УДК 510.22

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКОЙ МАТЕМАТИКИ

М. Г. Матвеев*, Н. А. Алейникова**

**Воронежский государственный университет*
***ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж)*

Поступила в редакцию 03.08.2018 г.

Аннотация. В работе рассматривается формализация и решение оптимизационных задач сетевого планирования и управления проектом в условиях параметрической неопределенности. Для оценки параметров проекта предлагается использовать нечеткие W-числа и W-алгебру. Это позволяет упростить решение возникающих задач нечеткого программирования, не допустить искажения естественных свойств и отношений классических моделей, предотвратить неоправданное расширение носителя результата. Приведены примеры решения задач с параметрической нечеткостью с использованием предложенного подхода, подтверждающие относительную простоту решения и достоверность результатов.
Ключевые слова: модели сетевого планирования и управления, задача линейного программирования, задача нечеткого программирования, треугольные нечеткие числа, нечеткие W-числа, W-алгебра.
Annotation. The article considers the formalization and solution of optimization tasks for network planning and project management under conditions of uncertainty. To evaluate the project parameters it is proposed to use fuzzy W-numbers and W-algebra. This makes it possible to simplify the solution of the emerging problems of fuzzy programming, to prevent distortion of the natural properties and relations of classical models, to prevent unjustified extension of the resultant. Examples of solving problems with parametric fuzziness using the proposed approach are presented, which confirm the reliability of the results.
Keywords: models of network planning and management, the problem of linear programming, the problem of fuzzy programming, triangular fuzzy numbers, fuzzy W-numbers, W-algebra.

ВВЕДЕНИЕ

В современных представлениях об управлении под проектом понимается любой комплекс мероприятий, в результате которых к заданному сроку должна быть достигнута некоторая цель, при этом ресурсы ограничены [5]. Данная работа посвящена методам управления проектами на стадии планирования.

Несмотря на то, что управление проектами может частично пересекаться с другими видами управления, этот процесс представляет собой специфический вариант управления. В различных организациях в основном реализуется два типа деятельности: операции и проекты. Операция – это множество повседневных, рутинных и постоянно повторяющихся задач, которые выполняются в течение всего срока существования организации. Проекты, в отличие от операций, это разовые работы, по своей сути они обычно уникальны [5].

Проект, как комплекс взаимосвязанных действий, можно представить в виде сетевого графика. Сетевой график – это ориентированный граф без контуров, имеющий одну исходную и одну завершающую вершины, в котором вершины поставлены в соответствие некоторым событиям, а дуги – операциям (работам) [8]. Событие определяют как момент времени, когда одни операции завершаются, а другие начинаются. Начальная и конечная точки любой операции описываются парой событий, которые называют начальным событием и конечным (завершающим) событием. Критический путь – это самый продолжительный из путей сетевого графика от исходного события к конечному. Важность критического пути заключается в том, что задержка выполнения операций, составляющих критический путь, ведет к задержке срока выполнения всего проекта [6].

В сетевом планировании и управлении проектами возникают различные оптимизационные задачи, связанные с улучшением организации выполнения комплекса работ. В частности необходимость в таких задачах возникает для достижения оптимального соотношения между продолжительностью проекта и ресурсами, требуемыми для его выполнения. В качестве ресурсов могут выступать финансовые, трудовые ресурсы, материалы, производственные площади и т. д.

Оптимизация может быть условно разделена на частную и комплексную [6]. Примерами частной оптимизации сетевой модели являются: минимизация времени выполнения комплекса работ при заданной его стоимости, минимизация стоимости комплекса работ при заданном времени выполнения проекта. Комплексная оптимизация представляет собой нахождение оптимального соотношения величин стоимости и сроков выполнения проекта в зависимости от конкретных целей, ставящихся при его реализации.

В [2] отмечается, что различные оптимизационные задачи сетевого планирования могут быть решены как алгоритмически, так и с использованием методов линейного (нелинейного) программирования. Однако алгоритмический подход осложняет проведение исследования задачи, т. к. отсутствует аналитическая зависимость результата от входных данных. Поэтому в рамках данной статьи интерес представляет формализация задач оптимального сетевого планирования в виде задач линейного (нелинейного) программирования.

Параметры в задаче сетевого планирования чаще всего не являются детерминированными величинами. Например, нельзя точно указать продолжительности выполнения работ на стадии планирования проекта, можно говорить лишь о приблизительных сроках. Возникающую неопределенность пытаются описать с помощью статистических методов. Но статистические методы не могут предоставить информацию для планирования процесса проектирования с необходимой точностью, т. к. не учитывают индивидуальных особенностей конкретной проектирующей организации и динамики развития средств и методов проектирования. Экспертная оценка – наиболее подходящий метод задания характеристик (параметров) проекта. При этом наиболее подходящим аппаратом для описания значений параметров экспертом является нечеткая математика [7].

В [4] приведена классификация методов решения задачи сетевого планирования с нечеткими параметрами с указанием их недостатков, главными из которых является громоздкость вычислений, искажение естественных свойств и отношений классических моделей, неоправданное расширение носителя результата, что сказывается на возможности его интерпретации и полезности практического применения.

В работе [9] для устранения указанных недостатков предлагается использовать W-алгебру и W-числа. Рассмотрим их применение в рамках формализованных оптимизационных моделей сетевого планирования.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Пусть $G=(n,P)$ – сеть (граф), где n – множество вершин (событий), P – множество дуг (работ). Обозначим через x_{ij} – величину потока, проходящего по дуге (i,j), соответствующей работе (i,j). Величины x_{ij} могут принимать одно из двух значений: 0 или 1. Если $x_{ij}=0$, то по данной дуге поток проходить не будет, или, иными словами, работа (i,j) не является критической. Если $x_{ij}=1$, то работа (i,j) – лежит на критическом пути.

Обозначим через t_{ij} – длительность работы (i, j). Тогда задача линейного программирования для нахождения критического пути запишется следующим образом

$$F = \sum_{(i,j)\in P} t_{ij} x_{ij} \qquad (1)$$

$$\sum_{\substack{i \\ (i,j)\in P}} x_{ij} - \sum_{\substack{k \\ (j,k)\in P}} x_{jk} = 0. \qquad (2)$$

$$\sum_{\substack{j \\ (1,j)\in P}} x_{1j} = 1. \qquad (3)$$

$$\sum_{\substack{i \\ (i,n)\in P}} x_{in} = 1. \qquad (4)$$

Требуется найти такие значения $x_{ij} \in \{0,1\}$, при которых функция (1) стремится к максимуму, и выполнены ограничения (2)–(4).

На практике для определения продолжительности критического пути и составляющих его операций, большее распространение получила двойственная к (1)–(4) задача. Обозначим через y_j – переменные двойственной задачи $(j = \overline{1,n})$. Число переменных двойственной задачи равно числу ограничений исходной задачи и совпадает с числом вершин (событий) сети G. Двойственная задача линейного программирования имеет вид

$$Z = y_n - y_1 \to \min \qquad (5)$$

$$y_j - y_i \ge t_{ij}, \quad \forall (i,j) \in P, \qquad (6)$$

где y_j не ограничены в знаке.

В формулировке двойственной задачи (5)–(6) двойственная переменная y_j трактуется как время события (узла, вершины) j, отсчитываемое от некоторого момента времени, общего для всех узлов. Целевая функция $Z = y_n - y_1$ – это продолжительность проекта. Часто под двойственными переменными понимают ранние сроки свершения соответствующих событий. Каждое ограничение двойственной задачи связано с определённой работой, ограничения устанавливают отношения предшествования между различными операциями. Минимум целевой функции определяет наименьший промежуток времени, при котором будут выполняться все ограничения. Если ограничение двойственной задачи удовлетворено в виде равенства, то соответствующее значение переменной исходной задачи должно быть положительным, то есть равным 1.

Модель (5)–(6) можно использовать в качестве основы для формализации различных оптимизационных задач, возникающих при управлении проектом.

Для учета связи между затратами на выполнение работ проекта и их продолжительностями введем понятие коэффициента затрат.

Будем считать, что уменьшение продолжительности t_{ij} работы (i, j) пропорционально возрастанию ее стоимости c_{ij}. Примерную зависимость между этими величинами можно описать с помощью удельных затрат на сокращение (увеличение) продолжительности работы (коэффициент затрат)

$$h_{ij} = \left(c_{ij}^{\max} - c_{ij}^{\min}\right) / \left(t_{ij}^{n} - t_{ij}^{c}\right),$$

где t_{ij}^n, t_{ij}^c – нормальное и критическое (минимально возможная продолжительность работы) время выполнение работы (i, j) соответственно, $c_{ij}^{\min}$, $c_{ij}^{\max}$ – стоимости работы при ее нормальной и критической продолжительностях соответственно.

Рассмотрим оптимизационную задачу, заключающуюся в максимальном сокращении стоимости проекта C на величину $\Delta C = \sum_{(i,j)\in P} h_{ij} \Delta t_{ij}$ за счет увеличения продолжительностей t_{ij}^n работ, не лежащих на критическом пути (то есть имеющих ненулевые резервы времени) на величины $\Delta t_{ij} \ge 0$. Математическая модель данной задачи (основанная на модели (5)–(6)) примет вид:

$$\Delta C = \sum_{(i,j)\in P} h_{ij} \Delta t_{ij} \to \max \qquad (7)$$

$$\begin{cases} y_j - y_i - \Delta t_{ij} \ge t_{ij}^n, \\ y_n = T_n, \\ y_i \ge 0, \Delta t_{ij} \ge 0, \\ (i,j) \in P, \end{cases} \qquad (8)$$

где T_n – продолжительность критического пути при нормальном времени выполнения работ.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ НЕЧЕТКИХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Введем основные понятия, связанные с нечеткостью параметров сетевой модели, на примере модели (5)–(6). Полагаем, что продолжительности выполнения операций являются треугольными нечеткими числами $\tilde{t}_{ij}$, значения функции принадлежности которых находятся по формуле:

$$\mu_{\tilde{t}_{ij}}(t_{ij}) = \begin{cases} \mu^L_{\tilde{t}_{ij}} = \dfrac{t_{ij} - t^L_{ij}}{t^m_{ij} - t^L_{ij}}; & t_{ij} \in \left[t^L_{ij}; t^m_{ij}\right] \\ \mu^R_{\tilde{t}_{ij}} = \dfrac{t_{ij} - y^R}{t^m_{ij} - t^R_{ij}}; & t_{ij} \in \left[t^m_{ij}; t^R_{ij}\right] \\ 0; & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где $(i, j) \in P$, $\mu_{\tilde{t}_{ij}}(t_{ij})$ – функция принадлежности, t^m_{ij} – мода, t^L_{ij} и t^R_{ij} – соответственно левая и правая границы носителя нечеткого числа $\tilde{t}_{ij}$. То есть нечеткие продолжительности операций $(i, j) \in P$ заданы в виде троек чисел $\tilde{t}_{ij} = \left(t^L_{ij}; t^m_{ij}; t^R_{ij}\right)$.

Нечеткие числа можно представить в виде объединения четких подмножеств Y_α множества Y, каждое из которых называется α-интервалом $Y_\alpha = \{y \in Y / \mu_{\tilde{Y}}(y) \geq \alpha\}$; $\alpha \in [0;1]$:

$$\tilde{Y} = \bigcup_{\alpha \in [0;1]} \alpha Y_\alpha.$$

Согласно [9] число X называется треугольным однокомпонентным числом, если оно представимо в виде

$$X = x(\alpha) = a + b\alpha,$$

где $a, b \in R$, $\alpha \in [0, 1]$.

Так же в [9] вводится понятие двухкомпонентного треугольного числа W (W-число) – это вектор $\left(\nu^L(\alpha), \nu^R(\alpha)\right)$, где $\nu^L(\alpha), \nu^R(\alpha) \in X$ и $\nu^L(1) = \nu^R(1)$. Для треугольных нечетких чисел $\nu^L(\alpha) = a^L + b^L\alpha$, $b^L \geq 0$ и $\nu^R(\alpha) = a^R + b^R\alpha$, $b^R \leq 0$.

Представим нечеткие продолжительности работ $\tilde{t}_{ij} = \left(t^L_{ij}; t^m_{ij}; t^R_{ij}\right)$ в виде W-чисел следующим образом

$$\tilde{t}_{ij} = \left(t^L_{ij}(\alpha), t^R_{ij}(\alpha)\right) = \\ = \left(t^L_{ij} + \left(t^m_{ij} - t^L_{ij}\right)\alpha, \quad t^R_{ij} + \left(t^m_{ij} - t^R_{ij}\right)\alpha\right) \tag{9}$$

Тогда задача (5)–(6) в нечеткой постановке примет вид

$$\tilde{Z} = \tilde{y}_n - \tilde{y}_1 \to \min \tag{10}$$

$$\tilde{y}_j - \tilde{y}_i \geq \tilde{t}_{ij}, \quad \forall (i, j) \in P, \tag{11}$$

Задача оптимизации (7)–(8) с нечеткими продолжительностями операций запишется следующим образом

$$\Delta\tilde{C} = \sum_{(i,j)\in P} h_{ij} \Delta\tilde{t}_{ij} \to \max \tag{12}$$

$$\begin{cases} \tilde{y}_j - \tilde{y}_i - \Delta\tilde{t}_{ij} \geq \tilde{t}^n_{ij}, \\ \tilde{y}_n = \tilde{T}_n, \\ \tilde{y}_i \geq 0, \Delta\tilde{t}_{ij} \geq 0, \\ (i, j) \in P, \end{cases} \tag{13}$$

Сформулируем алгоритм решения задачи нечеткого сетевого планирования, в случае, если ее параметры заданы в виде W-чисел (9):

Шаг 1. Решить задачу (10)–(11) отдельно для трех значений $\tilde{t}_{ij} : t^m_{ij}, t^L_{ij}, t^R_{ij}$.

Шаг 2. Полученные решения использовать для представления результата в виде W-числа. Например, для целевой функции $\tilde{Z}$ это представление будет следующим:

$$\tilde{Z} = \left(Z^L(\alpha), Z^R(\alpha)\right) = \\ = \left(Z^L + \left(Z^m - Z^L\right)\alpha, \quad Z^R + \left(Z^m - Z^R\right)\alpha\right).$$

РЕАЛИЗАЦИЯ НЕЧЕТКИХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ

Решим задачи (10)–(11) и (12)–(13) на примере проекта, связанного со строительством некоторого сооружения, исходные данные для которого представлены в табл. 1. Кроме работ, представленных в табл. 1, сеть содержит фиктивные работы с кодами (2,3), (6,7), (9,11), (10,11). Продолжительности выполнения работ заданы в виде нечетких треугольных чисел.

Модель (10)–(11) для данного проекта примет вид

Таблица 1

Исходные данные для исследуемого проекта

Операция/ Код (i, j)	Описание	Предшественник	Нечеткая продолжительность операций (дней), $\tilde{t}_{ij}$			Стоимости операции при ее нормальной продолжительности	Коэффициент затрат, h_{ij}
			t_{ij}^{L}	t_{ij}^{m}	t_{ij}^{R}		
A (1,3)	Установить взрывные снаряды	–	3	5	8	6	1
B (1,2)	Эвакуировать окружение	–	2	4	5	20	1
C (1,4)	Подготовить колонну грузовиков	–	2	3	6	1	1
(2,3)	Фиктивная работа	B		0			
D (3,4)	Взорвать здание	A,B	1	1	3	4	
E (4,5)	Произвести работу по разборке развалин и вывозу строительного мусора	C,D	5	7	9	30	5
F (5,6)	Вырыть котлован	E	9	12	4	42	4
G (5,7)	Подвести коммуникации	E	13	15	17	60	8
(6,7)	Фиктивная работа	F		0			
H (6,11)	Произвести заливку бетона в фундамент	F	8	10	12	8	1
I (7,8)	Возвести металлический каркас	F,G	6	8	10	15	3
J (8,11)	Произвести электромонтажные работы	I	12	15	18	35	4
K (8,9)	Настелить пол и возвести стены	I	16	20	25	45	4
L (8,10)	Установить лифты	I	6	7	9	20	
(9,11)	Фиктивная работа	K		0			
(10,11)	Фиктивная работа	L		0			
M (11,12)	Провести отделочные работы	H,J,K,L	12	14	16	40	5

$$Z = \tilde{y}_{12} - \tilde{y}_1 \to \min$$

$$\begin{cases} \tilde{y}_2 - \tilde{y}_1 \ge \tilde{t}_{12}, & \tilde{y}_3 - \tilde{y}_1 \ge \tilde{t}_{13}, \\ \tilde{y}_4 - \tilde{y}_1 \ge \tilde{t}_{14}, & \tilde{y}_3 - \tilde{y}_2 \ge \tilde{t}_{23}, \\ \tilde{y}_4 - \tilde{y}_3 \ge \tilde{t}_{34} & \tilde{y}_5 - \tilde{y}_4 \ge \tilde{t}_{45}, \\ \tilde{y}_6 - \tilde{y}_5 \ge \tilde{t}_{56}, & \tilde{y}_7 - \tilde{y}_5 \ge \tilde{t}_{57}, \\ \tilde{y}_7 - \tilde{y}_6 \ge \tilde{t}_{67}, & \tilde{y}_{11} - \tilde{y}_6 \ge \tilde{t}_{6,11}, \\ \tilde{y}_8 - \tilde{y}_7 \ge \tilde{t}_{7,8}, & \tilde{y}_9 - \tilde{y}_8 \ge \tilde{t}_{8,9}, \\ \tilde{y}_{10} - \tilde{y}_8 \ge \tilde{t}_{8,10}, & \tilde{y}_{11} - \tilde{y}_8 \ge \tilde{t}_{8,11}, \\ \tilde{y}_{11} - \tilde{y}_9 \ge \tilde{t}_{9,11}, & \tilde{y}_{11} - \tilde{y}_{10} \ge \tilde{t}_{10,11}, \\ \tilde{y}_{12} - \tilde{y}_{11} \ge \tilde{t}_{11,12}. & \end{cases}$$

Алгоритм решения данной задачи был реализован в Microsoft Excel, результаты решения приведены в табл. 2.

Операции, лежащие на критическом пути: A, D, E, G, I, K, M.

Результаты решения задачи имеют естественную интерпретацию:

– сумма нечетких продолжительностей операций критического пути равна нечеткому моменту времени окончания проекта, т. е. возможно проект будет выполняться в интервале Z = (56, 70, 88) дней;

– резерв времени, например, операции H, определяется выражением

Таблица 2

Результаты решения нечеткой задачи нахождения критического пути

$\tilde{y}_i$	y_i^L	y_i^m	y_i^R	$y_i^L(\alpha)$	$y_i^R(\alpha)$
$\tilde{y}_1$	0	0	0	0	0
$\tilde{y}_2$	3	5	8	$3+2\alpha$	$8-3\alpha$
$\tilde{y}_3$	3	5	8	$3+2\alpha$	$8-3\alpha$
$\tilde{y}_4$	4	6	11	$4+2\alpha$	$11-5\alpha$
$\tilde{y}_5$	9	13	20	$9+4\alpha$	$20-7\alpha$
$\tilde{y}_6$	22	28	37	$22+6\alpha$	$37-9\alpha$
$\tilde{y}_7$	22	28	37	$22+6\alpha$	$37-9\alpha$
$\tilde{y}_8$	28	36	47	$28+8\alpha$	$37-9\alpha$
$\tilde{y}_9$	44	56	72	$44+12\alpha$	$37-9\alpha$
$\tilde{y}_{10}$	44	56	72	$44+12\alpha$	$37-9\alpha$
$\tilde{y}_{11}$	44	56	72	$44+12\alpha$	$72-16\alpha$
$\tilde{y}_{12}$	56	70	88	$56+14\alpha$	$88-18\alpha$
Z	56	70	88	$56+14\alpha$	$37-9\alpha$

$$\tilde{y}_{11}-\tilde{y}_6-\tilde{t}_{6,11}=(44,56,72)-(22,28,37)-$$
$$-(8,10,12)=(12,18,23).$$

Критические операции не имеют резерва времени. Так, например, общий резерв времени операции A равен $(\tilde{y}_3-\tilde{y}_1)-\tilde{t}_{13}=$ $=(3,5,8)-(3,5,8)=(0,0,0)$.

Модель (12)–(13) для проекта примет вид:

$$\Delta\tilde{C}=\Delta\tilde{t}_{12}+\Delta\tilde{t}_{13}+\Delta\tilde{t}_{14}+5\Delta\tilde{t}_{45}+4\Delta\tilde{t}_{56}+$$
$$+8\Delta\tilde{t}_{57}+\Delta\tilde{t}_{6,11}+3\Delta\tilde{t}_{7,8}+4\Delta\tilde{t}_{8,11}+4\Delta\tilde{t}_{8,9}+$$
$$+5\Delta\tilde{t}_{11,12}\to\min$$

$$\begin{cases}\tilde{y}_3-\tilde{y}_1-\Delta\tilde{t}_{13}\ge\tilde{t}_{13},\\ \tilde{y}_2-\tilde{y}_1-\Delta\tilde{t}_{12}\ge\tilde{t}_{12},\\ \tilde{y}_4-\tilde{y}_1-\Delta\tilde{t}_{14}\ge\tilde{t}_{14},\\ \tilde{y}_4-\tilde{y}_3-\Delta\tilde{t}_{34}\ge\tilde{t}_{34},\\ \tilde{y}_5-\tilde{y}_4-\Delta\tilde{t}_{45}\ge\tilde{t}_{45},\\ \tilde{y}_6-\tilde{y}_5-\Delta\tilde{t}_{56}\ge\tilde{t}_{56},\\ \tilde{y}_7-\tilde{y}_5-\Delta\tilde{t}_{57}\ge\tilde{t}_{57},\\ \tilde{y}_8-\tilde{y}_7-\Delta\tilde{t}_{78}\ge\tilde{t}_{78},\\ \tilde{y}_{11}-\tilde{y}_6-\Delta\tilde{t}_{6,11}\ge\tilde{t}_{6,11}\\ \tilde{y}_9-\tilde{y}_8-\Delta\tilde{t}_{89}\ge\tilde{t}_{8,9},\\ \tilde{y}_{10}-\tilde{y}_8-\Delta\tilde{t}_{8,10}\ge\tilde{t}_{8,10},\\ \tilde{y}_{11}-\tilde{y}_8-\Delta\tilde{t}_{8,11}\ge\tilde{t}_{8,11},\\ \tilde{y}_{12}-\tilde{y}_{11}-\Delta\tilde{t}_{11,12}\ge\tilde{t}_{11,12},\\ \tilde{y}_{12}=\tilde{T}_n,\quad \tilde{y}_{ij}\ge 0,\\ \Delta\tilde{t}_{ij}\ge 0,\quad (i,j)\in P.\end{cases}$$

Данная задача также была решена в Microsoft Excel, результаты решения в виде W-чисел приведены в табл. 3 и на рис. 1. В качестве $\tilde{T}_n$ использовалась найденная при решении задачи (10)–(11) продолжительность критического пути: $\tilde{T}_n=(56,70,88)$.

Например, некритическую работу H можно увеличить на число дней, выражаемое W-числом $(14+4\alpha,\ 23-5\alpha)$. Общее сокращение стоимости выполнения проекта составило $\Delta\tilde{C}=(49+5\alpha,111-57\alpha)$.

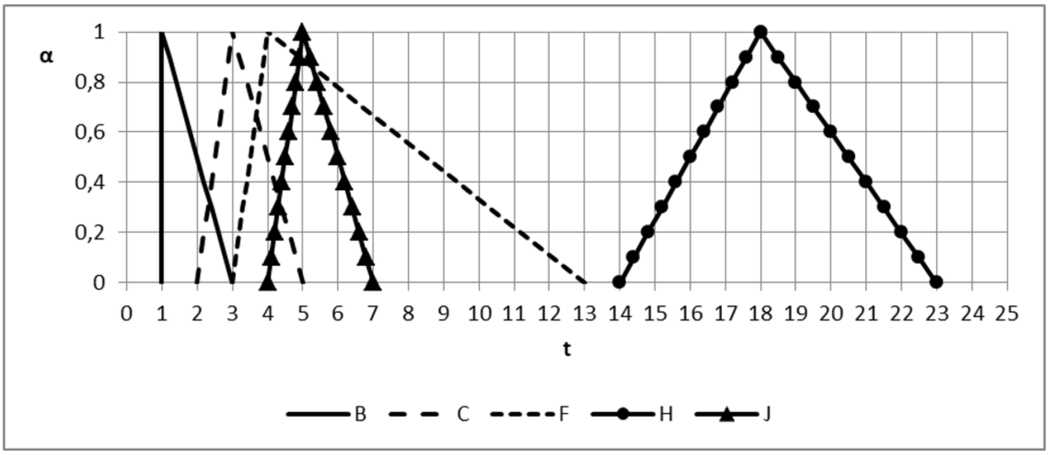

Рис. 1. Результат решения задачи в виде W-чисел $(\Delta\tilde{t}_{ij}^L(\alpha),\ \Delta\tilde{t}_{ij}^R(\alpha))$

Таблица 3

Результаты решения задачи минимизации стоимости проекта

Операция	$\Delta\tilde{t}_{ij}^{L}$	$\Delta\tilde{t}_{ij}^{m}$	$\Delta\tilde{t}_{ij}^{R}$	$\Delta\tilde{t}_{ij}^{L}(\alpha)$	$\Delta\tilde{t}_{ij}^{R}(\alpha)$
A (1,3)	0	0	0	0	0
B (1,2)	1	1	3	$1+\alpha$	$3-2\alpha$
C (1,4)	2	3	5	$2+\alpha$	$5-2\alpha$
(2,3)	0	0	0	0	0
D (3,4)	0	0	0	0	0
E (4,5)	0	0	0	0	0
F (5,6)	3	4	13	$3+\alpha$	$13-9\alpha$
G (5,7)	0	0	0	0	0
(6,7)	0	0	0	0	0
H (6,11)	14	18	23	$14+4\alpha$	$23-5\alpha$
I (7,8)	0	0	0	0	0
J (8,11)	4	5	7	$1+\alpha$	$7-2\alpha$
K (8,9)	0	0	0	0	0
L (8,10)	0	0	0	0	0
(9,11)	0	0	0	0	0
(10,11)	0	0	0	0	0
M (11,12)	0	0	0	0	0
$\Delta\tilde{C}$	49	54	111	$49+5\alpha$	$111-57\alpha$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований были формализованы задачи оптимального сетевого планирования в условиях параметрической неопределенности. Для описания параметров задачи использованы треугольные нечеткие числа.

Приведен алгоритм решения таких задач, позволяющий устранить громоздкость вычислений, возникающих при описании параметров нечеткими числами, нарушение отношений и естественных свойств классических моделей (в частности моделей линейного программирования), неоправданное расширение носителя результата. В основе алгоритма лежит переход от нечетких треугольных чисел к W-числам, что позволяет решать оптимизационные задачи лишь для трех четких значений нечеткого числа: моды, левой и правой границ его носителя. Результаты вычислений записываются также с помощью W-чисел.

Использование данной методики позволяет обеспечить процесс получения решения:

– с ограниченным расширением неопределенности, обусловленным применяемой для вычислений алгеброй;

– допускающего естественную интерпретацию промежуточных и конечных результатов, прежде всего, за счет сохранения треугольной формы представления нечеткости при выполнении различных операций над нечеткими числами;

– позволяющего производить обработку нечеткой информации с помощью стандартных программных пакетов, работающих с действительными числами, что существенно упрощает расчеты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Матвеев, М. Г.* Анализ и решение задач выбора с параметрической нечеткостью // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 2015. – №8(4). – С. 14–29.

2. *Воронцов, Я. А.* Устойчивость решения в задаче о критическом пути с нечёткими параметрами / Я. А. Воронцов, М. Г. Матвеев // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2014. –Т. 10, № 6. – С. 40–43.

3. *Воронцов, Я. А.* Арифметические операции над двухкомпонентыми нечеткими числами / Я. А. Воронцов, М. Г. Матвеев // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2014. – № 2. – С. 75–82.

4. *Воронцов, Я. А.* Математическое моделирование задач выбора с расплывчатой неопределенностью на основе методов представления и алгебры нечетких параметров: дис. канд. физ.-мат. наук. – Воронеж, 2015. – С. 54–55.

5. *Горбовцов, Г. Я.* Управление проектом: учебно-практическое пособие / Г. Я. Горбовцов. – Москва : Изд. центр ЕАОИ, 2007. – 279 с.

6. *Кремер, Н. Ш.* Исследование операций в экономике: учебное пособие. / Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2011. – 430 с.

7. *Леденева Т.М.* Нечеткая модель проекта с продолжительн остями работ в форме обобщенных гауссовых чисел / Т. М. Леденева, Д. А. Черменев // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2015. – № 2. – С. 72-81.

8. *Таха, Х. А.* Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – 7-е изд. – Москва : Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

9. *Шевляков, А. О.* Сравнение различных нечетких арифметик / А. О. Шевляков, М. Г. Матвеев // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2017. – №4. – С. 60–68.

Матвеев Михаил Григорьевич – д-р техн. наук, заведующий кафедрой информационных технологий управления Воронежского государственного университета.
E-mail: mgmatveev@yandex.ru

Matveev Mikhail G. – Head of the department Information technologies of the Voronezh State University. E-mail: mgmatveev@yandex.ru

Алейникова Наталья Александровна – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж).
Тел.: 8-980-342-68-17
E-mail: balbashovan@mail.ru

Aleynikova Natalya A. – Associate Professor of the Department of Mathematics, Zhukovsky-Gagarin Air Force Academy, Voronezh.
Tel.: 8-980-342-68-17
E-mail: balbashovan@mail.ru