

---

---

# СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

---

---

УДК 519.86

## МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ПОДДЕРЖКИ ПРОЦЕССА ОПТИМАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФИНАНСОВЫХ РЕСУРСОВ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Н. Б. Баева, Е. А. Лихачёва

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 12.02.2018 г.

**Аннотация.** В статье предложен механизм оптимального распределения финансовых ресурсов региональной экономической системы, сформированный на базе модификаций существующих моделей оптимального управления, для реализации которого использован модифицированный метод исследования пространства параметров Соболя.

**Ключевые слова:** модели оптимального управления, оптимальное распределение финансовых ресурсов, потребление, метод исследования пространства параметров, региональная экономическая система, экономический потенциал.

**Annotation.** The article proposes a mechanism for the optimal use of financial resources in the regional economic system, built on the basis of the existing optimal control models, implemented by the modified Sobol method.

**Keywords:** optimal control models, optimal allocation of financial resources, consumption, Sobol method, regional economic system, economic potential.

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в связи с растущей инфляцией, жесткими денежно-кредитными условиями, высокими процентными ставками по операциям Банка России особенно остро стоит вопрос о рациональном распределении финансовых ресурсов в регионах. В связи со сложившейся обстановкой экономико-математические модели, используемые для решения задач оптимального распределения ресурсов, становятся особенно актуальны. Проблемы рационального распределения финансов достаточно широко рассмотрены в литературе.

Л. В. Канторович, один из создателей оптимального математического программирования, объяснил экономический смысл оценок оптимального плана и их использования,

рассмотрел задачи о выборе производственной программы в книге «Оптимальные решения в экономике» [1]. Тьяллинг Ч. Купманс, получивший Нобелевскую премию совместно с Л. В. Канторовичем «за вклад в теорию оптимального распределения ресурсов», разработал и продемонстрировал метод анализа деятельности, как инструмент экономического планирования, в работе «Activity Analysis of Production and Allocation» [2]. В. А. Лисичкин рассмотрел вопросы подготовки и принятия эффективных управленческих решений и проанализировал комплексные методы прогнозирования в работе «Принятие решений на основе прогнозирования в условиях АСУ» [3]. Н. Б. Баева и Д. В. Ворогушина использовали показатель оценки экономического потенциала (ЭП) при разработке оптимизационной модели определения величины экономического потенциала и уровня его использования [4].

## МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ РЕСУРСОВ

Обратимся к одной из оптимизационных моделей – модели оптимального распределения финансовых ресурсов [3], которая позволяет разделить финансовые ресурсы между основными факторами производства  $B_j(t) = B_j^1(t), B_j^2(t), \dots, B_j^l(t)$ , где  $j$  – порядковый номер вида экономической деятельности (ВЭД). При моделировании процессов распределения финансов в рамках региональной экономической системы (РЭС), состоящей из некоторого количества элементов ( $n$ ) (промышленность, сельское хозяйство и т. д.), для каждого из них получают производственные функции, отражающие зависимость между применяемыми факторами  $B_j(t)$  и объемом выпущенной продукции  $X_j(t)$  в определенный момент времени  $t$ , где  $t = t_0, t_0 + 1, T$ . В данной модели дополнительные финансовые средства  $\Delta\Phi(t)$ , выделенные на повышение качества рабочей силы и расширение основных фондов, полностью распределяются между элементами системы. Значение  $B_j(t)$  в момент времени  $t$  для отдельного элемента системы определяются его значением на предыдущий период  $B_j(t-1)$ , и долей дополнительного ресурса  $\alpha_j(t)\Delta B_j(t)$ . Величина ресурса  $B_j^l(t_0)$  на начало планируемого периода является заданной. Функцией цели является максимизация суммарного выпуска продукции за период  $[t_0, T]$ .

Рассмотрим данную модель для региональной экономической системы, основными факторами производства которой являются капитал  $K$  и труд  $L$ . Дополнительные финансовые средства  $\Delta\Phi$  используются для увеличения основных фондов  $\Delta K$  и фондов оплаты труда  $\Delta L$  соответственно. Необходимо определить такие  $B_j(t)$  и  $\mu_j(t)$ , при которых суммарный выпуск элементов РЭС за весь рассматриваемый период будет максимальным. Известны значения  $\Delta K(t_0)$  и  $\Delta L(t_0)$  на начальный момент времени. Объем выпуска в  $j$ -ой отрасли  $X_j(t)$  определяется с помощью производственной функции  $f_j(K_j(t), L_j(t))$  [5]. Таким образом, задача распределения фи-

нансовых ресурсов с учетом ВЭД может быть представлена в следующем виде:

$$\sum_{t=t_0}^{T_0} \sum_{j=1}^n X_j(t) \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$X_j(t) = f_j(K_j(t), L_j(t)), \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (2)$$

$$K_j(t) = K_j(t-1) + \beta_j(t)\Delta K(t), \quad (3)$$

$$\forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T},$$

$$L_j(t) = L_j(t-1) + \mu_j(t)\Delta L(t), \quad (4)$$

$$\forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T},$$

$$\Delta\Phi \geq \Delta K + \Delta L \quad (5)$$

$$0 \leq \underline{\mu_j(t)} \leq \mu_j(t) \leq \overline{\mu_j(t)}, \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j(t) = 1 \quad (7)$$

$$0 \leq \underline{\beta_j(t)} \leq \beta_j(t) \leq \overline{\beta_j(t)}, \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n \beta_j(t) = 1. \quad (9)$$

В представленной модели капитал в текущем периоде  $K_j(t)$  формируется из остаточного капитала на конец предыдущего периода  $K_j(t-1)$  и доли дополнительного финансового ресурса  $\beta_j(t)\Delta K(t)$ . Для получения более точного результата  $K_j(t)$  целесообразно ввести уточняющий коэффициент для  $K_j(t-1)$ , такой как  $\frac{1+p_j(t)-d_j(t)}{1+g_j(t)}$ , где  $p_j(t)$  – доля прогнозируемой прибыли для ВЭД,  $d_j(t)$  – доля дивидендов для ВЭД,  $g(t)$  – инфляция [6]. Тогда изменение капитала за период  $t$  с учетом новых параметров равно:

$$K_j(t) = K_j(t-1) \frac{1+p_j(t)-d_j(t)}{1+g(t)} + \beta_j(t)\Delta K(t). \quad (10)$$

Аналогично для  $L_j(t)$ :

$$L_j(t) = L_j(t-1) \frac{1+p_j(t)-d_j(t)}{1+g(t)} + \mu_j(t)\Delta L(t). \quad (11)$$

Ограничение (5) имеет смысл в том случае, когда заранее известны объемы финансовых средств, которые нужно направить на увеличение основных фондов и усовершенствование трудовых ресурсов. В противном случае, если известна лишь общая сумма, выделенная для  $K$  и  $L$ , данным ограничением необходимо пренебречь.

В предложенной модели не учитывается использование финансовых средств на потребление, которое стало ведущим и неотъемлемым экономическим фактором современного общества. Обратимся к одной из моделей, включающей в себя затраты на потребление.

### МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ОБЪЕМОМ ПОТРЕБЛЕНИЯ И ОБЪЕМОМ НАКОПЛЕНИЯ

Среди математических моделей, включающих в себя затраты на потребление, можно выделить модель оптимального соотношения между объемом потребления и объемом накопления [7]. Согласно этой модели объем выпускаемой продукции за период  $t$  ( $P(t)$ ) зависит от основного капитала  $K(t)$  и трудовых ресурсов  $L(t)$ . Финансовый ресурс на начало года  $\Phi(t)$  формирует основной капитал  $K(t)$  и потребление  $Q(t)$  в году  $t$ . Объем выпущенной продукции  $P_t(K(t), L(t))$  и основной капитал  $K(t)$  составляют финансовый ресурс в конце года  $t$ . Объем потребления имеет двусторонние ограничения. В качестве функции цели максимизируется значение финансовых средств за период  $[t_0, T]$ . Подобная модель для той же РЭС, которая была рассмотрена выше, выглядит следующим образом:

$$\sum_{t=t_0}^{T_0} \sum_{j=1}^n \Phi_j(t) \rightarrow \max, \quad (12)$$

$$\Phi_j(t-1) = K_j(t) + Q_j(t), \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (13)$$

$$\Phi_j(t) = K_j(t) + P_j(t), \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (14)$$

$$P_j = F_j(K_j(t), L_j(t)), \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (15)$$

$$Q_j(t)^{\min} \leq Q_j(t) \leq Q_j(t)^{\max}, \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}. \quad (16)$$

Предположим, что для каждого ВЭД экспертами были получены коэффициенты важности  $\gamma_j(t)$ , тогда целевая функция примет вид

$$\sum_{t=t_0}^{T_0} \sum_{j=1}^n \gamma_j(t) \Phi_j(t) \rightarrow \max. \quad (17)$$

Таким образом, модель (12)–(16) позволяет учесть затраты на потребление, в то время

как в модели (1)–(9) присутствует расчет объемов основных фондов и трудовых ресурсов. Современная экономическая ситуация требует учета всех упомянутых выше параметров, поэтому целесообразно использование моделей (1)–(9), (12)–(16) в качестве основы для формирования комбинированной модели распределения финансовых средств.

### КОМБИНИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ РЕСУРСОВ

Объединив модели (1)–(9) и (12)–(16), с учетом предложенных изменений (10), (11), (17), получим следующую комбинированную модель:

$$\sum_{t=t_0}^{T_0} \sum_{j=1}^n \gamma_j(t) \Phi_j(t) \rightarrow \max, \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n \gamma_j(t) = 1. \quad (19)$$

$$\Phi_j(t-1) = K_j(t) + Q_j(t), \quad \forall t = \overline{t_0, T}, \forall j = \overline{1, n}, \quad (20)$$

$$\Phi_j(t) = K_j(t) + P_j(t), \quad \forall t = \overline{t_0, T}, \forall j = \overline{1, n}, \quad (21)$$

$$P_j(t) = F_j(K_j(t), L_j(t)), \quad \forall t = \overline{t_0, T}, \forall j = \overline{1, n}, \quad (22)$$

$$Q_j(t) \leq \overline{Q_j(t)} \leq \underline{Q_j(t)}, \quad \forall t = \overline{t_0, T}, \forall j = \overline{1, n}, \quad (23)$$

$$K_j(t) = K_j(t-1) \frac{1+p_j(t)-d_j(t)}{1+g(t)} + \alpha_j(t) \Delta \Phi(t), \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (24)$$

$$L_j(t) = L_j(t-1) \frac{1+p_j(t)-d_j(t)}{1+g(t)} + \alpha_j(t) \Delta \Phi(t), \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (25)$$

$$0 \leq \underline{\alpha_j(t)} \leq \alpha_j(t) \leq \overline{\alpha_j(t)}, \quad \forall j = \overline{1, n}, t = \overline{t_0, T}, \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j(t) = 1. \quad (27)$$

В данной модели решается проблема учета затрат на потребление, а функцией цели выступает максимизация финансовых средств каждого элемента системы за весь рассматриваемый период времени. Однако, прежде чем использовать эту комбинированную модель

для решения оптимизационных задач, для каждого вида экономической деятельности (ВЭД) необходимо получить производственные функции – важный и ответственный этап, от успешности выполнения которого зависит точность конечного результата.

### ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВИДА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ

Аналитический вид производственной функции зависит от особенностей технологического процесса и восстанавливается с привлечением экспертов, которые проводят анализ статистики величин выпуска и соответствующих им факторов производства. В зависимости от особенностей рассматриваемой системы могут использоваться различные классы аппроксимирующих функций, описанных в работе Н. Б. Баевой, Е. В. Куркина [8, стр. 155–156]. Среди двухфакторных производственных функций, используемых при моделировании процесса распределения финансовых ресурсов РЭС, чаще всего применяют линейную функцию и функцию Кобба-Дугласа, поскольку РЭС относится к крупномасштабным хозяйственным объектам. Это объясняется тем, что выпуск продукции в РЭС связан с функционированием множества различных технологий. Наиболее распространенным методом аппроксимации линейной функции и функции Кобба-Дугласа является метод наименьших квадратов. Для других видов ПФ необходимо применение численных методов [9]. После процедуры получения производственных функций для каждого вида экономической деятельности, и формирования модели распределения финансов РЭС, оптимизационная задача может быть решена различными методами, среди которых метод динамического программирования [10] и принцип максимума Понтрягина [11]. Вследствие того, что для отыскания конкретного вида производственной функции используется история процесса, добавление к исследуемому ряду новых данных может изменить ее вид. Поэтому целесообразно использование алгоритма, не привязанного

жестко к виду ПФ. Приближенный метод исследования пространства параметров (метод Соболя) является одним из таких гибких алгоритмов [12, 13].

### МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА ПАРАМЕТРОВ (МЕТОД СОБОЛЯ)

Приведем кратко арифметический алгоритм метода исследования пространства параметров [13]:

1. Ввод исходных данных:  $N$  – число искомых пробных точек  $\Pi = \{a_j \leq \alpha_j \leq a_j, j = 1, \dots, r\}$ , ( $N \leq 2^{20}$ );  $r_j^{(l)}$  – числители направляющих чисел, последовательности Соболя,  $j \leq 51, l \leq 20$  [12],  $i = 1, m = 1 + [\ln i / \ln 2]$ ,  $[\ ]$  – целая часть числа.

2. Расчет точек  $Q_i = (q_{i,1}, \dots, q_{i,r})$ , образующих равномерно распределенную последовательность в единичном  $r$ -мерном кубе, где

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m [2\{i2^{-l}\}] [2\{r_j^{(l)} 2^{k-l-1}\}] \right\},$$

$\forall j = 1, \dots, r, \{ \}$  – дробная часть числа.

3. Расчет  $A_i = (\alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,r})$  образующих равномерно распределенную последовательность в параллелепипеде  $\Pi$ , где  $\alpha_{i,j} = a_j + (\bar{a}_j - a_j)q_{i,j}, j = 1, \dots, r$ .

4. Если  $i < N$ , то  $i = i + 1$  и переход к шагу 2, иначе – найдено  $A = \{A^1, \dots, A^N\}$ .

Применение метода Соболя для решения задачи (18)–(27) возможно с некоторыми изменениями, поскольку в задаче отсутствуют ограничения на переменные  $P_j(t), K_j(t), L_j(t)$ .

Воспользуемся арифметическим алгоритмом модифицированного метода исследования пространства параметров для решения задачи распределения финансового ресурса между ВЭД в РФ с помощью приведенной выше комбинированной оптимизационной модели.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ РАСЧЕТ

Для расчета воспользуемся данными Федеральной службы государственной статистики за 2000–2015 гг. [15]. Поскольку данные для последующих лет еще не были опубликованы

1, ..., },

на сайте на момент написания статьи, произведем расчет для 2016 г. Финансовые отчеты за период 2000-2003 и последующие годы существенно отличаются по форме, например, начиная с 2004 г. отрасль экономики «промышленность» разбивается на несколько категорий: «добыча полезных ископаемых», «обрабатывающие производства», «производство и распределение электроэнергии, газа и воды». Подобные изменения затронули и другие отрасли экономики, поэтому предварительно статистические отчеты необходимо привести к общему виду.

Воспользуемся более компактной классификацией отраслей экономики, предложенной в отчетах до 2004 г., а именно, выделим 7 ВЭД: сельское хозяйство, промышленность, строительство, транспорт, связь, торговля, ЖКХ. Исходные данные об основных средствах  $K$  и трудовых ресурсах  $L$  за 2015 год представлены в табл. 1.

Производственные функции  $P_j(\cdot)$  сформированы с помощью регрессионного анализа в Microsoft Excel 2007 (применяющийся для подбора функции нескольких переменных с помощью метода наименьших квадратов) на основе данных об основных средствах, оплате

труда и валовом выпуске за 2000–2015 гг.

Для получения значений долей дивидендов  $d_j(t)$  и прибыли  $p_j(t)$  на 2016 год была использована функция ТЕНДЕНЦИЯ в Microsoft Excel 2007 (рассчитывающая статистику для ряда с помощью метода наименьших квадратов) к данным по выплата дивидендов и получению прибыли от продаж за 2000–2015 гг. (см. табл. 2).

Коэффициенты важности  $\gamma_j(t)$  определяются с помощью показателей рентабельности по видам экономической деятельности (см. табл. 2).

Положим, что величина дополнительного финансового ресурса на 2016 год  $\Delta\Phi = 1059480$  млн. руб. (величина, прогнозируемая на основе статистики за предыдущие годы). Минимальное вложение в  $L_j$  и  $K_j$  каждой отрасли 0 %, максимальное – 100 %. При этом финансовый ресурс распределяется между отраслями на 100 %, т. е. без остатка. От 100000 до 500000 млн. руб. предполагается потратить на потребление в каждой отрасли. Уровень инфляции составляет 5,4 %. Требуется распределить финансовые средства на 2016 г., с учетом всех ограничений, чтобы на конец года финансовый ресурс был максимальным. По-

Таблица 1

Данные об основных средствах, трудовых ресурсах и производственных функциях для каждого ВЭД в 2015 году

№	ВЭД	$L_j^0$ , млн. руб.	$K_j^0$ , млн. руб.	$P_j(\cdot)$
1	Сельское хозяйство	246979	1669637	$0,137546K+0,188182L$
2	Промышленность	4189590	24700909	$0,209702K+2,156116L$
3	Строительство	575252	1181634	$-0,0452K+1,024791L$
4	Транспорт	1392624	10069605	$0,050431K+0,451252L$
5	Связь	300168	1302518	$0,171344K+1,696039L$
6	Торговля	1308306	8755441	$0,677091K+2,072L$
7	ЖКХ	184682	412628	$0,087068K+0,09086L$

Таблица 2

Коэффициенты важности, доли дивидендов и доли прибыли для каждого ВЭД в 2016 году

№ВЭД	1	2	3	4	5	6	7
$\gamma_j(t)$	0,177803	0,491506	0,047565	0,114383	0,187995	0,05436	-0,07361
$d_j(t)$	0,042434	0,564009	0,043934	0,085815	0,044837	0,213194	0,005778
$p_j(t)$	0,020604	0,584675	0,038272	0,061426	0,03836	0,25659	0,000074

строим комбинированную модель, обозначив 2015 и 2016 гг. нулем и единицей соответственно.

$$\sum_{t=t_0}^1 \sum_{j=1}^7 \gamma_j(t) \Phi_j(t) \rightarrow \max,$$

$$\Phi_j(1) = K_j(1) + P_j(1), \quad \forall j = \overline{1,7},$$

$$K_j(1) = \Phi_j(0) - Q_j(1), \quad \forall j = \overline{1,7},$$

$$K_j(1) = K_j(0) \frac{1 + p_j(t) - d_j(t)}{1 + g(t)} + \alpha_j(1) \Delta \Phi(1), \quad \forall j = \overline{1,7},$$

$$L_j(1) = L_j(0) \frac{1 + p_j(t) - d_j(t)}{1 + g(t)} + \alpha_j(1) \Delta \Phi(1), \quad \forall j = \overline{1,7},$$

$$P_1(1) = 0,137546K + 0,188182L,$$

$$P_2(1) = 0,209702K + 2,156116L,$$

$$P_3(1) = -0,0452K + 1,024791L,$$

$$P_4(1) = 0,050431K + 0,451252L,$$

$$P_5(1) = 0,171344K + 1,696039L,$$

$$P_6(1) = 0,677091K + 2,072L,$$

$$P_7(1) = 0,087068K + 0,09086L,$$

$$\sum_{j=1}^{14} \alpha_j = 1.$$

$$0 \leq \alpha_j(t) \leq 1, \quad \forall j = \overline{1,14}$$

$$100000 \leq Q_j(t) \leq 500000, \quad \forall j = \overline{1,7}.$$

Для решения задачи был реализован метод исследования пространства параметров на языке Python. Расчет производился для  $10^5$

пробных точек (см. табл. 3). Решение, максимизирующее целевую функцию, получено на 32908 пробной A-точке.

Данные из табл. 3 позволяют определить величины финансовых ресурсов, которые необходимо направить на увеличение основных фондов, усовершенствование трудовых ресурсов и потребление для каждого ВЭД. Объем финансовых средств в конце года при таком распределении финансовых ресурсов составляет 26287371.161495 млн. руб.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье сформулирована оптимизационная модель оптимального распределения финансового ресурса, основанная на модели оптимального распределения финансовых ресурсов и модели оптимального соотношения между объемом накопления и объемом потребления. Рассмотрен механизм восстановления производственных функций для ВЭД. Для решения распределения дополнительного финансового ресурса на 2016 год по ВЭД был использован приближенный метод Соболя. Экспериментальный расчет был реализован с помощью программы, написанной на языке Python. Проведенный расчет позволил определить объемы финансовых средств, которые необходимо направить в каждую отрасль на расширение основных фондов, усовершенствование трудовых ресурсов и потребление, для получения максимального объема финансов на конец года. В дальнейшем для повышения точности расчетов планируется включить в представленную модель

Таблица 3

Результаты применения метода исследования пространства параметров к комбинированной модели

№ ВЭД	$\alpha_j, \forall j = \overline{1,7}(K)$	$\alpha_j, \forall j = \overline{8,14}(L)$	$Q_j(1), \forall j = \overline{1,7}$
1	0.17909	0.01150	134857.17773
2	0.17909	0.01292	124774.16992
3	0.12339	0.00286	326690.67383
4	0.05486	0.00369	236346.43555
5	0.16462	0.00443	168414.30664
6	0.11054	0.01052	204693.60352
7	0.11070	0.03178	391119.38477

учет амортизации основных фондов, инвестиций и финансовых вложений организаций по видам экономической деятельности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канторович, Л. В. Оптимальные решения в экономике / Л. В. Канторович, А. Б. Горстко. – М. : Наука, 1972. – 229 с.

2. Koopmans Tjalling C. Activity Analysis of Production and Allocation / Tjalling C. Koopmans. – London: John Wiley & Sons, Inc., New York Chapman & Hall, 1951. – 404 p.

3. Лисичкин, В. А. Принятие решений на основе прогнозирования в условиях АСУ / В. А. Лисичкин, Е. И. Голынкер. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 111 с. – (Методы оптимальных решений). – Библиогр.: с. 110.

4. Баева, Н. Б. Математические методы оценки и наращивания экономического потенциала региона : монография / Н. Б. Баева, Д. В. Ворогушина; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012. – 191 с.

5. Клейнер, Г. Б. Производственные функции : теория, методы, применение / Г. Б. Клейнер – М. : Финансы и статистика, 1986. – 240 с.

6. Жак, С. В. Экономика для инженеров: Учебное пособие / С. В. Жак – М. : Вузовская книга, 2004. – 232 с.

7. Лурье, А. Л. Экономико-математическое моделирование социалистического хозяйства / А. Л. Лурье, И. В. Нит. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1973. – 284 с.

8. Баева, Н. Б. Математические методы поддержки процесса перехода региональных

экономических систем в режим устойчивого развития : монография / Н. Б. Баева, Е. В. Куркин ; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. – 178 с.

9. Яновский, Л. П. Детерминированные методы в экономике и финансах : Методы статист. и динам. оптимизации: Учеб. пособие / Воронеж. гос. аграрный ун-т. – 2-е изд., расш. и доп. – Воронеж, 1999. – 232 с.

10. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации : [учебник для студ. вузов, обуч. по специальности ВПО 010501 «Прикладная математика и информатика»] : [в 2 ч.] / Ф. П. Васильев. – Москва : Изд-во МЦНМО, 2011.

11. Соболев, И. М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И. М. Соболев, Р. Б. Статников – М. : Дрофа, 2006. – 175 с.

12. Соболев, И. М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб / И. М. Соболев. – М. : Знание, 1985. – 32 с.

13. Ворогушина, Д. В. Моделирование оценки, перспектив эффективной реализации и наращивания экономического потенциала региона : автореферат дис. канд. экон. наук : 08.00.13 / Д. В. Ворогушина ; Воронеж. гос. ун-т; науч. рук. Н. Б. Баева. – Воронеж, 2010. – 23 с.

14. Финансы России. 2016: Стат.сб. / Росстат; Редкол.: С. Н. Егоренко (пред.) [и др.]. – М., 2016. – 343 с.

15. Российский статистический ежегодник : статистический сборник / Госкомстат России; редкол.: А.Е. Суринов (пред.) [и др.]. – Офиц. изд. – М. : Логос, 1996. – 1200 с.

**Баева Н. Б.** – канд. экон. наук, профессор, факультет прикладной математики, информатики и механики, Воронежский государственный университет.

**Лихачева Е. А.** – магистрант 2 курса, факультет Прикладной математики, механики и информатики, Воронежский Государственный Университет.

E-mail: leriil@mail.ru

Тел: +7(909)-210-30-52

**Baeva N. B.** – Candidate of Economic Sciences, Professor, Faculty of Applied Mathematics, Informatics and Mechanics, Voronezh State University.

**Likhacheva E. A.** – Master of 2-year training of the Faculty of Applied Mathematics, Mechanics and Informatics, Voronezh State University

E-mail: leriil@mail.ru

Tel: +7(909)-210-30-52