — проектная частота антенны; L — длина антенны; $\gamma(m)$ — погрешность знания фазовой скорости m -й моды, выраженная в долях ширины диаграммы направленности антенны по уровню -3 дБ, задаваемому коэффициентом $0,89$; $0,69 \cdot k_c(m)$ — коэффициент расширения волнового спектра из-за межмодового взаимодействия, значение $0,69$ подобрано по результатам моделирования и ещё нуждается в уточнении.

$$k_c(m) = \begin{cases} -4 \cdot (\ell^2 - \ell), & M > 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (15)$$

$$\ell = \frac{cc(m)}{M-1},$$

$$cc(m) = -1 + \sum_{i=1}^M \frac{\mathbf{H}(i)^+ \cdot \mathbf{H}(m)}{\sqrt{\|\mathbf{H}(i)\| \cdot \|\mathbf{H}(m)\|}},$$

$$\mathbf{H}(m) = \begin{bmatrix} e^{\frac{1i2\pi f \cdot d(1)}{c(m, f)}} & e^{\frac{1i2\pi f \cdot d(2)}{c(m, f)}} & \dots & e^{\frac{1i2\pi f \cdot d(N)}{c(m, f)}} \end{bmatrix}^T,$$

где cc — коэффициент, показывающий степень перекрытия основного лепестка характеристики направленности на m -ю моду с основными лепестками остальных мод; $\|\mathbf{H}\| = \mathbf{H}^+ \cdot \mathbf{H}$ — норма вектора \mathbf{H} ; $\mathbf{H}(m)$ — вектор-столбец, описывающий принимаемую на антенну m -ю моду на частоте f ; $^+$ — эрмитово сопряжение; \cdot — скалярное умножение векторов; T — операция транспонирования. Коэффициент $k_c(m)$ близок к нулю в случаях, если основной лепесток m -й моды не перекрывается, или наоборот, очень сильно перекрывается со всеми основными лепестками других мод. Коэффициент $k_c(m)$ равен единице, когда сумма перекрытий с другими модами $cc(m)$ равна $(M-1)/2$. Зависимость (15) получена эмпирически.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В алгоритмах пространственной обработки целесообразно использовать ограниченное число собственных функций \mathbf{R}_s , что позволит сократить вычислительные затраты.

Матрица \mathbf{R}_s может быть вычислена заранее и не требует пересчета при поступлении каждой новой реализации входного сигнала. В предельном случае сокращения вычислительных затрат используется одна, первая собственная функция матрицы \mathbf{R}_s .

Важно отметить взаимосвязь полученных решений (приближений к оптимальной обработке) с уже существующими. Предположим, что ФСМ известны точно, тогда в (14) $\gamma(m) = 0$. В этом случае если коэффициент $k_c(m)$:

- близок к нулю и моды разрешаются, количество значимых собственных чисел \mathbf{R}_s равно количеству энергозначимых мод, а собственные функции будут такими же, как в [19], соответствующими отдельным модам;

- близок к нулю и моды практически не разрешаются (характерно для высокочастотных диапазонов), то целесообразно использовать одну, первую собственную функцию \mathbf{R}_s , которая будет соответствовать «вектору наблюдения» из [7], настроенного на эффективную (среднюю) фазовую скорость мод;

- близок к единице, что соответствует частично разрешению мод, количество значимых собственных чисел \mathbf{R}_s равно количеству энергозначимых мод плюс ещё несколько (1–3). В литературе решения для подобной ситуации найти не удалось. В результате апробации такого представления ожидаемого сигнала при пространственной обработке сигналов [13] установлено значительное повышение точности пеленгования МО.

Таким образом, использование собственных функций \mathbf{R}_s будет эффективнее, чем использование традиционных «направляющих векторов» при прочих равных условиях в случаях, если $k_c(m)$ значительно отличается от нуля и (или) функция $s(m, f)$ известна не точно. В противном случае результат пространственной обработки по собственным функциям (14) будет совпадать с известными решениями.

Разработана и верифицирована стохастическая модель низкочастотных гидроакустических сигналов, принимаемых на стационарную антенну, работающую в режиме шумопеленгования в мелком море, при

представлении сигнала от морского объекта в виде непрерывного случайного волнового процесса, отождествляемого с гауссовским процессом. Полученная модель может быть использована для любого взаимного расположения МО и антенны (ближняя или дальняя зона). В модели учтены разрешающая способность антенны и межмодовое взаимодействие, а также погрешность измерения ФСМ.

Показана взаимосвязь с существующими решениями рассматриваемой в статье проблемы. Установлено, что использовать предлагаемую модель предпочтительнее, если моды на антенне частично разрешаются, что характерно при работе в низком диапазоне частот.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. – М. : Радио и связь, 1986. 264 с. (Стат. теория связи. Вып. 26).
2. Анализ пространственно-временных характеристик низкочастотных гидроакустических сигналов в мелком море / А. В. Гринюк [и др.] // Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики : сб. тр. XIII Всеросс. конф. (Санкт-Петербург, 24–26 мая 2016 г.) – Санкт-Петербург : 2016. – С. 376–378.
3. Рожин Ф. В. Общая гидроакустика / Ф. В. Рожин, О. С. Тонаканов. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 160 с.
4. Finn Jensen B. Computational Ocean Acoustics / Jensen B. Finn, William A. Kuperman, Michael B. Porter, Henrik Schmidt // Second Edition. Modern Acoustics and Signal Processing. Springer Science+Business Media, 2011. – 794 p.
5. Кузнецов Г. Н. Физические основы оценки координат малошумных целей в мелком или глубоком море / Г. Н. Кузнецов // Прикладные технологии гидроакустики и гидро-

- физики : сб. тр. XV Всеросс. конф. (Санкт-Петербург, 21–25 сентября 2020 г.) – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. – С. 18–24.
6. Кацнельсон Б. Г. Акустика мелкого моря / Б. Г. Кацнельсон, В. Г. Петников. – М. : Наука, 1977. – 191 с.
7. Кузнецов Г. Н. О возможности применения модели с эквивалентной плоской волной для повышения точности пеленгования низкочастотных сигналов в мелком море / Г. Н. Кузнецов, О. В. Лебедев // Акуст. журн. – 2012. – Т. 58, № 5. – С. 628–638.
8. Vyaznikov S. M., Chizhov A. A. Projection method for range resolution of group concentrated aerial objects with quasi-parallel verification of hypotheses about their numerical strength in active radars. *Electromagnetic waves and electronic systems*. – 2020. – V. 25, № 5. – P. 79–91. DOI: 10.18127/j15604128-202005-08.
9. Сазонтов А. Г. Согласованная пространственная обработка сигналов в подводных звуковых каналах (обзор) / А. Г. Сазонтов, А. И. Малеханов // Акуст. журн. – 2015. – Т. 61, № 2. – С. 233–253. DOI: 10.7868/S0320791915020124.
10. Турчин В. И. Анализ робастных алгоритмов пеленгации источников звука / В. И. Турчин // Ученые записки физического факультета московского университета. – 2017. – № 5.
11. Сазонтов А. Г. Локализация источника в случайно-неоднородном канале с использованием многогранного алгоритма Кейпона / А. Г. Сазонтов, И. П. Смирнов // Акуст. журн. – 2021. – Т. 67, № 6. – С. 659–667. DOI: 10.31857/S0320791921060101.
12. Shima Abadi Low frequency beamforming in shallow water environments / Shima Abadi [et al] // *JASA*. – 2016. – V. 30, № 1. – P.1–10. DOI: 10.1121/2.0000593.
13. Синтез алгоритмов пространственной обработки в задачах шумопеленгации в низкочастотной гидроакустической системе / А. Т. Трофимов [и др.] // Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики : сб. тр. XV Всеросс. конф. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. – С. 341–344.
14. Ван Трис. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том 1. / Г. Ван Трис : Нью-Йорк, 1968. Пер. с англ., под. ред. проф. В. И. Тихонова. – М. : «Советское радио», 1972. – 744 с.
15. Монзинго Р. А. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию / Р. А. Монзинго, Т. У. Миллер : Пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1986. – 448 с., ил.
16. Гусев В. Г. Системы пространственно-временной обработки гидроакустической информации / В. Г. Гусев. – Л. : Судостроение, 1988. – 264 с.
17. Малышкин Г. С. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов. Т. 1. Оптимальные методы / Г. С. Малышкин. – СПб. : ОАО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 400 с.
18. Гампер Л. Е. Режекция локальной помехи в пассивной гидролокации с разнесенными антеннами / Л. Е. Гампер, О. С. Попова // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. – 2020. – Т. 13, № 1. – С. 73–81. DOI: 10.7868/S2073667320010074.
19. Елисеевнин В. А. Усредненный отклик горизонтальной линейной антенны в мелком море / В. А. Елисеевнин // Акуст. журн. – 2004. – Т. 50, № 2. – С. 193–197.
20. Махнев Ю. В. Моделирование и анализ точности алгоритмов шумопеленгации источников низкочастотных гидроакустических сигналов в мелком море / Ю. В. Махнев // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2019. – № 4. – С. 72–84. DOI: 10.17308/sait.2019.4/2683
21. Урик Роберт Дж. Основы гидроакустики / Роберт Дж. Урик ; Пер. с англ. – Л. : Судостроение, 1978. – 448 с.
22. Прокопович В. В. Модель шумоизлучения морского судна / В. В. Прокопович, А. В. Шафранюк // Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики : сб. тр. XV Всеросс. конф. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. – С. 100–104.
23. Экспериментальная оценка затухания звука на низких частотах в различных районах Баренцева моря / О. И. Пискунова [и др.] // Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики : сб. тр. XII Всеросс. конф. (Санкт-Петербург, 27–29 мая 2014 г.) – СПб. : Нестор-История, 2014. – С. 583–585.

Махнев Юрий Владимирович — научный сотрудник АО «НИИ «Атолл», Дубна, Россия.
E-mail: mahnevyu@yandex.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0001-7240-4886>

Трофимов Александр Терентьевич — д.т.н., проф., главный научный сотрудник АО «НИИ «Атолл», Дубна, Россия
E-mail: att44@mail.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-3856-7055>

DOI: <https://doi.org/10.17308/sait/1995-5499/2023/3/17-31>
Received 04.10.2023
Accepted 30.09.2023

ISSN 1995-5499

STOCHASTIC MODEL OF HYDROACOUSTIC SIGNALS RECEIVED ON AN ANTENNA IN THE MODE OF NOISE DIRECTION FINDING IN A SHALLOW SEA

© 2023 Y. V. Makhnev✉, A. T. Trofimov

*JSC «Scientific and Research Institute «Atoll»
5, Priborostroiteley Street, 141981 Dubna, Russian Federation*

Annotation. Knowledge of a mathematical model of hydroacoustic signals, received on an antenna operating in the mode of noise direction finding in a shallow sea, is necessary when solving the problem of synthesis of algorithms for spatio-temporal signal processing, the purpose of which is to solve the problem of primary detection, resolution and estimation of parameters of marine objects. The expected signal, which we also call a wave packet — is the sound pressure field on the antenna receivers created by the natural noise emission of a marine object. The article discusses issues related to problems with the use of existing signal models described using the waveguide eigenfunctions. The main problems: the difficulty of obtaining information about the parameters of the waveguide (soil composition, bottom relief, sound velocity profile, etc.); random changes in the parameters of the waveguide due to various irregularities. An approach to the development of signal models, which takes into account information only about frequency-dependent attenuation coefficients and phase velocities of modes (normal waves) was proposed. A marine object emits white noise was used. An amplitudes and initial phases of the modes are equiprobably, and the phase velocities fluctuate according to the Gaussian distribution was assumed. A stochastic model of the space-time pressure field of the expected signal has been developed and verified. The wave packet should be considered as a Gaussian random process was established. The developed stochastic model is suitable for use in any mutual arrangement of a marine object and an antenna (near or far zone), takes into account inter-mode interactions (beats) due to the antenna resolution, and takes into account fluctuations in the phase velocities of modes. The obtained results with known solutions were correlated.

Keywords: hydroacoustics, stochastic model of signals, shallow sea, noise direction finding, wave packet, random wave process, waveguide model, stationary antenna.

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

✉ Makhnev Yuriy V.
e-mail: mahnevyu@yandex.ru

REFERENCES

1. *Trifonov A. and Shinakov I.* (1986) Sovmestnoe razlichenie signalov i otsenka ikh parametrov na fone pomekh. Moscow: Radio i svyaz. 264 p. (in Russian)
2. *Grinyuk A.* (2016) Analysis of spatial-temporal behaviour of low-frequency hydroacous-

- tic signals in shallow sea. *Proceedings of XIV All-Russian Conference «Advanced Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics»* (Saint-Petersburg, 24–26 may 2016). Saint-Petersburg, 2016. P. 376–378. (in Russian)
3. Rozhin F. and Tonakanov O. (1988) *Obshchaja gidroakustika*. Moscow university. 160 p. (in Russian)
 4. Jensen B., William A. and Kuperman M. (2011) *Computational Ocean Acoustics*. Second Edition. Modern Acoustics and Signal Processing. Springer Science+Buisness Media. 794 p.
 5. Kuznetsov G. (2020) Basic physics for estimating coordinates of low-noise targets in shallow or deep seas. *Proceedings of XV All-Russian Conference «Advanced Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics»*. (Saint-Petersburg, 21–25 september 2020) Saint-Petersburg. P. 18–24. (in Russian)
 6. Katsnelson B. and Petnikov V. (1997) *Shallow water acoustics*. M. : Nauka. 191 p. (in Russian)
 7. Kuznetsov G. and Lebedev O. (2012) The possibility of using the equivalent plane wave model to increase the efficiency of taking bearings of low-frequency signals in shallow water. *Acoustical Physics*. T. 58, № 5. P. 628–638. (in Russian)
 8. Vyaznikov S. and Chizhov A. (2020) Projection method for range resolution of group concentrated aerial objects with quasi-parallel verification of hypotheses about their numerical strength in active radars. *Electromagnetic waves and electronic systems*. DOI: 10.18127/j15604128-202005-08.
 9. Sazontov A. and Malekhanov A. (2015) Matched field signal processing in underwater sound channels (review). *Acoustical Physics*. DOI: 10.7868/S0320791915020124. (in Russian)
 10. Turchin V. (2017) Analysis of robust processing algorithm for sound source bearing estimation. *Uchenye zapiski fizicheskogo fakul'teta moskovskogo universiteta*. (in Russian)
 11. Sazontov A. and Smirnov I. (2021) Lokalizacija istochnika v sluchajno-neodnorodnom kanale s ispol'zovaniem mnogorangovogo algoritma Kaipon. *Acoustical Physics*. DOI: 10.31857/S0320791921060101. (in Russian)
 12. Shima Abadi (2016) Low frequency beamforming in shallow water environments. *JASA*. DOI: 10.1121/2.0000593.
 13. Trofimov A. (2020) Synthesis of spatial processing algorithms for passive listening mode of low-frequency hydroacoustic system. *Proceedings of XV All-Russian Conference «Advanced Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics»*. Saint-Petersburg. P. 341–344. (in Russian)
 14. Van Tris (1972) *Teoriya obnaruzhenija, ocenok i moduljacji*. Tom 1. New-York, 1968. Sovetskoe radio. 744 p. (in Russian)
 15. Monzingo R. (1980) *Introduction to Adaptive Arrays*. Monzingo R. A. and Miller T. W. John Wiley, Chichester. 1980. 541 p. Illustrated. (in Russian)
 16. Gusev V. (1988) *Sistemy prostranstvenno-vremennoj obrabotki gidroakusticheskoy informacii*. L. : Sudostroenie. 264 p. (in Russian)
 17. Malyshkin G. (2009) *Optimalnye i adaptivnye metody obrabotki gidroakusticheskix signalov*. T. 1. Optimalnye metody. SPb.: “Koncern Elektropribor”. 400 p. (in Russian)
 18. Gamper L. E. and Popova O. S. (2020) Local interference rejection in passive sonar with separated antennas. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 13, 1, P. 73–81. DOI:10.7868/S2073667320010074. (in Russian)
 19. Eliseevnin A. (2004) Usrednennyj otklik gorizontальной linejnoj anteny v melkom more. *Acoustical Physics*. T. 50, № 2. P. 193–197. (in Russian)
 20. Makhnev Y. (2019) Modeling and analysis of accuracy of algorithms of low frequency beamforming in shallow sea. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Systemnyi analiz i informacionnye tehnologii*. (4). P. 72–84. DOI: 10.17308/sait.2019.4/2683. (in Russian)
 21. Urick J. (1978) *principles of underwater sound*. McGraw-Hill Book Company. (in Russian)
 22. Prokopovich V. and Shafranyuk V. (2020) Model shumoizlucheniya morskogo sudna V. *Proceedings of XV All-Russian Conference «Advanced Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics»*. Saint-Petersburg. P. 100–104. (in Russian)
 23. Piskunova O. (2014) Eksperimentalnaya ocenka zatuxaniya zvuka na nizkix chastotax v razlichnyx rajonax Barenceva moray. *Proceedings of XII All-Russian Conference «Advanced Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics»*. Saint-Petersburg. P. 583–585.

Makhnev Yuriy V. — research fellow, JSC «Scientific and Research Institute «Atoll», Dubna, Russia.
E-mail: mahnevyu@yandex.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0001-7240-4886>

Trofimov Aleksandr T. — Dr. tech. sciences, prof, head researcher, JSC «Scientific and Research Institute «Atoll», Dubna, Russia.
E-mail: att44@mail.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-3856-7055>