

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЛИНЕЙНО УБЫВАЮЩЕГО ВДУВА И ЛИНЕЙНО УБЫВАЮЩЕГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА НА ПАРАМЕТРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ЛОКАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОМАССОБМЕНА И ТРЕНИЯ НА ПРОНИЦАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ГЛА

© 2020 Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко✉

*Казанский национальный исследовательский технический университет
(КНИТУ - КАИ) им. А. Н. Туполева
ул. К. Маркса, 10, 420111 Казань, Российская Федерация*

Аннотация. Исследуются свойства математической модели управления тепломассообменом и трением в ламинарном пограничном слое на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. Объединённые системы обыкновенных дифференциальных уравнений, полученные методом обобщённых интегральных соотношений А. А. Дородницына для аппроксимации систем уравнений в частных производных, описывающих ламинарные пограничные слои на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов, применяются в математической модели. Параметры математической модели в точке торможения потока определяются из объединённых систем нелинейных алгебраических уравнений. Вдвух в пограничный слой, температурный фактор и магнитное поле используются в качестве управлений.

Рассмотрен случай применения на всём участке управления сочетания линейно убывающего вдува, линейно убывающего температурного фактора и постоянного магнитного поля. Для этого сочетания управлений: даётся постановка прямой задачи; изучено влияние на параметры математической модели и локальные характеристики тепломассообмена и трения; сформулированы соответствующие утверждения о подчинении. Проводится сравнение утверждений о подчинении для случая линейно убывающего вдува и линейно убывающего температурного фактора с утверждениями, полученными ранее для других трёх комбинаций управлений. Получены зависимости параметров математической модели и локальных характеристик тепломассообмена и трения от управляющих воздействий. Приведены результаты вычислительных экспериментов. Даны рекомендации по применению результатов вычислительных экспериментов в качестве начальных данных в задачах синтеза эффективного управления как для всего участка управления, так и для его фрагментов.

Ключевые слова: управление, тепломассообмен, ламинарный пограничный слой, гиперзвуковые течения, проницаемые поверхности, линейно убывающий вдув, линейно убывающий температурный фактор, параметры математической модели, локальные характеристики тепломассообмена и трения.

✉ Бильченко Наталья Григорьевна
e-mail: bilchnat@gmail.com



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является расширенным вариантом материалов докладов, представленных на LXXII научную конференцию «Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения-2019» [1] и XII Международную научную конференцию «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (ПМТУКТ-2019) [2].

В ней продолжается исследование свойств математической модели ламинарного пограничного слоя (ЛПС) электропроводящего газа на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) [4–9] из [3] — рассматривается влияние (на всём участке управления [10] из [3]) следующего сочетания управляющих воздействий: **линейно убывающего** вдува, **линейно убывающего** температурного фактора и **постоянного** магнитного поля:

1) на параметры математической модели ЛПС $\theta_0(x)$, $\theta_1(x)$, $\omega_0(x)$, $\omega_1(x)$;

2) на локальные характеристики теплообмена и трения $q(x)$, $f(x)$.

Являясь продолжением [3], данная статья сохраняет введённые в ней обозначения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Прямая задача (1) [3] (с диапазонами изменения *неизменяемых параметров* (2)–(4) [3] и диапазонами изменения *управляющих параметров* (5)–(7) [3]) рассматривается для **линейно убывающих** вдувов (8) [3] и **линейно убывающих** температурных факторов (9) [3].

Вычислительные эксперименты (аналогично рассмотренным в [3]) выполнены для воздуха в атмосфере Земли при $H = 10$ [км], $M_\infty = 10$, $R = 0,1$ [М].

На левой половине рис. 1 представлены линейно убывающие ($m_0 > m_1$) вдувы (8) [3] с $m_0, m_1 \in M_{25}^d$; на правой половине — линейно убывающие ($\tau_0 > \tau_1$) температурные факторы (9) [3] с $\tau_0, \tau_1 \in T_{15}^d$ (см. (11), (14) [3]), обо-

значенные с помощью заглавных букв латинского алфавита от “А” до “J” и от “K” до “Y”, соответственно.

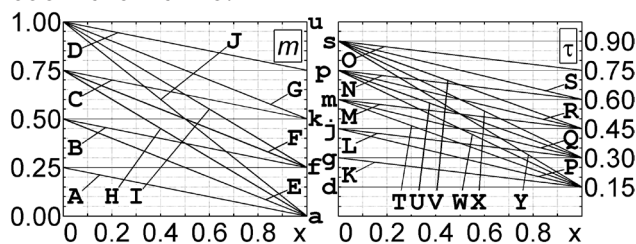


Рис. 1. Законы $m(x)$ и $\tau(x)$

[Fig. 1. Laws $m(x)$ and $\tau(x)$]

Результаты вычислительных экспериментов при $(m_0 - m_1) \in M_{25}^d$ и $(\tau_0 - \tau_1) \in T_{15}^d$ (см. (12), (15) [3]) для $\theta_0, \dots, \omega_1$ представлены на рис. 2–10, для $q(x)$, $f(x)$ — на рис. 11–19. Распределение случаев сочетания законов управления по рисункам указано в табл. 1 [3].

2. ВЛИЯНИЕ НА ПАРАМЕТРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Утверждение 1. В условиях (2)–(7) [3] для $k \in \{0; 1\}$ и любой постоянной $s \equiv C \in S^c$ в случае применения (8), (9) [3] для любых $\underline{m}_0, \underline{m}_1, \overline{m}_0, \overline{m}_1 \in M^c$ и $\underline{\tau}_0, \underline{\tau}_1, \overline{\tau}_0, \overline{\tau}_1 \in T^c$ если

$$\underline{m}_0 \geq \underline{m}_1, \overline{m}_0 \geq \overline{m}_1, \quad (1)$$

$$\underline{\tau}_0 \geq \underline{\tau}_1, \overline{\tau}_0 \geq \overline{\tau}_1 \quad (2)$$

и выполнены условия (18), (19) [3] подчинения параметров, то

$$\theta_k(x; m(x; \underline{m}_0, \underline{m}_1), \tau(x; \underline{\tau}_0, \underline{\tau}_1), C) \leq \theta_k(x; m(x; \overline{m}_0, \overline{m}_1), \tau(x; \overline{\tau}_0, \overline{\tau}_1), C), \quad (3)$$

$$\omega_k(x; m(x; \underline{m}_0, \underline{m}_1), \tau(x; \underline{\tau}_0, \underline{\tau}_1), C) \leq \omega_k(x; m(x; \overline{m}_0, \overline{m}_1), \tau(x; \overline{\tau}_0, \overline{\tau}_1), C) \quad (4)$$

для всех $x \in X$.

Утверждение 2. В условиях (2)–(7) [3] для $k \in \{0; 1\}$ и любой постоянной $s \equiv C \in S^c$ в случае применения (8), (9) [3] для любых $\underline{m}_0, \underline{m}_1 \in M^c$ и $\underline{\tau}_0, \underline{\tau}_1, \overline{\tau}_0, \overline{\tau}_1 \in T^c$ если

$$\underline{m}_0 \geq \underline{m}_1, \quad (5)$$

$$\underline{\tau}_0 \geq \underline{\tau}_1, \overline{\tau}_0 \geq \overline{\tau}_1 \quad (6)$$

и выполнены условия (24), (25) [3] подчинения параметров, то

$$\theta_k(x; m(x; m_0, m_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C) \geq \theta_k(x; m(x; m_0, m_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C), \quad (7)$$

$$\omega_k(x; m(x; m_0, m_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C) \geq \omega_k(x; m(x; m_0, m_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C) \quad (8)$$

для всех $x \in X$.

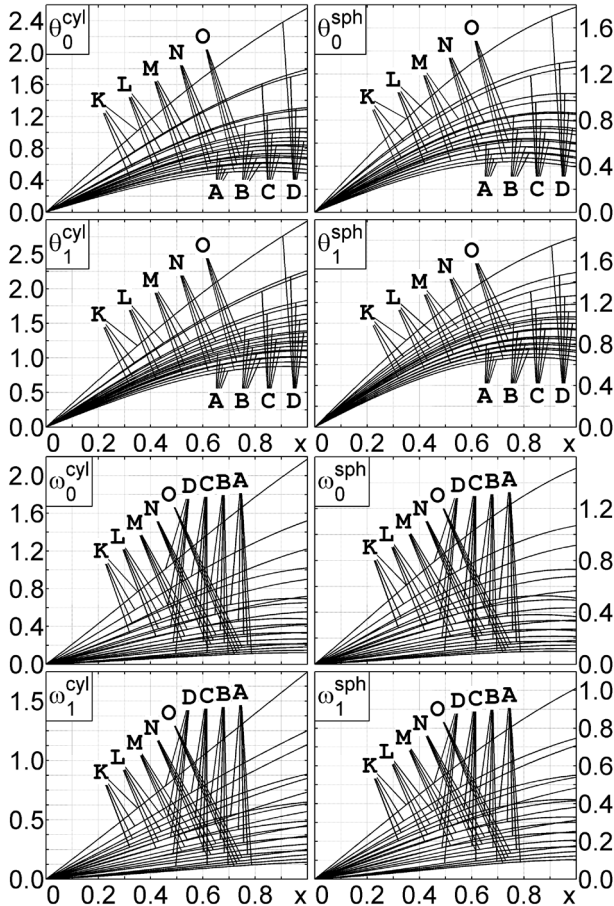


Рис. 2. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,25$ и $\tau' = -0,15$

[Fig. 2. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,25$ and $\tau' = -0,15$]

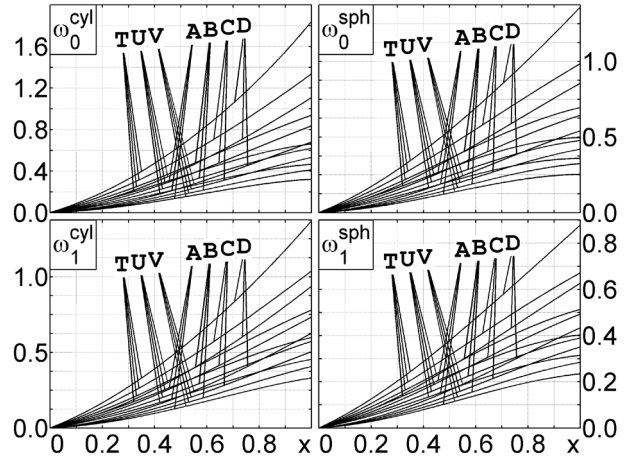
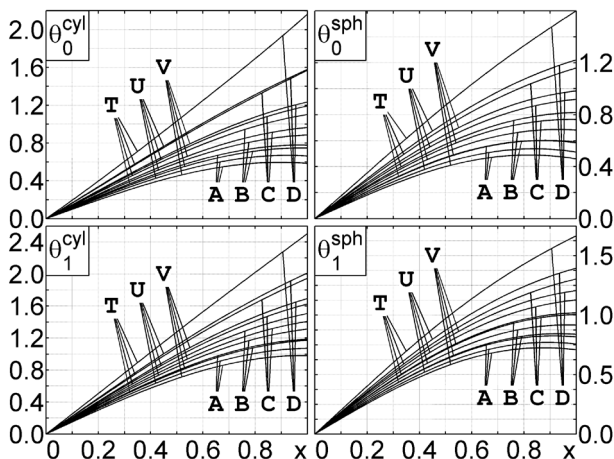


Рис. 3. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,25$ и $\tau' = -0,45$

[Fig. 3. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,25$ and $\tau' = -0,45$]

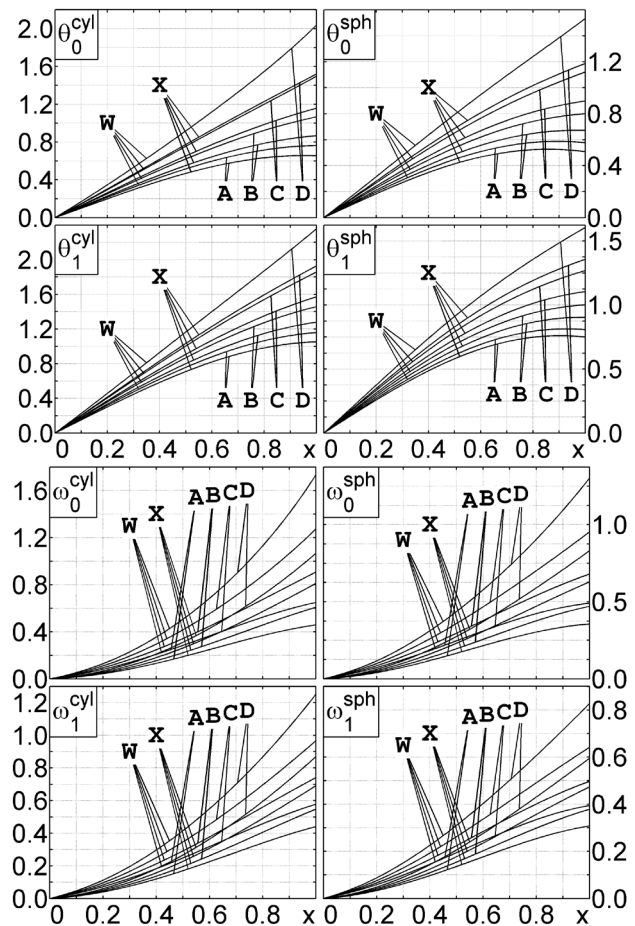


Рис. 4. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,25$ и $\tau' = -0,6$

[Fig. 4. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,25$ and $\tau' = -0,6$]

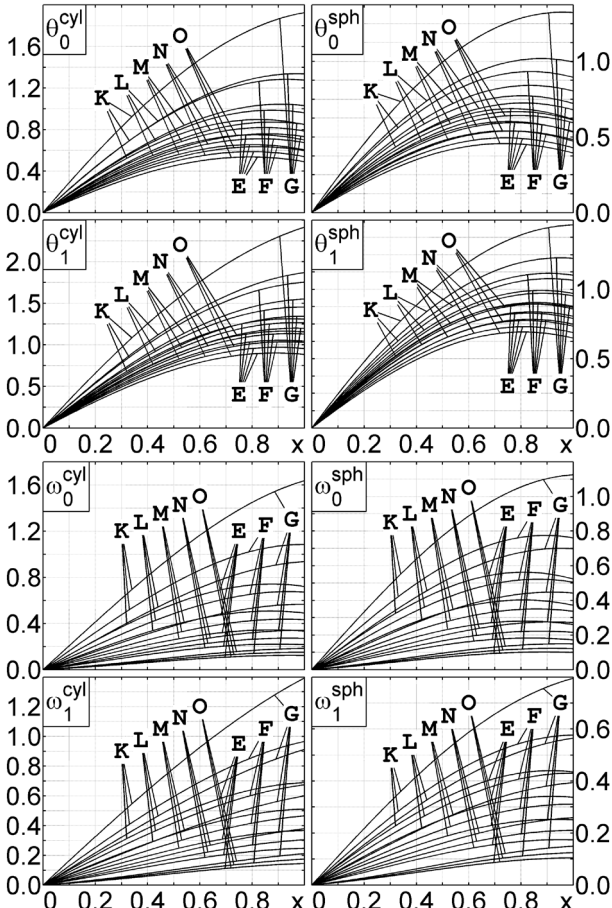


Рис. 5. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,5$ и $\tau' = -0,15$
 [Fig. 5. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,5$ and $\tau' = -0,15$]

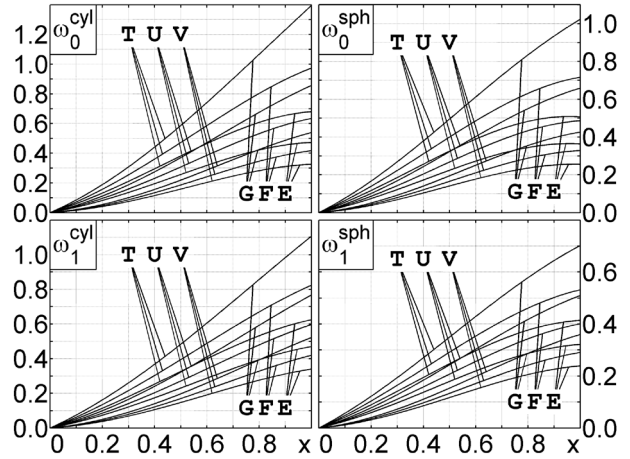
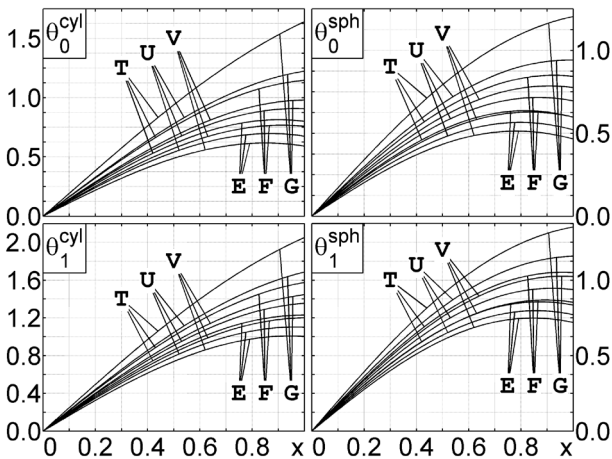


Рис. 6. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,5$ и $\tau' = -0,45$
 [Fig. 6. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,5$ and $\tau' = -0,45$]

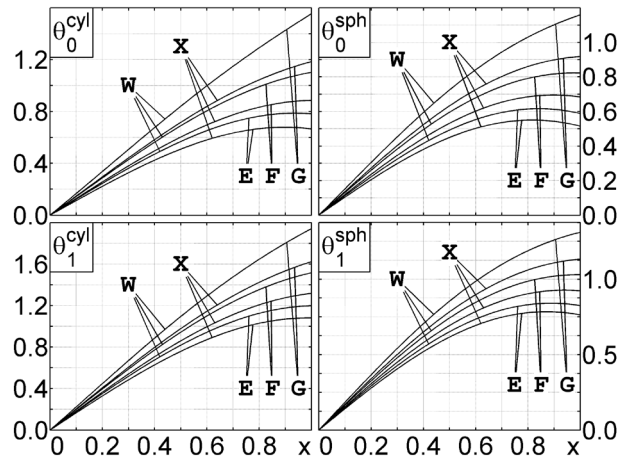


Рис. 7. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,5$ и $\tau' = -0,6$
 [Fig. 7. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,5$ and $\tau' = -0,6$]

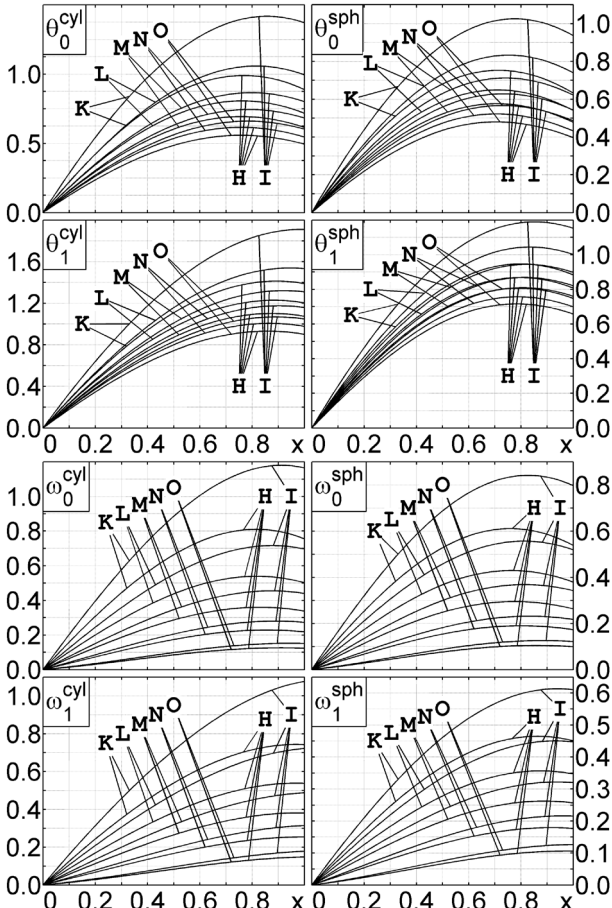


Рис. 8. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,75$ и $\tau' = -0,15$
 [Fig. 8. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,75$ and $\tau' = -0,15$]

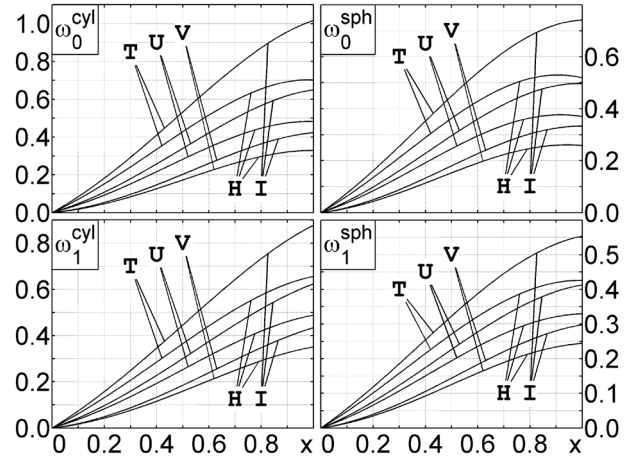
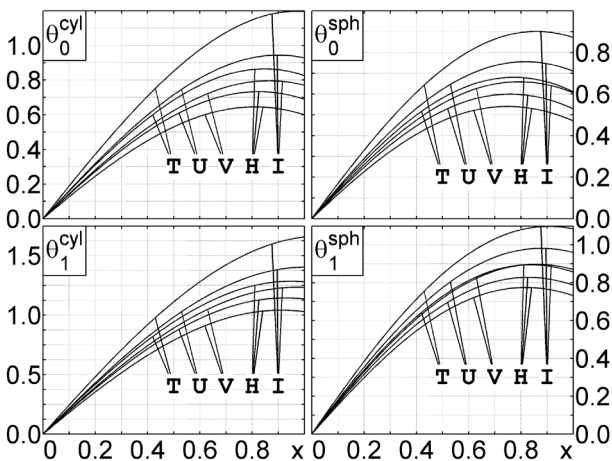


Рис. 9. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,75$ и $\tau' = -0,45$
 [Fig. 9. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,75$ and $\tau' = -0,45$]

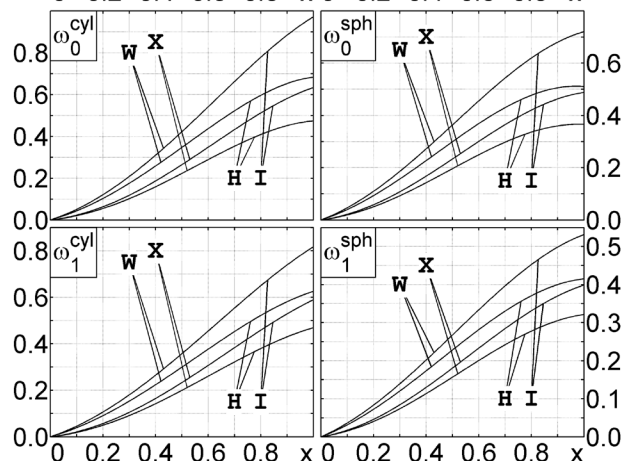
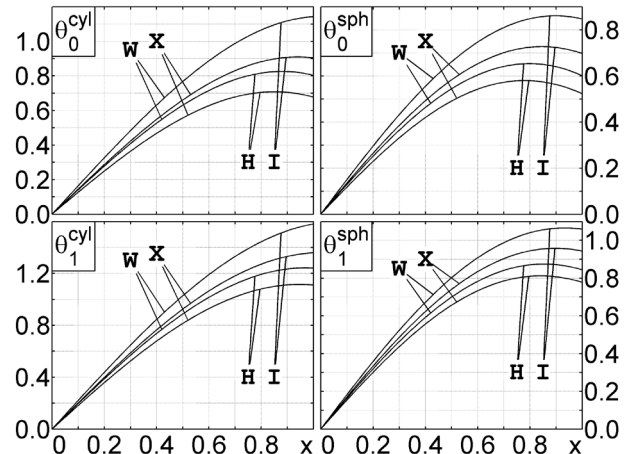


Рис. 10. Зависимости $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ при $m' = -0,75$ и $\tau' = -0,6$
 [Fig. 10. Dependences $\theta_0(x), \dots, \omega_1(x)$ for $m' = -0,75$ and $\tau' = -0,6$]

3. ВЛИЯНИЕ НА ПАРАМЕТРЫ ТЕПЛОМАССОБМЕНА И ТРЕНИЯ

Утверждение 3. В условиях (2)–(7) [3] для любой постоянной $s \equiv C \in S^c$ в случае применения (8), (9) [3] для любых $\underline{m}_0, \underline{m}_1, \underline{m}_1 \in M^c$ и $\tau_0, \tau_1 \in T^c$ если выполнены условия (1), (2) и условия (18), (19) [3] подчинения параметров, то

$$f(x; m(x; \underline{m}_0, \underline{m}_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C) \geq f(x; m(x; \overline{m}_0, \overline{m}_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C) \quad (9)$$

для всех $x \in X$.

Утверждение 4. В условиях (2)–(7) [3] для любой постоянной $s \equiv C \in S^c$ в случае применения (8), (9) [3] для любых $\underline{m}_0, \underline{m}_1 \in M^c$ и $\tau_0, \tau_1, \tau_1 \in T^c$ если выполнены условия (5), (6) и условия (24), (25) [3] подчинения параметров, то

$$f(x; m(x; \underline{m}_0, \underline{m}_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C) \leq f(x; m(x; \overline{m}_0, \overline{m}_1), \tau(x; \tau_0, \tau_1), C) \quad (10)$$

для всех $x \in X$.

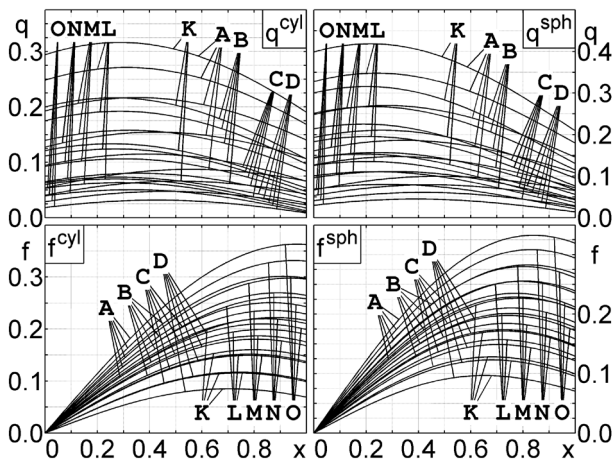


Рис. 11. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,25$ и $\tau' = -0,15$
 [Fig. 11. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,25$ and $\tau' = -0,15$]

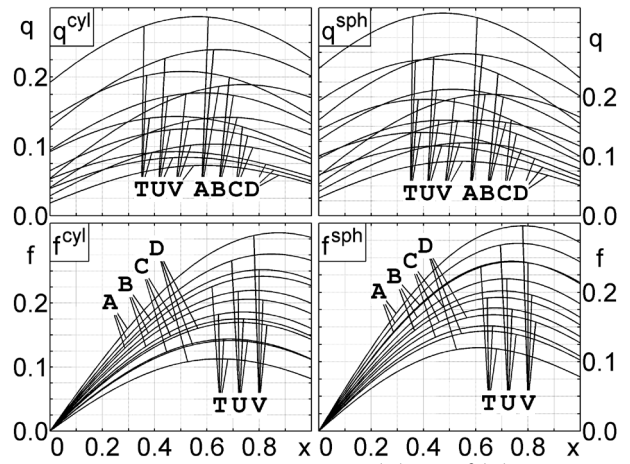


Рис. 12. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,25$ и $\tau' = -0,45$
 [Fig. 12. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,25$ and $\tau' = -0,45$]

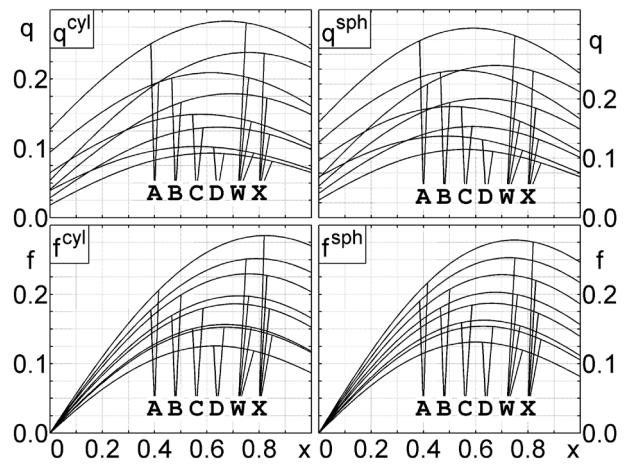


Рис. 13. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,25$ и $\tau' = -0,6$
 [Fig. 13. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,25$ and $\tau' = -0,6$]

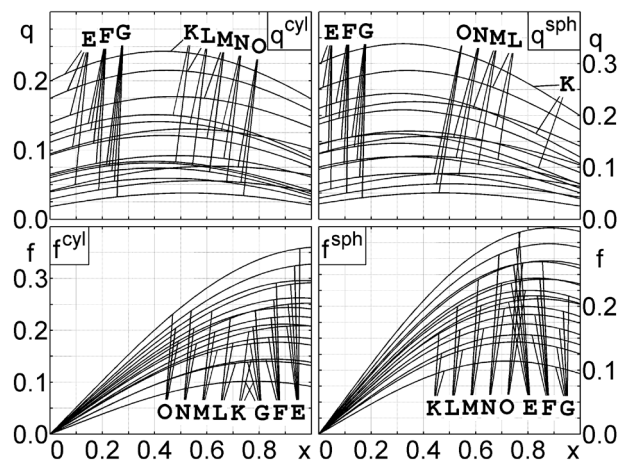


Рис. 14. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,5$ и $\tau' = -0,15$
 [Fig. 14. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,5$ and $\tau' = -0,15$]

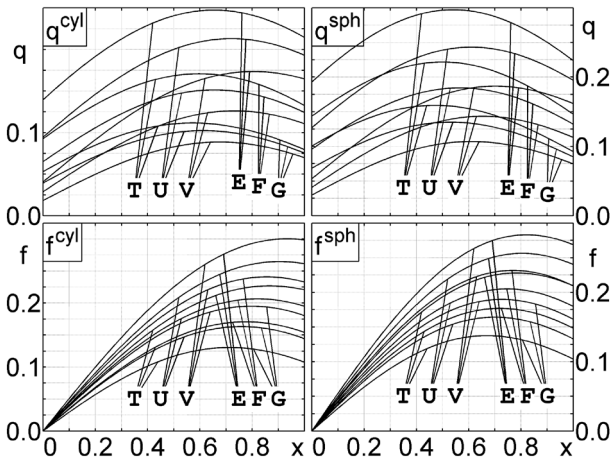


Рис. 15. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,5$ и $\tau' = -0,45$
 [Fig. 15. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,5$ and $\tau' = -0,45$]

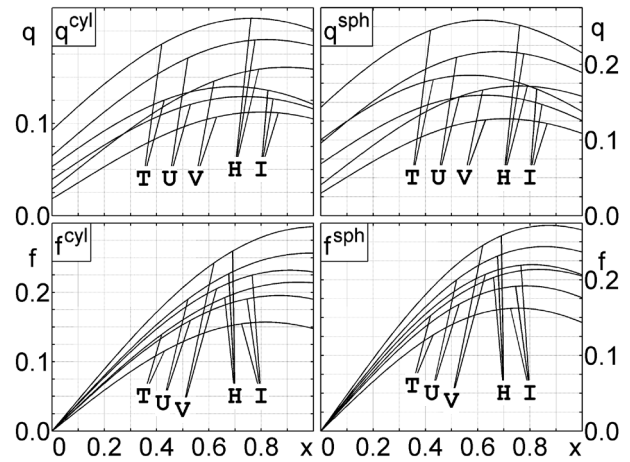


Рис. 18. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,75$ и $\tau' = -0,45$
 [Fig. 18. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,75$ and $\tau' = -0,45$]

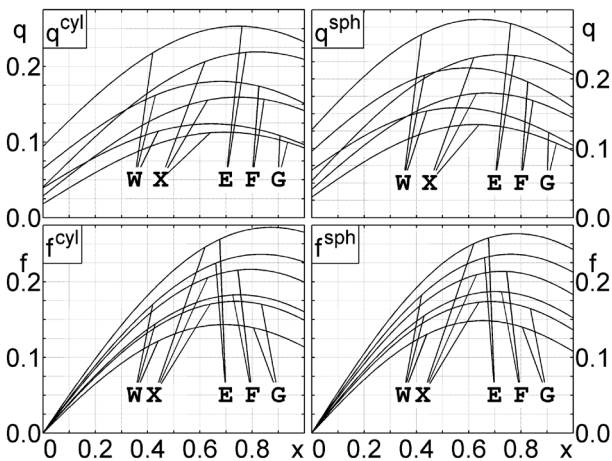


Рис. 16. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,5$ и $\tau' = -0,6$
 [Fig. 16. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,5$ and $\tau' = -0,6$]

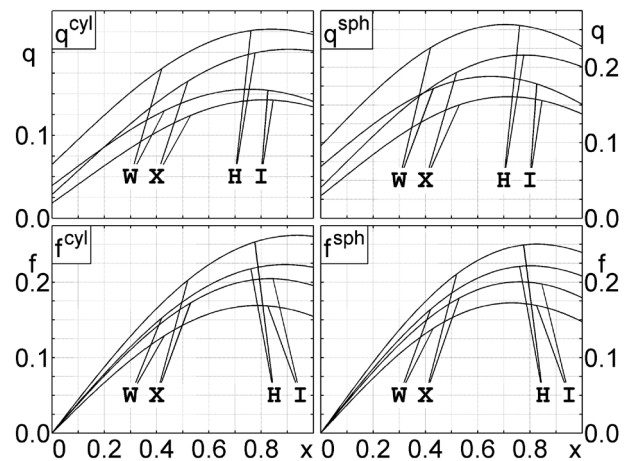


Рис. 19. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,75$ и $\tau' = -0,6$
 [Fig. 19. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,75$ and $\tau' = -0,6$]

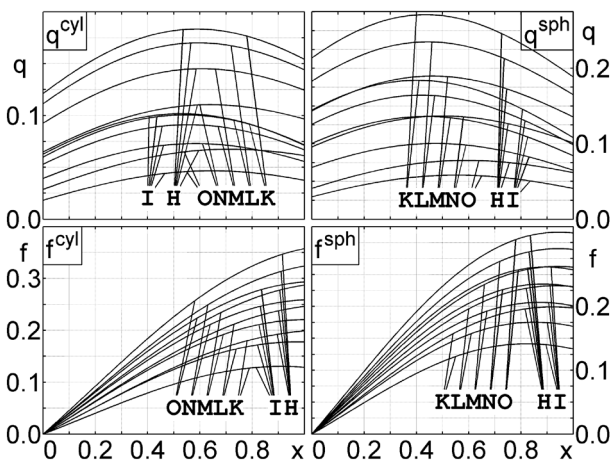


Рис. 17. Зависимости $q(x)$ и $f(x)$ при $m' = -0,75$ и $\tau' = -0,15$
 [Fig. 17. Dependences $q(x)$ and $f(x)$ for $m' = -0,75$ and $\tau' = -0,15$]

4. ВЫВОДЫ

1. Сравнивая Утверждения 1–4 с Утверждениями 1–4 из [3–5], можно заметить, что условия (1), (5) убывания и условия (16), (22) [3] возрастания вдувов, а также условия (2), (6) убывания и условия (17), (23) [3] возрастания температурных факторов можно исключить. Таким образом, Утверждения 1–4 верны для **линейных** вдувов и **линейных** температурных факторов.

2. Справедливо следующее

Утверждение 5. В условиях (2)–(7) [3] для $k \in \{0; 1\}$ и любой постоянной $s \equiv C \in S^c$ в случае применения (8), (9) [3] для любых $\underline{m}_0, \underline{m}_0$,

$\underline{m}_1, \overline{m}_1 \in M^c$ и $\underline{\tau}_0, \overline{\tau}_0, \underline{\tau}_1, \overline{\tau}_1 \in T^c$ если выполнены условия (18), (19), (24), (25) [3] подчинения параметров, то

$$\theta_k(x; m(x; \underline{m}_0, \underline{m}_1), \tau(x; \overline{\tau}_0, \overline{\tau}_1), C) \leq \theta_k(x; m(x; \overline{m}_0, \overline{m}_1), \tau(x; \underline{\tau}_0, \underline{\tau}_1), C), \quad (11)$$

$$\omega_k(x; m(x; \underline{m}_0, \underline{m}_1), \tau(x; \overline{\tau}_0, \overline{\tau}_1), C) \leq \omega_k(x; m(x; \overline{m}_0, \overline{m}_1), \tau(x; \underline{\tau}_0, \underline{\tau}_1), C) \quad (12)$$

для всех $x \in X$.

3. Справедливо следующее

Утверждение 6. В условиях (2)–(7) [3] для любой постоянной $s \equiv C \in S^c$ в случае применения (8), (9) [3] для любых $\underline{m}_0, \overline{m}_0, \underline{m}_1, \overline{m}_1 \in M^c$ и $\underline{\tau}_0, \overline{\tau}_0, \underline{\tau}_1, \overline{\tau}_1 \in T^c$ если выполнены условия (18), (19), (24), (25) [3] подчинения параметров, то

$$f(x; m(x; \underline{m}_0, \underline{m}_1), \tau(x; \overline{\tau}_0, \overline{\tau}_1), C) \leq f(x; m(x; \overline{m}_0, \overline{m}_1), \tau(x; \underline{\tau}_0, \underline{\tau}_1), C) \quad (13)$$

для всех $x \in X$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучено влияние на параметры математической модели ламинарного пограничного слоя $\theta_0(x), \theta_1(x), \omega_0(x), \omega_1(x)$ и на локальные характеристики теплообмена и трения $q(x), f(x)$ одного из сочетаний наиболее простых представителей класса монотонных функций — **линейно убывающего** вдува и **линейно убывающего** температурного фактора.

Полученные результаты вычислительных экспериментов могут быть использованы в качестве моделей наблюдаемых данных в задачах синтеза эффективного управления как на всём участке [10] из [3], так и на его фрагментах [11] из [3].

Анализ влияния сочетания линейно убывающего вдува и линейно убывающего температурного фактора на область значений функционалов гиперзвуковой аэродинамики является предметом отдельного исследования.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бильченко, Г. Г. О влиянии линейно убывающего вдува и линейно убывающего температурного фактора на локальные характеристики теплообмена и трения на проницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // «Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения-2019». Материалы научной конференции, 8–12 апреля 2019 г. – СПб. : Изд. РГПУ им. А. И. Герцена, 2019. – С. 33–38.

2. Бильченко, Г. Г. О влиянии линейно убывающего вдува и линейно убывающего температурного фактора на параметры математической модели на проницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: Сборник трудов XII Международной научной конференции «ПМТУКТ-2019», Воронеж, 25–28 сентября 2019 г. – Воронеж : ВГУИТ, 2019. – С. 87–90.

3. Бильченко, Г. Г. Анализ влияния линейно возрастающего вдува и линейно возрастающего температурного фактора на параметры математической модели и локальные характеристики теплообмена и трения на проницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2019. – № 3. – С. 53–62.

4. Бильченко, Г. Г. Анализ влияния линейно возрастающего вдува и линейно убывающего температурного фактора на параметры математической модели и локальные характеристики теплообмена и трения на проницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2019. – № 4. – С. 5–12.

5. Бильченко, Г. Г. Анализ влияния линейно убывающего вдува и линейно возрастающего температурного фактора на параметры математической модели и локальные характеристики теплообмена и трения на про-

ницаемых поверхностях ГЛА / Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2019. – № 4. – С. 13–20.

Бильченко Григорий Григорьевич — канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник лаборатории моделирования физико-технических процессов (при кафедре теплотехники и энергетического машиностроения) Казанского национального исследовательского технического университета (КНИТУ-КАИ) им. А. Н. Туполева.

E-mail: ggbil2@gmail.com

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5020-7403>

Бильченко Наталья Григорьевна — канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник лаборатории моделирования физико-технических процессов (при кафедре теплотехники и энергетического машиностроения) Казанского национального исследовательского технического университета (КНИТУ-КАИ) им. А. Н. Туполева.

E-mail: bilchnat@gmail.com

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4101-6151>

DOI: <https://doi.org/10.17308/sait.2020.1/2573>

ISSN 1995-5499

Received 23.09.2019

Accepted 15.03.2020

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF LINEARLY DECREASING BLOWING AND LINEARLY DECREASING TEMPERATURE FACTOR ON THE PARAMETERS OF THE MATHEMATICAL MODEL AND LOCAL CHARACTERISTICS OF HEAT AND MASS TRANSFER AND FRICTION ON THE PERMEABLE SURFACES OF HYPERSONIC AIRCRAFT

© 2020 G. G. Bilchenko, N. G. Bilchenko✉

*Kazan National Research Technical University (KNRTU-KAI) named after A. N. Tupolev
10, K. Marks Str., 420111 Kazan, Russian Federation*

Abstract. The article studies the properties of a mathematical model designed to control heat and mass transfer and friction in the laminar boundary layer on permeable cylindrical and spherical surfaces of hypersonic aircraft. The mathematical model is based on the systems of ordinary differential equations obtained by A. A. Dorodnitsyn's generalized method of integral relations which was used to approximate the systems of partial differential equations describing laminar boundary layers on the permeable cylindrical and spherical surfaces of hypersonic aircraft. The parameters of the mathematical model at the stagnation point were determined using the systems of nonlinear algebraic equations. Blowing on the boundary layer, the temperature factor, and the magnetic field were used as control mechanisms. The article considers the combination of linearly decreasing blowing, linearly decreasing temperature factor, and a constant magnetic field being applied to the entire control segment.

The study of this combination of controls included the following stages: formulating a direct problem; studying the influence of heat and mass transfer and friction on the parameters of the

✉ Bilchenko Natalya Grigorievna
e-mail: bilchnat@gmail.com

mathematical model; making corresponding conclusions regarding the existing dependencies. The dependencies for the linearly decreasing blowing and linearly decreasing temperature factor were compared with the dependencies obtained previously for the other three combinations of controls. The dependencies of the parameters of the mathematical model, as well as local heat and mass transfer and friction characteristics on controls were obtained. The results of the computational experiments are presented. The article also provides recommendations on the application of the results of the computational experiments as initial data in relation to the problem of effective control synthesis, both for the entire segment of control and for its fragments.

Keywords: control, heat and mass transfer, laminar boundary layer, hypersonic flows, permeable surfaces, linearly decreasing blowing, linearly decreasing temperature factor, mathematical model parameters, local heat and mass transfer and friction characteristics.

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

REFERENCES

1. *Bilchenko G. G., Bilchenko N. G.* On the Influence of Linear Decreasing Blowing Law and Linear Decreasing Temperature Factor on Local Heat and Mass Transfer and Friction Characteristics on Permeable Surfaces of Hypersonic Aircraft. "Some topical problems of modern mathematics and mathematical education. Hertenzen Readings - 2019". Materials of the scientific conference, April 8–12 2019. Saint Petersburg: Russian State Pedagogical University named after A. I. Hertenzen Publishers, 2019. P. 33–38.
2. *Bilchenko G. G., Bilchenko N. G.* On the Influence of Linear Decreasing Blowing and Linear Decreasing Temperature Factor on the Parameters of the Mathematical Model on the Permeable Surfaces of the Hypersonic Aircraft. Modern methods of applied mathematics, control theory and computer technologies: Proceedings of XII International Scientific Conference, Voronezh, September 25–28 2019. Voronezh: Voronezh State University of Information Technology Publishers, 2019. P. 87–90.
3. *Bilchenko G. G., Bilchenko N. G.* Analysis of the influence of linear increasing blowing and linear increasing temperature factor on the parameters of the mathematical model and local characteristics of heat and mass transfer and friction on the permeable surfaces of the hypersonic aircraft. Proc. Voronezh State Univ. Ser. System Analysis and Inform. Technologies. 2019. № 3. P. 53–62.
4. *Bilchenko G. G., Bilchenko N. G.* Analysis of the influence of linear increasing blowing and linear decreasing temperature factor on the parameters of the mathematical model and local characteristics of heat and mass transfer and friction on the permeable surfaces of the hypersonic aircraft. Proc. Voronezh State Univ. Ser. System Analysis and Inform. Technologies. 2019. № 4. P. 5–12.
5. *Bilchenko G. G., Bilchenko N. G.* Analysis of the influence of linear decreasing blowing and linear increasing temperature factor on the parameters of the mathematical model and local characteristics of heat and mass transfer and friction on the permeable surfaces of the hypersonic aircraft. Proc. Voronezh State Univ. Ser. System Analysis and Inform. Technologies. 2019. № 4. P. 13–20.

Bilchenko Grigorij G. — PhD in Physics and Mathematics, Researcher, Laboratory of Modelling of Physical and Technical Processes, Department for Heat and Power Engineering, Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev — KAI. E-mail: ggbil2@gmail.com
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5020-7403>

Bilchenko Natalya G. — PhD in Physics and Mathematics, Researcher, Laboratory of Modelling of Physical and Technical Processes, Department for Heat and Power Engineering, Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev — KAI. E-mail: bilchnat@gmail.com
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4101-6151>