

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЛИНЕЙНОГО ВДУВА  
И ПОСТОЯННОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА  
НА ПАРАМЕТРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
И ЛОКАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОМАССОБМЕНА  
И ТРЕНИЯ НА ПРОНИЦАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ГЛА**

**Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко**

*Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет  
(КНИТУ - КАИ) им. А. Н. Туполева*

**Поступила в редакцию 18.03.2019 г.**

**Аннотация.** Исследуются свойства математической модели управления тепломассообменом и трением в ламинарном пограничном слое на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. Рассмотрен случай применения на всём участке управления сочетания линейного вдува и постоянных температурного фактора и магнитного поля. Получены зависимости параметров математической модели, локальных характеристик тепломассообмена и трения, локальной мощности системы, обеспечивающей вдув, от управляющих воздействий. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

**Ключевые слова:** управление, тепломассообмен, ламинарный пограничный слой, гиперзвуковые течения, проницаемые поверхности, линейный закон вдува, постоянный температурный фактор, локальные характеристики тепломассообмена и трения.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Данная работа является расширенным вариантом материала первого [1] из двух докладов, представленных на Международную научно-техническую конференцию АПП-МИМ-2018. Развёрнутая версия второго доклада [2] изложена в работе [3].

Движение гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) в плотных слоях атмосферы сопровождается различными физико-химическими процессами (возбуждение колебательных уровней молекул, диссоциация, ионизация) [4]. Разработка адекватных математических моделей, описывающих эти процессы с учётом их особенностей, является единственным способом моделирования всех реальных

условий гиперзвукового полёта. С помощью метода обобщённых интегральных соотношений А. А. Дородницына [5] системы дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП), описывающие ламинарные пограничные слои (ЛПС), могут быть сведены к аппроксимирующим системам обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Этот подход, требующий большой подготовительной работы, очень популярен в инженерной практике для расчёта аэродинамических характеристик течений сжимаемых газов [6–9].

В [10, 11] получены аппроксимирующие системы ОДУ, описывающие ЛПС на участке управления для проницаемых цилиндрических и сферических поверхностей ГЛА. Влияние постоянных управляющих воздействий на параметры математической модели и локальные характеристики тепломассообмена

(ТМО) и трения исследовано в [12], а на интегральные характеристики в [13]. Применение некоторых линейных законов вдува при постоянном температурном факторе для получения управлений, близких к оптимальным, рассмотрено в [14].

В данной работе, продолжающей исследование свойств математической модели ЛПС электропроводящего газа на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях ГЛА [10–16], рассматривается влияние (на всём участке управления [17]) следующего сочетания управляющих воздействий: **линейного** вдува и **постоянных** температурного фактора и магнитного поля:

1) на параметры математической модели ЛПС  $\theta_0(x)$ ,  $\theta_1(x)$ ,  $\omega_0(x)$ ,  $\omega_1(x)$ ;

2) на локальные характеристики ТМО и трения  $q(x)$ ,  $f(x)$  и локальную мощность  $\eta(x)$  системы, обеспечивающей вдув.

Являясь продолжением [10–16], данная статья сохраняет введённые в них обозначения.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующую прямую задачу [13]:

$$(m, \tau_w, s) \rightarrow (q, f, \eta; Q, F, N). \quad (1)$$

По заданным управлениям:  $m(x)$  – вдуву в ЛПС, где  $x \in X = [0; 1]$ , а ось  $x$  направлена вдоль контура тела;  $\tau_w(x) = T_w(x)/T_{e_0}$  – температурному фактору, где  $T_w(x)$  – температура стенки, а  $T_{e_0}$  – температура в точке торможения  $x_0 = 0$  потока;  $s(x) = \sigma B_0^2(x)$  – магнитному полю требуется рассчитать параметры  $\theta_0(m, \tau_w, s)$ ,  $\theta_1(\dots)$ ,  $\omega_0(\dots)$ ,  $\omega_1(\dots)$  математической модели ЛПС [11, 12] для случаев обтекания боковой поверхности кругового цилиндра и поверхности сферического носка. Для нахождения параметров  $\theta_0, \dots, \omega_1$  ЛПС применяется **объединённая** аппроксимирующая система ОДУ (5)–(8) [13] с начальными условиями, полученными из **объединённой** нелинейной алгебраической системы (10)–(13) [13]. После этого определяются локальный тепловой поток  $q(x; m, \tau_w, s)$ ; локальное напряжение трения  $f(x; m, \tau_w, s)$ ; локальная мощность системы, обеспечивающей вдув

$\eta(x; m, \tau_w, s)$ ; интегральные характеристики  $Q, F, N$ .

Пусть фиксированы значения *неизменяемых параметров*:

$$\text{число Маха } M_\infty \in [10; 40], \quad (2)$$

$$\text{высота полёта } H \in [10; 30] \text{ [км]}, \quad (3)$$

$$\text{радиус тела } R \in [0, 1; 1] \text{ [м]}. \quad (4)$$

Пусть диапазоны изменения *управляющих параметров* ограничены:

$$m \in M^c = [0; 1], \quad (5)$$

$$\tau_w \in T^c = [0, 15; 0, 9], \quad (6)$$

$$s \in S^c = [0; 5 \cdot 10^4] \text{ [Тл / (Ом} \cdot \text{м)]}. \quad (7)$$

Далее индекс «w» параметра  $\tau_w$  и размерность [Тл / (Ом · м)] параметра  $s$  опущены.

**Линейный** закон вдува

$$\begin{aligned} m(x) &= m(x; m_0, m_1) = \\ &= m_0 \cdot (1 - x) + m_1 \cdot x \quad \text{для } x \in X, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $m_0, m_1 \in M^c$ ,

$$m'(x) = m_1 - m_0 \in [-1; 1],$$

при  $m' > 0$  является (строго) *возрастающим*, а при  $m' < 0$  – (строго) *убывающим*. Набор законов (8), соответствующих одинаковому значению  $m_0$  (или  $m_1$ ), назовём *пучком* по  $m_0$  (по  $m_1$ , соответственно).

Для  $\underline{m_0}, \underline{m_0}, \underline{m_1}, \underline{m_1} \in M^c$  из

$$\underline{m_0} \leq \overline{m_0} \quad (9)$$

и

$$\underline{m_1} \leq \overline{m_1} \quad (10)$$

следует

$$m(x; \underline{m_0}, \underline{m_1}) \leq m(x; \overline{m_0}, \overline{m_1}) \quad (11)$$

для всех  $x \in X$ .

Здесь (9), (10) – условия *подчинения* параметров закона управления (8), а (11) – условие *подчинения* законов управления.

Обозначим

$$M_{05}^d = \{0; 0, 05; \dots; 1\} \subset M^c, \quad (12)$$

$$M_{25}^d = \{0; 0, 25; 0, 5; 0, 75; 1\} \subset M_{05}^d, \quad (13)$$

$$T_{15}^d = \{0, 15; 0, 45; 0, 9\} \subset T^c. \quad (14)$$

Элементам множества  $M_{05}^d$  поставим в соответствие буквы латинского алфавита от «a» до «u». Тогда значение параметра  $m_0$  (или  $m_1$ ) закона вдува (8) из  $M_{05}^d$  определяется одной буквой, а сам закон – двухбуквенным сочетанием  $\{aa, ab, \dots, ut, uu\}$ .

Вычислительные эксперименты для удобства сравнения с [10, 12, 14–16] выполнены для воздуха в атмосфере Земли при  $H = 10$  [км],  $M_\infty = 10$ ,  $R = 0,1$  [м]. Результаты вычислительных экспериментов представлены на рис. 1–15 для сочетания линейного закона вдува (8), где  $m_0, m_1 \in M_{25}^d$ , а  $\tau(x) = Const \in T_{15}^d$ . Матрица обозначений законов вдува приведена в табл. 1. Тогда

1) элементы, расположенные на главной диагонали матрицы, соответствуют постоянным законам вдува;

2) элементы, расположенные выше главной диагонали – законам линейно возрастающего вдува;

3) элементы, расположенные ниже главной диагонали – законам линейно убывающего вдува.

Таблица 1

$m_1 \backslash m_0$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
0,0	aa	af	ak	ap	au
0,25	fa	ff	fk	fp	fu
0,5	ka	kf	kk	kp	ku
0,75	pa	pf	pk	pp	pu
1,0	ua	uf	uk	up	uu

Набор линейных законов вдува, соответствующих сочетаниям с одинаковой первой (или второй) буквой, т.е. указанным в строке (столбце) или в части строки (в части столбца) матрицы, является пучком по  $m_0$  (по  $m_1$ , соответственно).

**Пример.** Наборы сочетаний  $\{ka, kf, kk\}$  и  $\{kk, kp, ku\}$ , а также их объединение  $\{ka, \dots, ku\}$  определяют пучки с  $m_0 = 0,5$ . Наборы сочетаний  $\{af, ff\}$  и  $\{ff, kf, pf, uf\}$ , а также их объединение  $\{af, \dots, uf\}$  определяют пучки с  $m_1 = 0,25$ .

Набор графиков (образов)  $q$  (или  $f, \theta_0, \theta_1, \omega_0, \omega_1, \eta$ ), соответствующих пучку законов вдува (прообразов) при фиксированных  $\tau$  и  $s$ , также будем называть пучком. Отметим, что кривые, соответствующие пучку по  $m_0$ , имеют общую точку при  $x = 0$  (точку исхода), а у кривых, соответствующих пучку по  $m_1$ , точки при  $x = 1$  обычно различаются.

Для удобства анализа пучки кривых  $\theta_0, \dots, \omega_1, q, f, \eta$  разделены на две группы:  $m' \geq 0$  и  $m' \leq 0$ . Распределение графиков по рисункам приведено в табл. 2.

Таблица 2

	$m_0 \leq m_1$	$m_0 \geq m_1$
$\theta_0, \dots, \omega_1$	рис. 1–3	рис. 4–6
$q, f$	рис. 7–9	рис. 10–12
$\eta$	рис. 13, 14	рис. 13, 15

С помощью обозначений табл. 1 отметим на рисунках некоторые кривые.

## 2. ВЛИЯНИЕ НА ПАРАМЕТРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

**Утверждение 1.** В условиях (2)–(7) для  $k \in \{0; 1\}$  и любых постоянных  $\tau \equiv C_2 \in T^c$  и  $s \equiv C_3 \in S^c$  в случае применения линейного закона вдува (8) для любых  $m_0, m_0, m_1, m_1 \in M^c$  если выполнены условия (9) и (10), то

$$\theta_k(x; m(x; \underline{m}_0, \overline{m}_1), C_2, C_3) \leq \theta_k(x; m(x; \overline{m}_0, \underline{m}_1), C_2, C_3), \quad (15)$$

$$\omega_k(x; m(x; \underline{m}_0, \overline{m}_1), C_2, C_3) \leq \omega_k(x; m(x; \overline{m}_0, \underline{m}_1), C_2, C_3) \quad (16)$$

для всех  $x \in X$ .

Условия реализации верхних и нижних кривых  $\theta_0, \dots, \omega_1$  в пучках приведены в табл. 3.

Таблица 3

$\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$		кривая в пучке	
случай	пучок	верхняя	нижняя
$m_0 \leq m_1$	по $m_0$	$\max m_1$	$m_1 = m_0$
	по $m_1$	$m_0 = m_1$	$\min m_0$
$m_0 \geq m_1$	по $m_0$	$m_1 = m_0$	$\min m_1$
	по $m_1$	$\max m_0$	$m_0 = m_1$

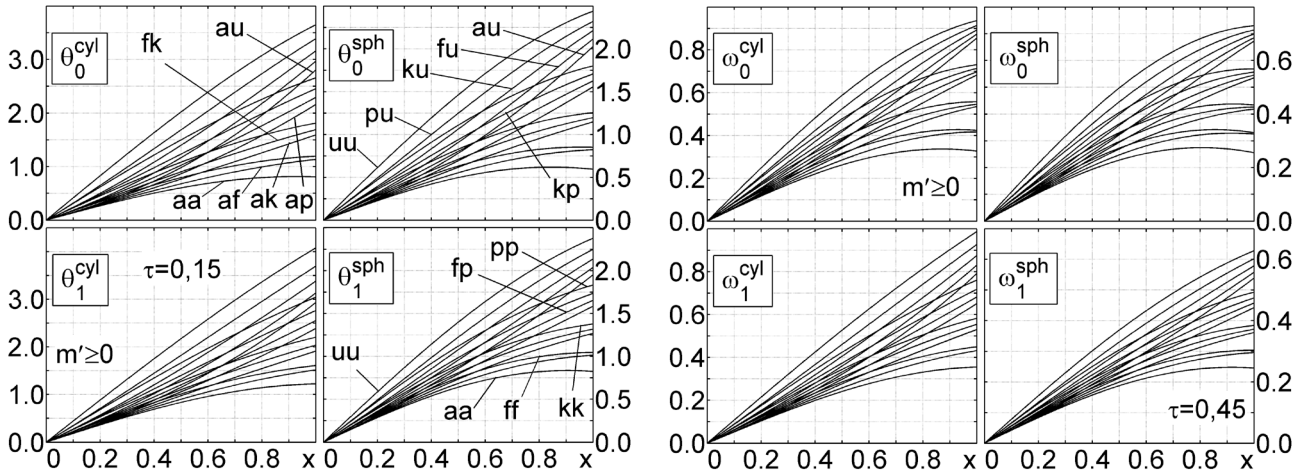


Рис. 2. Зависимости  $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$  для линейных  $t(x)$  при  $m_0 \leq m_1$  и  $\tau = 0, 45$

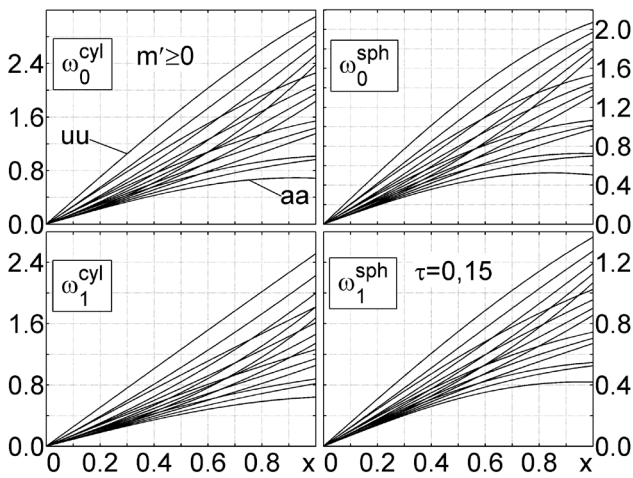


Рис. 1. Зависимости  $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$  для линейных  $t(x)$  при  $m_0 \leq m_1$  и  $\tau = 0, 15$

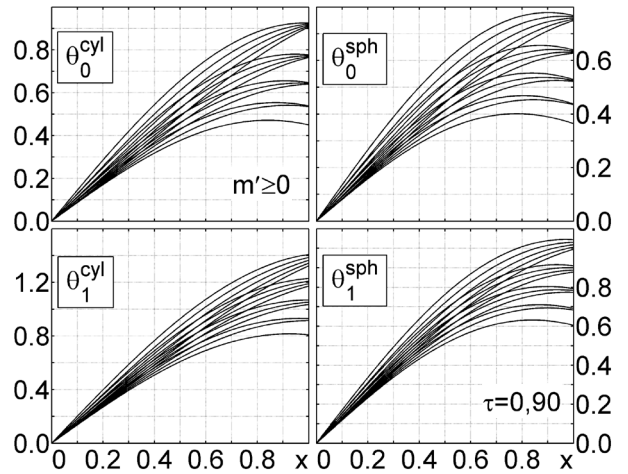
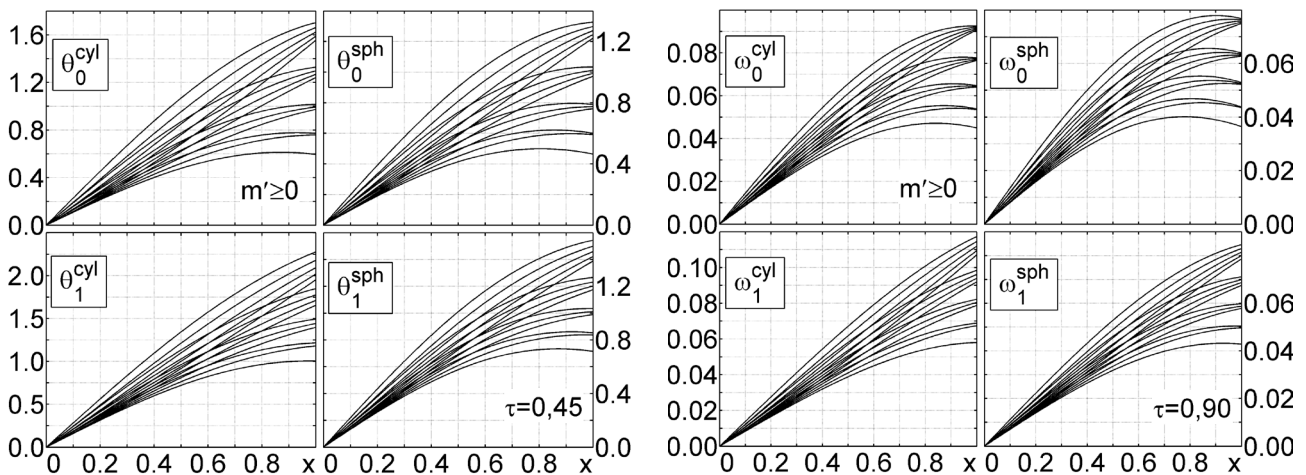


Рис. 3. Зависимости  $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$  для линейных  $t(x)$  при  $m_0 \leq m_1$  и  $\tau = 0, 90$





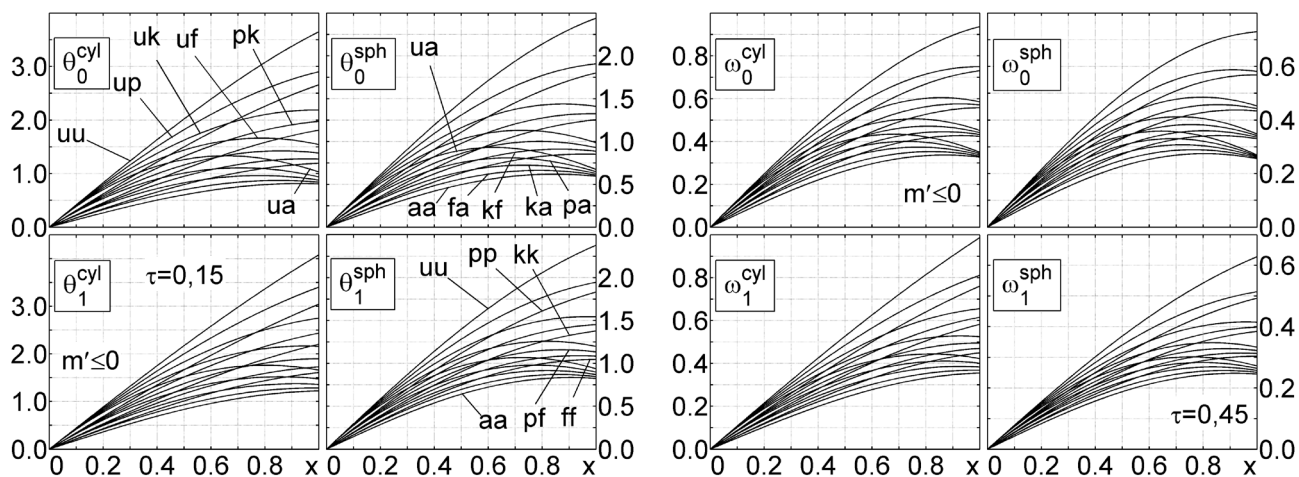


Рис. 4. Зависимости  $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \geq m_1$  и  $\tau = 0,15$

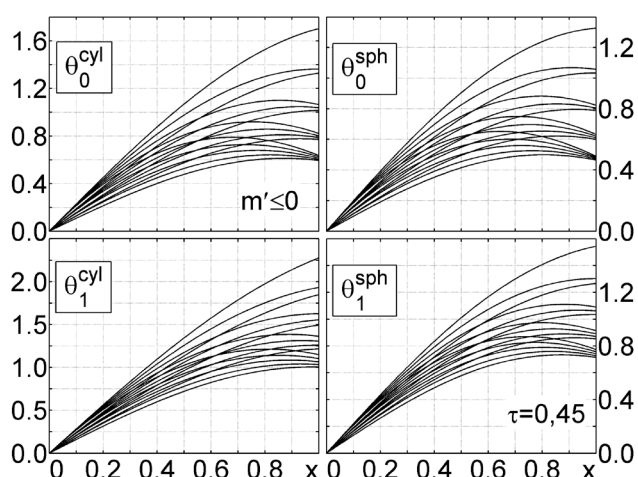


Рис. 5. Зависимости  $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \geq m_1$  и  $\tau = 0,45$

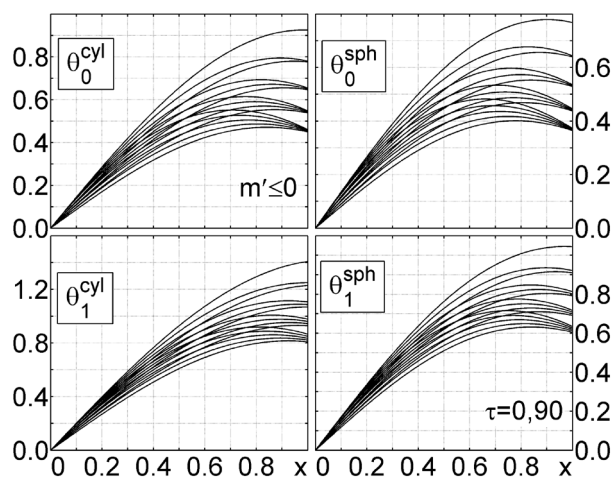


Рис. 6. Зависимости  $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \geq m_1$  и  $\tau = 0,90$

### 3. ВЛИЯНИЕ НА ПАРАМЕТРЫ ТМО, ТРЕНИЯ И ЛОКАЛЬНУЮ МОЩНОСТЬ СИСТЕМЫ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЙ ВДУВ

**Утверждение 2.** В условиях (2)–(7) для любых постоянных  $\tau \equiv C_2 \in T^c$  и  $s \equiv C_3 \in S^c$  в случае применения линейного закона вдува (8) для любых  $\underline{m}_0, \overline{m}_0, \underline{m}_1, \overline{m}_1 \in M^c$  если выполнены условия (9) и (10), то

$$q(x; m(x; \underline{m}_0, \overline{m}_1), C_2, C_3) \geq q(x; m(x; \overline{m}_0, \underline{m}_1), C_2, C_3), \quad (17)$$

$$f(x; m(x; \underline{m}_0, \overline{m}_1), C_2, C_3) \geq f(x; m(x; \overline{m}_0, \underline{m}_1), C_2, C_3), \quad (18)$$

$$\eta(x; m(x; \underline{m}_0, \overline{m}_1), C_2, C_3) \leq \eta(x; m(x; \overline{m}_0, \underline{m}_1), C_2, C_3) \quad (19)$$

для всех  $x \in X$ .

Условия реализации верхних и нижних кривых  $q$  и  $f$  в пучках приведены в табл. 4.

Таблица 4

$q(x), f(x)$		кривая в пучке	
случай	пучок	верхняя	нижняя
$m_0 \leq m_1$	по $m_0$	$m_1 = m_0$	$\max m_1$
	по $m_1$	$\min m_0$	$m_0 = m_1$
$m_0 \geq m_1$	по $m_0$	$\min m_1$	$m_1 = m_0$
	по $m_1$	$m_0 = m_1$	$\max m_0$

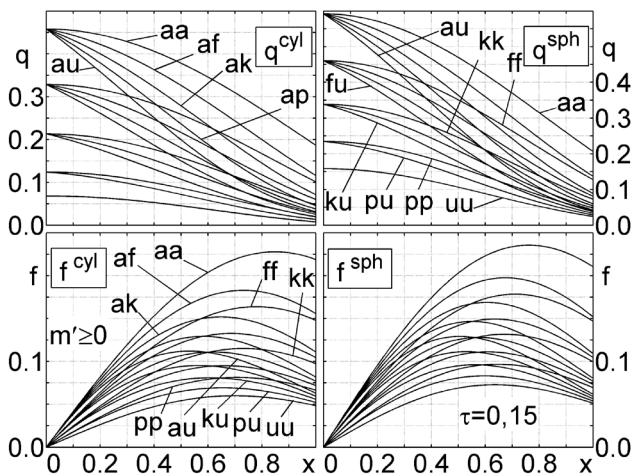


Рис. 7. Зависимости  $q(x)$  и  $f(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \leq m_1$  и  $\tau = 0,15$

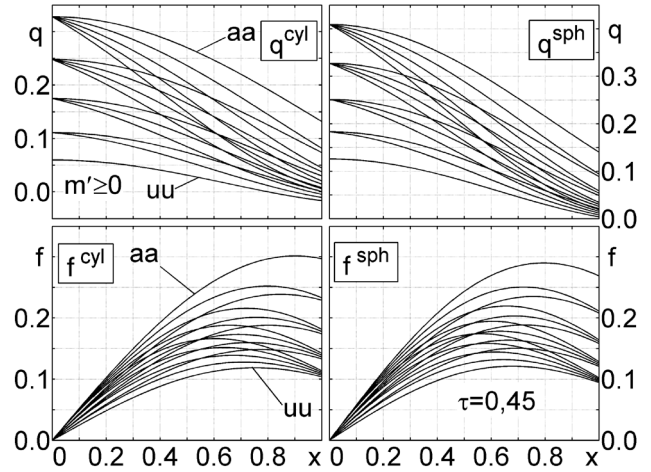


Рис. 8. Зависимости  $q(x)$  и  $f(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \leq m_1$  и  $\tau = 0,45$

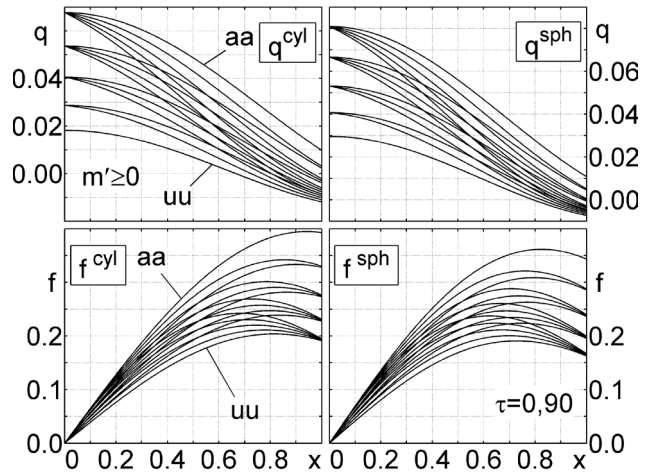


Рис. 9. Зависимости  $q(x)$  и  $f(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \leq m_1$  и  $\tau = 0,90$

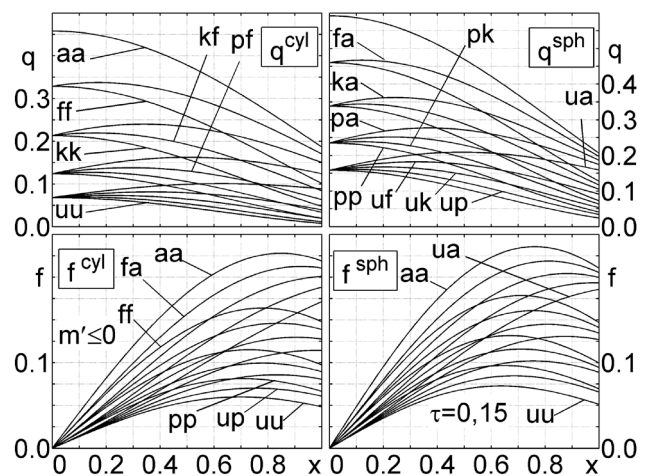
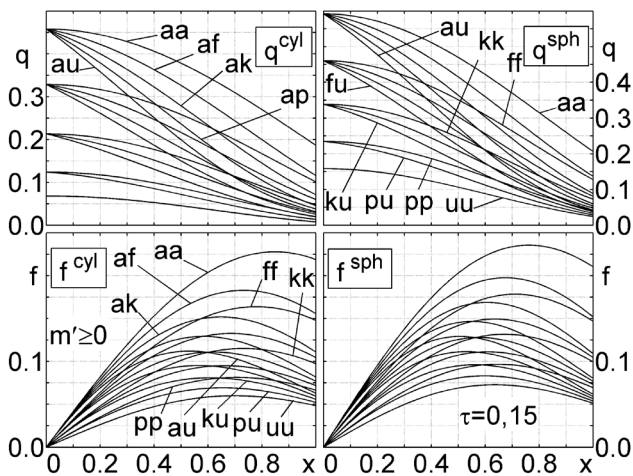


Рис. 10. Зависимости  $q(x)$  и  $f(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \geq m_1$  и  $\tau = 0,15$

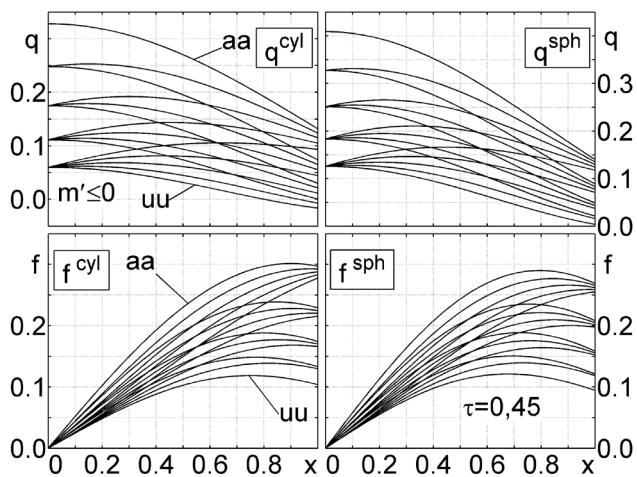


Рис. 11. Зависимости  $q(x)$  и  $f(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \geq m_1$  и  $\tau = 0,45$

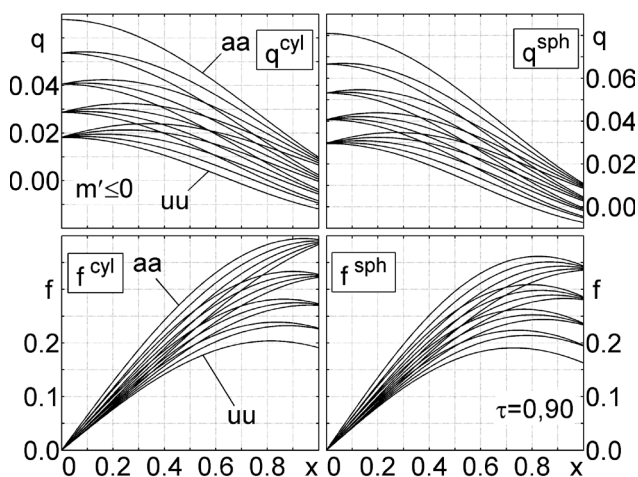


Рис. 12. Зависимости  $q(x)$  и  $f(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 \geq m_1$  и  $\tau = 0,90$

Условия реализации верхних и нижних кривых  $\eta$  в пучках приведены в табл. 5.

Таблица 5

$\eta(x)$		кривая в пучке	
случай	пучок	верхняя	нижняя
$m_0 \leq m_1$	по $m_0$	$\max m_1$	$m_1 = m_0$
	по $m_1$	$m_0 = m_1$	$\min m_0$
$m_0 \geq m_1$	по $m_0$	$m_1 = m_0$	$\min m_1$
	по $m_1$	$\max m_0$	$m_0 = m_1$

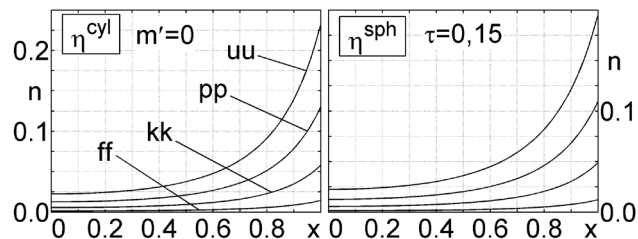


Рис. 13. Мощность  $\eta(x)$  для постоянных  $m(x)$  при  $m_0 \in M_{25}^d \setminus \{0\}$  и  $\tau = 0,15$

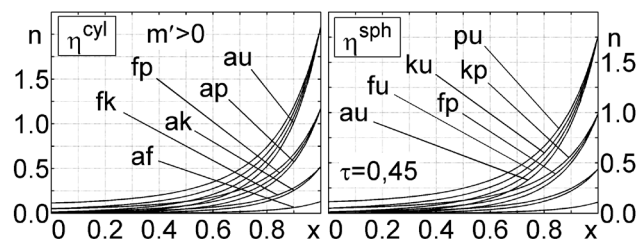


Рис. 14. Мощность  $\eta(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 < m_1$  и  $\tau = 0,45$

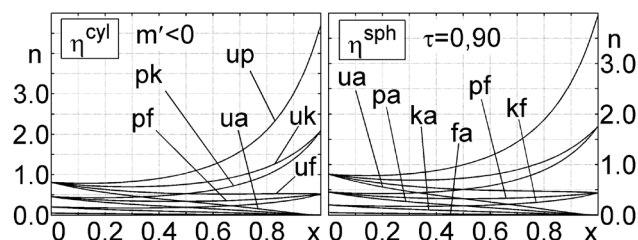


Рис. 15. Мощность  $\eta(x)$  для линейных  $m(x)$  при  $m_0 > m_1$  и  $\tau = 0,90$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучено влияние на параметры математической модели ламинарного пограничного слоя  $\theta_0(x)$ ,  $\theta_1(x)$ ,  $\omega_0(x)$ ,  $\omega_1(x)$ , на локальные характеристики теплообмена и трения  $q(x)$ ,  $f(x)$  и локальную мощность  $\eta(x)$  системы, обеспечивающей вдув, одного из сочетаний наиболее простых представителей класса монотонных функций - линейного вдува и постоянного температурного фактора.

Полученные результаты вычислительных экспериментов могут быть использованы в качестве моделей наблюдаемых данных в задачах синтеза эффективного управления как на всём участке [17], так и на его фрагментах [18].

Анализ влияния сочетания линейного вдува и постоянного температурного фак-



тора на область значений функционалов гиперзвуковой аэродинамики является предметом отдельного исследования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бильченко, Г. Г.* О влиянии линейного вдува при постоянном температурном факторе на локальные характеристики теплообмена и трения на проницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики»: Сборник трудов Международной научно-технической конференции, Воронеж, 17–19 декабря 2018 г. – Воронеж : Изд-во «Научно-исследовательские публикации», 2019. – С. 588–596.

2. *Бильченко, Г. Г.* О влиянии линейного температурного фактора при постоянном вдуве на локальные характеристики теплообмена и трения на проницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики»: Сборник трудов Международной научно-технической конференции, Воронеж, 17–19 декабря 2018 г. – Воронеж : Изд-во «Научно-исследовательские публикации», 2019. – С. 597–604.

3. *Бильченко, Г. Г.* Анализ влияния линейного температурного фактора и постоянного вдува на параметры математической модели и локальные характеристики теплообмена и трения на проницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2019. – № 2. – С. 15–22.

4. *Дорренс, У. Х.* Гиперзвуковые течения вязкого газа / У. Х. Дорренс. – М. : Мир, 1966. – 439 с.

5. *Дородницын, А. А.* Об одном методе решения уравнений ламинарного пограничного слоя / А. А. Дородницын // Прикладная математика и техническая физика. – 1960. – № 3. – С. 111–118.

6. *Лю Шэнь-Цюань.* Расчёт ламинарного слоя в сжимаемом газе при наличии отсоса или вдува / Лю Шэнь-Цюань // Журнал вы-

числительной математики и математической физики. – 1962. – Т. 2, № 5. – С. 868–883.

7. *Павловский, Ю. Н.* Численный расчёт пограничного слоя в сжимаемом газе / Ю. Н. Павловский // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1962. – Т. 2. – № 5. – С. 884–901.

8. *Башкин, В. А.* Расчёт уравнений пространственного ламинарного пограничного слоя методом интегральных соотношений / В. А. Башкин // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1968. – Т. 8, № 6. – С. 1280–1290.

9. *Гараев, К. Г.* Об оптимальном управлении теплообменом в ламинарном пограничном слое сжимаемого газа на проницаемых поверхностях / К. Г. Гараев // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1988. – № 3. – С. 92–100.

10. *Bilchenko, N. G.* On optimum control of laminar boundary layer of electroconductive gas by supersonic flow conditions / N. G. Bilchenko, K. G. Garaev // Proceedings of 12th NATIONAL HEAT TRANSFER CONFERENCE (UIT). – L'Aquila, Italy. – 1994. – P. 213–224.

11. *Бильченко, Н. Г.* Метод А. А. Дородницына в задачах оптимального управления теплообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 1. – С. 5–14.

12. *Бильченко, Н. Г.* Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления теплообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 3. – С. 5–11.

13. *Бильченко, Г. Г.* Анализ влияния постоянных управляющих воздействий на область значений функционалов гиперзвуковой аэродинамики / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2018. – № 2. – С. 5–13.



14. Бильченко, Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта: сравнительный анализ применения «простых» законов вдува / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. – 2015. – № 1. – С. 95–102.

15. Бильченко, Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта / Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. – 2015. – № 1. – С. 83–94.

16. Бильченко, Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полёта / Н. Г. Бильченко // Вестник

Воронеж гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2015. – № 1. – С. 5–8.

17. Бильченко, Г. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. IV. Классификация задач на всём участке управления / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2018. – № 3. – С. 5–12.

18. Бильченко Г. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. V. Смешанные задачи на фрагментах участка управления / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2018. – № 3. – С. 13–22.

**Бильченко Григорий Григорьевич** – канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Лаборатории Моделирования Физико-Технических Процессов (при кафедре Теплотехники и Энергетического Машиностроения) Казанского Национального Исследовательского Технического Университета (КНИТУ-КАИ) им. А. Н. Туполева.  
E-mail: ggbil2@gmail.com

**Бильченко Наталья Григорьевна** – канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Лаборатории Моделирования Физико-Технических Процессов (при кафедре Теплотехники и Энергетического Машиностроения) Казанского Национального Исследовательского Технического Университета (КНИТУ-КАИ) им. А. Н. Туполева.  
E-mail: bilchnat@gmail.com

**ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF LINEAR BLOWING  
AND CONSTANT TEMPERATURE FACTOR  
ON THE PARAMETERS OF THE MATHEMATICAL MODEL  
AND LOCAL CHARACTERISTICS OF HEAT AND MASS TRANSFER  
AND FRICTION ON THE PERMEABLE SURFACES  
OF THE HYPERSONIC AIRCRAFT**

**Bilchenko G. G., Bilchenko N. G.**

*Kazan National Research Technical University (KNRTU-KAI) named after A. N. Tupolev*

**Annotation.** The properties of mathematical model of heat and mass transfer and friction control in laminar boundary layer on permeable cylindrical and spherical surfaces of hypersonic aircraft are investigated. The case of application of a combination of linear blowing law and constant temperature factor and magnetic field for the entire segment of control is considered. The dependences of mathematical model parameters, local heat and mass transfer and friction characteristics, local blowing system power on controls are obtained. The computational experiments results are presented.

**Keywords:** control, heat and mass transfer, laminar boundary layer, hypersonic flows, permeable surfaces, linear blowing law, constant temperature factor, local heat and mass transfer and friction characteristics.

**Bilchenko Grigorij Grigorievich** – Candidate of Science in Physics and Mathematics, Researcher of Laboratory of Modeling of Physical and Technical Processes, Department of Heat Engineering and Power Engineering Machinery, Kazan National Research Technical University (KNRTU-KAI) named after A. N. Tupolev.  
E-mail: ggbil2@gmail.com

**Bilchenko Natalya Grigorievna** – Candidate of Science in Physics and Mathematics, Researcher of Laboratory of Modeling of Physical and Technical Processes, Department of Heat Engineering and Power Engineering Machinery, Kazan National Research Technical University (KNRTU-KAI) named after A. N. Tupolev.  
E-mail: bilchnat@gmail.com