УДК 004.942

МЕТОД ТОЧНОЙ ОЦЕНКИ БЛИЗОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ

М. И. Чижов*, А. А. Успехов, А. С. Троценко***

**Воронежский государственный технический университет*
***ООО «Инобитек»*

Поступила в редакцию 21.02.2018 г.

Аннотация. В процессе разработки генератора ансамбля макроэлементов для метода внешних конечноэлементных аппроксимаций (МВКА) перед авторами встала задача распознавания симметричных форм геометрии. Задача была успешно решена, однако алгоритм распознавания проявил низкие показатели производительности. Самый проблемный этап алгоритма – вычисление величины измерения симметрии. Величина измерения симметрии характеризует близость геометрической формы к ее симметричному отражению. Однако такой подход можно использовать для оценки близости не только симметрично преобразованных форм. В настоящей работе предлагается эффективный метод нахождения величины измерения симметрии, позволяющий резко повысить производительность всего процесса распознавания.
Ключевые слова: величина измерения симметрии, распознавание формы, полигональная модель, триангуляция, 3D модель, МВКА.
Annotation. In the developing process of a preprocessor stage in the external finite-element approximations method, the symmetry recognizing was the one of the main tasks. The task was successfully solved but the recognizing algorithm had a low performance. A symmetry distance computing is the extremely time-consuming stage of the algorithm. A symmetry distance value describes the closeness of a shape to its symmetric copy. Such approach can be used not only for symmetric shapes. In the paper we consider the more efficient method of symmetry distance computing. This way allows reducing the time and resources costs of the recognizing algorithm.
Keywords: symmetry distance, shape recognizing, polygonal model, triangulation, 3D model, EFEAM.

ВВЕДЕНИЕ

В рамках разработки модуля препроцессора [1] для МВКА возникла необходимость решения задачи распознавания симметрии 3D моделей (далее, просто «модель»). МВКА является аналогом метода конечных элементов (МКЭ) и предназначен для решения задач инженерного анализа. С точки зрения производительности и ресурсоемкости метод обладает значительным преимуществом над МКЭ [2, 3]. Основной задачей препроцессора МВКА является разбиение исходной модели на части произвольной формы – макроэлементы. С целью обеспечения наиболее регулярного характера распределения макроэлементов в результирующем ансамбле, а также повышения производительности разбиения был разработан и внедрен алгоритм распознавания зеркальной и вращательной симметрий [4]. При всех своих преимуществах алгоритм проявляет следующие недостатки: низкая производительность процесса распознавания и слабое выявление незначительных отклонений геометрии симметричных частей модели. Основой алгоритмов распознавания зеркальной и вращательной симметрий является величина измерения симметрии (Symmetry Distance). В зависимости от размеров и сложности полигональной сетки время вычисления величины измерения симметрии составляет от 20 % до 90 % от общего времени работы алгоритма распознавания. Замеры выполнялись на тестовом множестве моделей характерной симметричной формы. В настоящей работе для устранения указанных недостатков предлагается более эффективный с точки зрения производительности и точности метод вычисления величины измерения симметрии.

ВЕЛИЧИНА ИЗМЕРЕНИЯ СИММЕТРИИ В ПРЕДЫДУЩИХ РАБОТАХ

Величина измерения симметрии *SD* показывает близость данной геометрической формы к ее симметричному отражению. Определение величины *SD* впервые было введено в работе [5]. Здесь она использовалась для оценки близости геометрии плоских фигур (рис. 1) по следующей формуле:

$$SD = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}\left\|P_i - P_i'\right\|^2, \qquad (1)$$

где n – количество точек фигуры, P_i – точка на исходной фигуре, P_i' – точка P_i после симметричного преобразования, $P_i - P_i'$ – расстояние между точками P_i и P'_i.

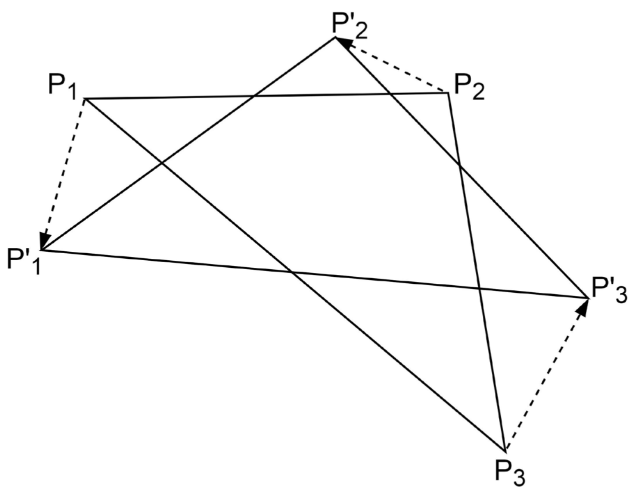

Рис. 1. Схема вычисления SD по формуле 1

Величина *SD* инвариантна к перемещению и повороту фигуры. Чтобы *SD* была инвариантна и к масштабированию, исходная фигура нормализуется. Под нормализацией понимается масштабирование исходной фигуры таким образом, чтобы максимальное расстояние ее точек до центра фигуры было равным определенной константе.

Дальнейшим развитием подхода стало применение величины измерения симметрии для пространственных форм (3D моделей) в работе [6]. В качестве точек P здесь используются узлы V полигональной сетки модели. Авторы работы определяют измерение d_M, показывающее отклонение формы одной сетки от другой, и d_A – величину измерения симметрии, альтернативное обозначение *SD*. Пусть S и R – две модели, A – симметричное преобразование, а V_S и V_R – узлы полигональных сеток моделей S и R соответственно. Тогда измерение d_M определяется как:

$$d_M(S,R) = \max_{p \in V_S}(\min_{q \in R} \| p - q \|). \qquad (2)$$

Отсюда величина измерения симметрии равна:

$$SD(S) = d_A(S) = \max(d_M(S,AS), d_M(AS,S)). \qquad (3)$$

В отличие от формулы 1, здесь величина измерения симметрии определяется не усредненной суммой отклонения точек двух геометрических форм, а как их максимальное обнаруженное отклонение. Необходимо отметить, что в формуле 2 используются не все точки формы S, а только узлы ее полигональной сетки. В то время как для модели R задействованы все точки. Поэтому для определения величины измерения симметрии принимается максимальное значение среди величин $d_M(S,AS)$ и $d_M(AS,S)$.

В работе [4] мы использовали величину измерения симметрии *SD*, основываясь на ее представлении по формуле 3. Так как изначально мы имеем дело с твердотельной геометрией САПР, для вычисления используется представление модели в виде триангуляционной сетки. При этом должна быть обеспечена достаточно высокая точность аппроксимации формы модели. Это необходимо для выделения относительно мелких элементов геометрии на фоне неточностей триангуляции. Перед вычислением SD триангуляционная сетка исходной модели проходит процедуру нормализации, описанную выше. Для распознавания симметрии принимались во внимание среднее и максимальное значения SD, сформированные на основе формул 2 и 3:

$$d_{M(avr)}(S,R) = \frac{1}{n}\sum_{p \in V_S}(\min_{q \in R} \| p - q \|), \quad (4)$$

$$d_{M(\max)}(S,R) = \max_{p \in V_S}(\min_{q \in R} \| p - q \|), \quad (5)$$

$$SD_{avr}(S) = \max(d_{M(avr)}(S,AS), d_{M(avr)}(AS,S)), \quad (6)$$

$$SD_{\max}(S) = \max(d_{M(\max)}(S,AS), d_{M(\max)}(AS,S)), \quad (7)$$

где n – размер триангуляционной сетки V_S, p – точка триангуляционной сетки V_S, q – точка на модели R.

МОДЕРНИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ИЗМЕРЕНИЯ СИММЕТРИИ

Однако, как показала практика, вычисление SD для точной геометрии с использованием точек триангуляционной сетки может приводить к ошибкам. Мелкие конструктивные элементы моделей зачастую попадают в зону погрешности вычисления SD. Чтобы учесть такие особенности, было решено перейти от точечного вычисления SD к полигональному. Тогда мы должны будем оперировать не точками сетки, а ее полигонами, которые в нашем случае представлены треугольниками. И если расстояние между двумя точками вычисляется просто, то расстояние между двумя треугольниками представляется сложнее. Определим величину измерения расстояния между треугольниками.

Рассмотрим два треугольника T и T' в пространстве (рис. 2). Пусть O – центр треугольника T, O' – центр треугольника T', n – нормаль треугольника T, n' – нормаль треугольника T', T'_p – плоскость треугольника T', а P_x – точка пересечения вектора n и плоскости T'_p.

Тогда измерение d_T между двумя треугольниками равно:

$$d_T(T,T') = \frac{\| P_x - O \|}{C \cdot dot(n,n')}. \quad (8)$$

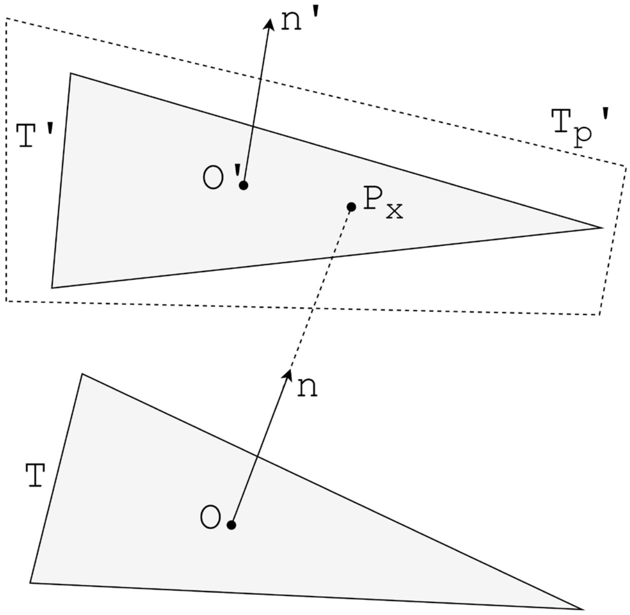

Рис. 2. Схема вычисления измерения между треугольниками сетки

Компонента $dot(n,n')$, скалярное произведение нормалей треугольников, при сонаправленных нормалях будет равна 1, а при их расхождении будет стремиться к нулю. Это значит, что чем больше угол между нормалями рассматриваемых треугольников, тем сильнее будет увеличено значение измерения d_T между ними. Компонента C – нормализующая константа, обеспечивающая инвариантность измерения d_T к масштабированию. В нашем случае в качестве нормализующей константы выступает наибольший габаритный размер исходной модели.

На основе формулы 8 определим $d_{M(avr)}$ и $d_{M(\max)}$ для триангуляционной сетки:

$$d_{M(avr)}(S,R) = \frac{1}{n}\sum_{t_S \in T_S}(\min_{t_R \in T_R}(d_T(t_S,t_R))), \quad (9)$$

$$d_{M(\max)}(S,R) = \max_{t_S \in T_S}(\min_{t_R \in T_R}(d_T(t_S,t_R))), \quad (10)$$

где T_S и T_R – сетки моделей S и R, n – размер сетки T_S.

Величины SD_{avr} и $SD_{\max}$ при этом определяются формулами 6 и 7 соответственно. При вычислении $\min_{t_R \in T_R}(d_T(t_S,t_R))$ в формулах 9 и 10 необходимо учитывать значения d_T только для тех пар треугольников, где точка P_x лежит внутри рассматриваемого треугольника.

В связи с большими размерами сеток вычисление величины измерения симметрии для треугольников все равно приводит к значительным временным задержкам. Измерение d_T в худшем случае будет вычислено $m * n$ раз, где m и n – количество узлов рассматриваемых сеток. Чтобы сократить количество вычислений d_T, вместо обхода сеток в двойном вложенном цикле, применим обход в ширину по связной структуре сетки триангуляции. Связная структура представляет собой граф, определенный списком смежности узлов сетки. Каждый узел графа также включает в себя список смежных треугольников, которые хранят в своей структуре информацию о нормали. На рис. 3 слева направо показан поэтапный процесс обхода сетки триангуляции при вычислении измерения d_M. Сплошной линией изображена сетка *S*, пунктирной – сетка *R*. На первом этапе выполняется поиск двух ближайших узлов на двух сетках методом простого перебора, обозначим эту пару 1. Дальше для смежных треугольников пары 1 вычисляется величина d_T. Для продвижения фронта обхода сетки среди смежных вершин пары 1 определяется следующая пара 2. Величина d_T вычисляется для смежных треугольников пары 2, которые еще не обрабатывались. Дальнейший переход будет выполнен к паре 3, которая смежна паре 1. Такое расширение фронта обхода в ширину проводится до тех пор, пока не будет посещена каждая вершина сетки *S*.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Новый метод вычисления *SD* был опробован в алгоритме распознавания симметрии препроцессора МВКА. Использование вычисления величины измерения симметрии на связной триангуляционной сетке позволило сократить долю этого этапа по отношению ко всему процессу распознавания до 1,1–8 % по сравнению с 20–90 % в предыдущей версии. Общее время распознавания симметрии на всем спектре тестовых моделей сократилось на 45–90 %. При этом повысилась чувствительность величины *SD* к мелким конструктивным элементам геометрии моделей. Это привело к повышению точности выявления близости геометрий. Однако с другой стороны алгоритм стал чувствительным к погрешностям полигональной сетки модели, что требует более точной аппроксимации параметрической геометрии полигонами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный алгоритм вычисления величины измерения симметрии *SD* доказал свою эффективность с позиции производительности и точности по сравнению с предшественниками. Стоит отметить, что величина измерения симметрии является частным случаем использования измерения d_M, которое характеризует близость данных геометрических форм. Поэтому применение разработки не может ограничиваться лишь этапом в распознавании симметрии в препроцессоре МВКА. Алгоритм будет полезен для решения любых задач, связанных с оценкой близости форм геометрии. Примером может служить анализ 3D реконструкций результатов компьютерной томографии в медицинских исследованиях. Оценка развития опухоли или симуляция восстановления кости может быть реализована с использованием данных наработок.

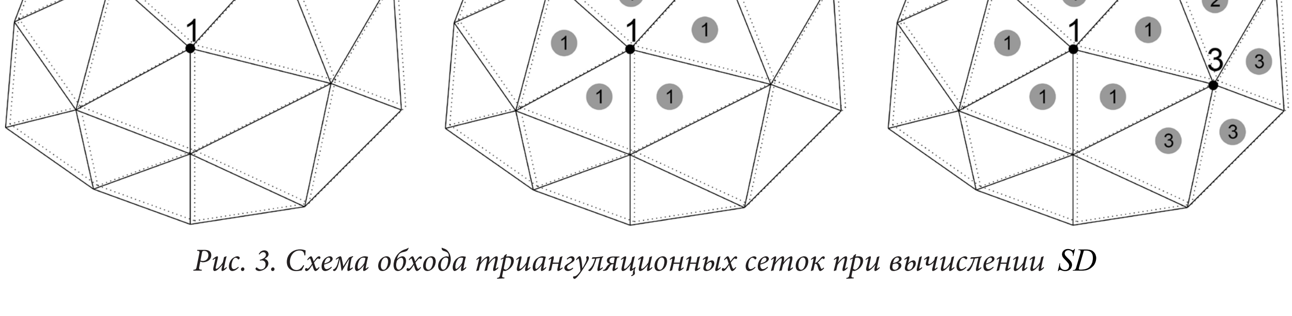

Рис. 3. Схема обхода триангуляционных сеток при вычислении SD

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чижов, М. И.* Автоматизированное разбиение 3D моделей в методе внешних конечноэлементных аппроксимаций / М. И. Чижов, А. А. Успехов, А. С. Троценко // Виртуальное моделирование, прототипирование и промышленный дизайн : материалы II международной научно-практической конференции / под общ. ред. В. А. Немтинова. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ». – 2016. – Вып. 2. – Т. I. – С. 211–216.

2. *Kurowski, P.* Say Good-bye To Defeaturing And Meshing / P. Kurowski // Machine Design. – 2000. – № 17. – P. 71–78.

3. *Dvorak, P.* Meshless analysis breaks with FEA traditions / P. Dvorak // Machine Design. – 1999. – № 0. – P. 34.

4. *Чижов, М. И.* Автоматизированное разбиение 3D моделей с учетом особенностей симметрии в методе внешних конечноэлементных аппроксимаций / М. И. Чижов, А. А. Успехов, А. С. Троценко // 3-я МНТК «Прогрессивные технологии и процессы»: сборник научных статей. – Юго-зап. гос. ун-т. – Курск : ЗАО «Университетская книга». – 2016. – С. 227–234.

5. *Zabrodsky, H.* Symmetry as a continuous feature / H. Zabrodsky, S. Peleg, D. Avnir // Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1995. – V. 17, № 12. – P. 1154–1166.

6. *Martinet, A.* Accurate detection of symmetries in 3D shapes / A. Martinet, C. Soler, N. Holzschuch, F. X. Sillion // ACM Transactions on Graphics. – 2006. – V. 25, № 2. – P. 439–464.

Чижов М. И. – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой компьютерных интеллектуальных технологий проектирования, факультет информационных технологий и компьютерной безопасности, Воронежский государственный технический университет.
E-mail: mihailc@list.ru

Успехов А. А. – генеральный директор ООО «Инобитек», г. Воронеж.
E-mail: auspehov@inobitec.com

Троценко А. С. – аспирант кафедры компьютерных интеллектуальных технологий проектирования, факультет информационных технологий и компьютерной безопасности, Воронежский государственный технический университет.
E-mail: trotsenko93@mail.ru

Chizhov M. I. - Doctor of Technical Sciencies, Professor, Head of Department of Computer Intellectual Technology of Design, Faculty of Information Technology and Computer Safety, Voronezh State Technical University.
E-mail: mihailc@list.ru

Uspehov A. A. – CEO of Inobitec LLC, Voronezh.
E-mail: auspehov@inobitec.com

Trotsenko A. S. – Aspirant, Department of Computer Intellectual Technology of Design, Faculty of Information Technology and Computer Safety, Voronezh State Technical University.
E-mail: trotsenko93@mail.ru