УДК 004.942 ISSN 1995-5499
DOI: https://doi.org/10.17308/sait.2021.3/3736
Поступила в редакцию 10.09.2021
Подписана в печать 20.11.2021

ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА НЕЧЕТКИХ ИНТЕРВАЛЬНОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ ДЛЯ ОЦЕНКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ И КРИТЕРИЕВ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

© 2021 Т. В. Азарнова✉, Д. Г. Рябцев

Воронежский государственный университет
Университетская пл., 1, 394018 Воронеж, Российская Федерация

Аннотация. Управление реальными инвестициями является важнейшим направлением деятельности современных предприятий. Реальные инвестиции, особенно связанные с созданием нового капитала (новых компаний, новых производств), сопряжены с различными видами неопределенности. При выборе объекта инвестирования необходимо учитывать факторы неопределенности, характеризующие: состояние конкурентной среды, возможность наступления неблагоприятных событий, стоимость инвестиционных ресурсов, случайные колебания спроса и рыночных цен, различные политические и экономические риски. Наличие факторов неопределенности приводит к тому, что параметры финансовых потоков инвестиционных проектов нельзя рассматривать как детерминированные, необходимы инструменты моделирования, которые позволяли бы учитывать неточность, расплывчатость, стохастический характер реализации проектов и получать оценки эффективности проектов, учитывающие основные, поддающиеся моделированию и/или экспертной оценке факторы риска и неопределенности. В данной статье для моделирования неопределенных параметров инвестиционного проекта и вычисления чистого дисконтированного денежного дохода предлагается использовать аппарат нечетких интервальнозначных чисел. Нечеткие интервальнозначные числа, которые достаточно часто интерпретируют как нечеткие числа второго типа (порядка) или сверхнечеткие числа, позволяют моделировать не только неопределенность значения на базовой оси (носитель) некоторого параметра, но и неопределенность, связанную со значением функции принадлежности. В работе предложен алгоритм построения нечетких треугольных интервальнозначных чисел на основе обработки экспертной информации и алгоритм формирования оценки чистого дисконтированного дохода проекта на основе операций с нечеткими интервальнозначными числами.

Ключевые слова: оценка эффективности инвестиционных проектов, нечеткие множества, интервальнозначные нечеткие числа.

ВВЕДЕНИЕ

Повышение эффективности принимаемых инвестиционных решений является важнейшей проблемой устойчивого и конкурентоспособного развития российских предприятий. В качестве основных критериев оценки эффективности инвестиционных решений рассматриваются: чистый дисконтированный денежный доход ЧДД (net present value — NPV); индекс рентабельности инвестиций ИДД (profitability index — PI); внутренняя норма рентабельности инвестиций ВНД (internal rate of return — IRR). Расчет данных показателей как детерминированных величин по со-

✉ Азарнова Татьяна Васильевна
e-mail: ivdas92@mail

ответствующим формулам дает адекватную оценку эффективности инвестиционного проекта только в том случае, если экспертам удается сформировать достаточно точные оценки ожидаемых значений денежных потоков проекта для каждого временного периода его реализации. Среда реализации инвестиционного проекта, как правило, является недетерминированной, несбалансированной, на проект оказывают влияние различные случайные факторы. Влиянием многих из этих факторов нельзя пренебрегать. Нужны специальные инструменты моделирования, которые позволили бы учесть неопределенность информации и влияние различных случайных факторов. В данном случае хорошо работает аппарат теории вероятностей и математической статистики, но применение данного аппарата требует наличия ретроспективных статистических данных, которые достаточно сложно получить при реализации новых проектов. Альтернативой аппарату теории вероятностей и математической статистики является аппарат нечетких и лингвистических оценок, базирующийся на обработке экспертной информации.

Денежные потоки инвестиционного проекта на каждом интервале времени можно рассматривать как нечеткие числа [4, 6]. Применение обычных нечетких чисел позволяет отразить неопределенность величины потока путем указания меры принадлежности — полученной от экспертов или формализованным путем оценки степени выраженности того, что значение потока будет именно таким.

Применение нечетких множеств в задачах оценки инвестиционных проектов отражено в работах [1–3, 5]. В исследовании Гавриленко М. А. [1] приводится обоснование эффективности использования для оценки риска инвестиционных проектов инструментов теории обобщенных нечетких чисел. В работе Раскатовой М. А. [2] анализируются возможности использования методов математической статистики и теории нечетких множеств для оценки рисков инвестиционных проектов. Приведены рекомендации по применению каждой из данных методологий. Работа Забоева А. И. [3] посвящена построению экспертной системы, предназначенной для определения эффективности инвестиционного проекта в условиях частичного отсутствия информации о параметрах проекта. При реализации экспертной системы используются инструменты «мягких вычислений», в частности, механизм нечеткого вывода, параметры которого настраиваются с помощью искусственной нейронной сети. В статье Зенчук А. И. [5] предложена модель решения задачи финансового бюджетирования в условиях неопределенности, основанная на нечеткой параметризации исходных данных. Задача разбивается на серию интервальных задач, соответствующих α-срезам параметров инвестиционного проекта.

В рамках данного исследования для оценки эффективности проектов будет использоваться аппарат нечетких интервальнозначных чисел второго порядка. Нечеткие интервальнозначные числа второго порядка введены в работе Л. А. Заде (L. A. Zadeh) [16]. Исследованию данного инструментария и оценке его применимости для решения практических задач посвящены работы: Дж. М. Менделя (J. M. Mendel), Р. И. Джона (R. I. John) [14] и их последователей [11–13], Е. М. Ремезова, А. С. Шведова [9, 10] и других авторов. Выбор инструментов, основанных на нечетких интервальнозначных числах, обоснован тем, что оценка параметров проекта в виде нечетких чисел, как правило осуществляется экспертным путем, данные инструменты позволяют моделировать ситуацию, когда мера принадлежности нечеткого числа, предложенная экспертом будет носить нечеткий характер, или в экспертизе принимает участие несколько экспертов и их мнения отличаются, но носят согласованный характер. В данном случае мера принадлежности тоже задается нечетко в виде интервала значений.

В первой части работы дана характеристика интервальнозначных нечетких чисел второго типа, описаны операции над данными числами и предложена процедура построения оценок параметров инвестиционных проектов в виде нечетких интервальнозначных чисел второго типа, базирующаяся на результатах группового экспертного оценивания. Вторая часть работы описывает непосредственно процедуру вычисления показателя чистого дисконтированного денежного дохода проекта на основе операций над нечеткими интервальнозначными числами.

1. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОЗНАЧНЫХ НЕЧЕТКИХ ЧИСЕЛ НА ОСНОВЕ ГРУППОВОГО ЭКСПЕРТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Вначале введем все необходимые обозначения и определения. Рассмотрим некоторое множество U, которое будем считать универсальным для данного рассмотрения, так что все исследуемые в данный момент множества являются подмножествами U. Для задания четко определенных (обычных) подмножеств A множества U можно использовать характеристическую функцию:

$$\mu_A : U \to \{0,1\},$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad x \in A \\ 0, & \text{если} \quad x \notin A \end{cases}. \qquad (1)$$

При задании на U нечетких подмножеств первого порядка вместо характеристической функции используют функцию принадлежности:

$$\mu_A : U \to [0,1], \qquad (2)$$

которая каждому $x \in A$ ставит в соответствие меру его принадлежности (скалярная величина) $0 \le \mu_A(x) \le 1$ данному множеству. Интерес представляют $x \in A$, для которых мера принадлежности $\mu_A(x) \ne 0$, множество таких элементов образует носитель нечеткого множества:

$$U_A = [x \in U : \mu_A(x) > 0]. \qquad (3)$$

Самую высокую неопределенность с точки зрения принадлежности имеют элементы множества A, для которых мера принадлежности $\mu_A(x) = 0,5$, такие элементы называются точками перехода нечеткого множества A. Не обязательно среди элементов нечеткого множества должны присутствовать элементы, мера принадлежности которых $\mu_A(x) = 1$, если хотя бы один такой элемент присутствует, то нечеткое множество называется нормальным.

Любое нечеткое множество можно преобразовать в нормальное путем нормализации меры принадлежности:

$$\mu_A(x) := \frac{\mu_A(x)}{\max\limits_{x \in U_A} \mu_A(x)}. \qquad (4)$$

Достаточно часто для задания меры принадлежности используются треугольные и трапециевидные кусочно-линейные функции. В рамках данной работы будут использоваться треугольные функции принадлежности (рис. 1.), заданные в виде:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le a_1 \\ 1 - \dfrac{a - x}{a - a_1}, & \text{если } a \le x \le a_2 \\ 0, & \text{если } x \ge a_2 \end{cases}. \qquad (5)$$

Нормальное нечеткое треугольное число первого типа удобно задавать в виде:

$$\tilde{A} = (a_1, a, a_2), \qquad (6)$$

где a_1, a, a_2 — соответствующие опорные значения функции принадлежности.

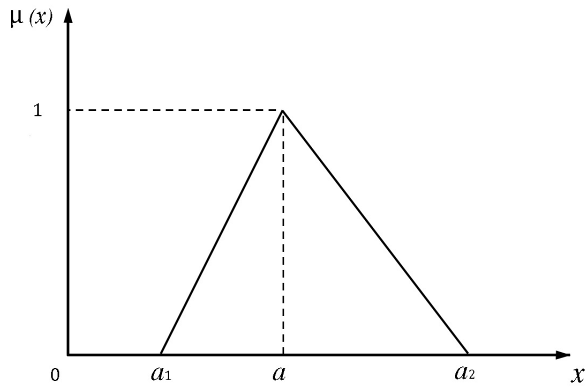

Рис. 1. Треугольная функция принадлежности [Fig. 1. Triangular membership function]

Для множеств $A = \{U_A, \mu_A(x)(x \in U_A)\}$, вводится понятие ближайшего обычного множества A_0, характеристическая функция которого имеет вид:

$$\mu_{A_0}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } \mu_A(x) < 0,5 \\ 1, & \text{если } \mu_A(x) > 0,5 \\ 0 \text{ или } 1, & \text{если } \mu_A(x) = 0,5 \end{cases}. \qquad (7)$$

Под нечетким числом а первого порядка понимается нечеткое множество первого порядка, заданное на универсальном множестве $U = R$. Наряду с нечеткими числами первого порядка рассматриваются нечеткие числа второго порядка, которые были предложены в качестве расширения классических нечетких множеств [16]. Нечеткие интервальнозначные числа второго порядка позволяют моделировать неопределенность значений меры принадлежности путем задания значений функции принадлежности в виде интервалов из отрезка [0,1] или с помощью двух функций принадлежности. Верхние границы интервалов значений функции принадлежности образуют верхнюю функцию принадлежности, нижние границы интервалов значений функции принадлежности образуют нижнюю функцию принадлежности. Нечеткие числа второго порядка представляют собой пару нечетких множеств первого порядка, соответственно с нижней и верхней мерой принадлежности [9]. В данной работе будут использоваться треугольные интервальнозначные нечеткие числа второго порядка, которые удобно представлять следующим образом:

$$\tilde{\tilde{A}} = [\widetilde{A^U}, \widetilde{A^L}] = (a_l^U, a_m^U, a_r^U, H(\widetilde{A^U})), \\ ,(a_l^L, a_m^L, a_r^L, H(\widetilde{A^L})), \tag{8}$$

где $\widetilde{A^U}$ и $\widetilde{A^L}$ — нечеткие множества первого порядка a_l^U, a_m^U, a_r^U и a_l^U, a_m^U, a_r^U — опорные значения интервального нечеткого множества, а $H(\tilde{A}^U)$ и $H(\tilde{A}^L)$ — модальные значения верхней и нижней мер принадлежности (рис. 2).

На практике чаще используют нормализованные верхние и нижние меры принадлежности. Такие интервальнозначные нечеткие числа второго порядка обозначаются следующим образом [11]:

$$\tilde{\tilde{A}} = \left(a_l^U, a_m, a_r^U\right), \left(a_l^L, a_m, a_r^L\right). \tag{9}$$

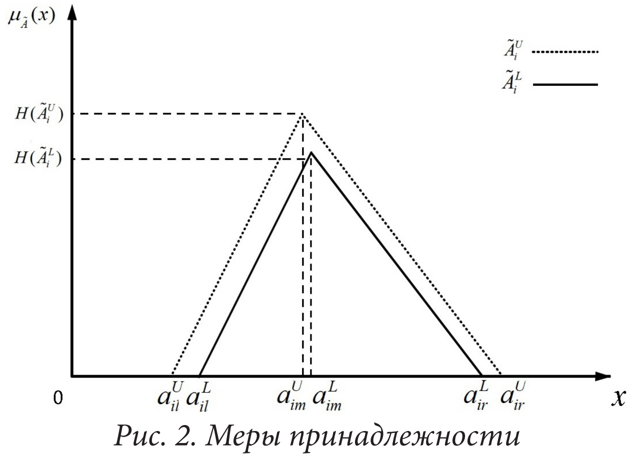

Рис. 2. Меры принадлежности для нечетких чисел второго типа
[Fig. 2. Membership measures for fuzzy numbers of the second type]

Рассмотрим основные алгебраические операции над интервальнозначными нечеткими числами.

Пусть $\tilde{\tilde{A}}_1 = \left(a_{1l}^U, a_{1m}, a_{1r}^U\right), \left(a_{1l}^L, a_{1m}, a_{1r}^L\right)$ и $\tilde{\tilde{A}}_2 = (a_{2l}{}^U, a_{2m}, a_{2r}{}^U), (a_{2l}{}^L, a_{2m}, a_{2r}{}^L)$ — два нечетких интервальнозначных числа, тогда арифметические операции над данными числами выполняются следующим образом [13]:

Сложение:

$$\tilde{\tilde{A}}_1 \oplus \tilde{\tilde{A}}_2 = \left(\left(a_{1l}^U + a_{2l}^U; a_{1m} + a_{2m}; a_{1r}^U + a_{2r}^U\right),\right. \\ \left.(a_{1l}{}^L + a_{2l}{}^L; a_{1m} + a_{2m}; a_{1r}{}^L + a_{2r}{}^L)\right); \tag{10}$$

Разность:

$$\tilde{\tilde{A}}_1 - \tilde{\tilde{A}}_2 = \left(\left(a_{1l}^U - a_{2l}^U; a_{1m} - a_{2m}; a_{1r}^U - a_{2r}^U\right),\right. \\ \left.\left(a_{1l}^L - a_{2l}^L; a_{1m} - a_{2m}; a_{1r}^L - a_{2r}^L\right)\right); \tag{11}$$

Произведение:

$$\tilde{\tilde{A}}_1 \otimes \tilde{\tilde{A}}_2 = \left(\left(a_{1l}^U \times a_{2l}^U; a_{1m} \times a_{2m}; a_{1r}^U \times a_{2r}^U\right),\right. \\ \left.\left(a_{1l}^L \times a_{2l}^L; a_{1m} \times a_{2m}; a_{1r}^L \times a_{2r}^L\right)\right); \tag{12}$$

Умножение на четкое число k:

$$k\tilde{\tilde{A}}_1 = \left(k \times a_{1l}^U, k \times a_{1m}, k \times a_{1r}^U\right), \\ \left(k \times a_{1l}^L, k \times a_{1m}, k \times a_{1r}^L\right). \tag{13}$$

Выполнение коммутативного, дистрибутивного, ассоциативного законов для данных операций исследуется в работе [13].

Также, введем среднее значение интервальнозначного числа второго порядка [12].

Рассмотрим число:

$$\tilde{\tilde{A}} = (a_l^U, a_m, a_r^U), (a_l^L, a_m, a_r^L).$$

Для данного числа верхняя и нижняя функция принадлежности имеет соответственно вид:

$$\mu_A{}^U(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le a_l^U \\ 1 - \dfrac{a_m - x}{a_m - a_l^U}, & \text{если } a_l^U \le x \le a_m, \\ 0, & \text{если } x \ge a_r^U \end{cases} \tag{14}$$

$$\mu_A{}^L(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le a_l^L \\ 1 - \dfrac{a_m - x}{a_m - a_l^L}, & \text{если } a_l^L \le x \le a_m \\ 0, & \text{если } x \ge a_r^L \end{cases}. \quad (15)$$

Для определения среднего значения используется понятие γ-уровневого множества ($\gamma \in [0,1]$) [12], которое состоит из пары подмножеств числовой прямой R:

$$\tilde{\tilde{A}}^{\gamma} = \left(\left[\widetilde{A^L}\right]^{\gamma}, \left[\widetilde{A^U}\right]^{\gamma}\right), \quad (16)$$

где

$$\left[\widetilde{A^L}\right]^{\gamma} = \left\{x \in R : \mu_A{}^L(x) \ge \gamma\right\} = \left[a_1^L(\gamma), a_2^L(\gamma)\right] =$$
$$= \left[\gamma a_m + (1-\gamma) a_l^L, \gamma a_m + (1-\gamma) a_r^L\right],$$
$$\left[\widetilde{A^U}\right]^{\gamma} = \left\{x \in R : \mu_A{}^U(x) \ge \gamma\right\} = \left[a_1^U(\gamma), a_2^U(\gamma)\right] =$$
$$= \left[\gamma a_m + (1-\gamma) a_l^U, \gamma a_m + (1-\gamma) a_r^U\right].$$

С помощью γ-уровневых множеств введем среднее значение через интеграл:

$$E\left(\tilde{\tilde{A}}\right) = \int_0^1 \frac{\gamma(a_1^U(\gamma) + a_2^U(\gamma))}{2} +$$
$$+ \int_0^1 \frac{\gamma(a_1^L(\gamma) + a_2^L(\gamma))}{2} =$$
$$= \int_0^1 \frac{\gamma\left(a_1^U(\gamma) + a_2^U(\gamma) + a_1^L(\gamma) + a_2^L(\gamma)\right)}{2} d\gamma =$$
$$= \frac{2}{3} a_m + \frac{1}{12}\left(a_l^L + a_r^L + a_l^U + a_r^U\right).$$

Перейдем непосредственно к формированию оценок параметров инвестиционного проекта в виде нечетких интервальнозначных чисел второго порядка. Предположим, что есть некоторая экспертная группа (k экспертов) и каждый эксперт, формализуя субъективную неопределенность относительно определенного параметра рассматриваемого инвестиционного проекта, представляет его в виде нечеткого числа первого порядка. В результате обработки экспертной информации будет сформировано N нечетких чисел с треугольными функциями принадлежности:

$$\mu_i(x) = (a_{Li}, a_{0i}, a_{Ri}), i = \overline{1,k}, \quad (17)$$

где, соответственно a_{Li}, a_{Ri} — левая и правая границы носителя нечеткого треугольного числа, а a_{0i} — центральное значение. Треугольные функции принадлежности, полученные разными экспертами, могут отклоняться в большей или меньшей степени. Если различия мнений экспертов будут достаточно небольшими (мнения согласованы), то имеет смыла обобщить мнения экспертов в виде нечеткого интервальнозначного числа второго порядка. Если расхождение мнений экспертов существенно, то не имеет смысл обобщать разрозненные мнения экспертов.

В рамках исследования для оценки согласованности мнений экспертов предложено использовать прием, базирующийся на понятии четкого множества, ближайшего к нечеткому числу первого порядка [7]. Для каждого нечеткого числа с треугольной функцией принадлежности ближайшее четкое множество будет представлять собой отрезок или интервал числовой оси. Обозначим через A_{0k} четкое множество, ближайшее к нечеткому числу k-го эксперта. В качестве показателя согласованности мнений k-го и i-го экспертов относительно рассматриваемого показателя инвестиционного проекта предлагается использовано отношение суммы длин всех отрезков пересечения четких множеств, ближайших к соответствующим нечетким числам, к сумме длин всех отрезков объединения (сумму длин всех отрезков, составляющих множество M на числовой прямой, будем обозначать $|M|$):

$$k_{ij} = \frac{\left|A_{0k} \cap A_{0l}\right|}{\left|A_{0k} \cup A_{0l}\right|}, k = \overline{1,N}, l = \overline{1,N}, k \ne l. \quad (18)$$

В качестве показателя общей согласованности всех экспертов можно рассматривать отношение:

$$k = \frac{\left|A_{01} \cap A_{02} \cap \ldots \cap A_{0N}\right|}{\left|A_{01} \cup A_{02} \cup \ldots \cup A_{0N}\right|}. \quad (19)$$

Если значение показателя общей согласованности близко к нулю, то это может свидетельствовать о несогласованности некоторых экспертов, или о некомпетентности одного или нескольких экспертов, или о нечеткой формулировке процедуры оценивания. В случае неудовлетворительного показателя общей согласованности необходимо найти подгруппу или подгруппы экспертов, оценки которых хорошо взаимно согласованы. Предлагается использовать следующую процедуру: для каждой пары экспертов вычисляется показатель парной согласованности. Отбираются подгруппы экспертов, которые в парах хорошо взаимно согласованы (например, показатель парной согласованности больше 0,7). Если получается несколько хорошо взаимно согласованных подгрупп, то отбираются подгруппы, в которые входит больше экспертов и для которых выше показатель общей согласованности. Предполагается, что подгруппа должно содержать как минимум двух экспертов и показатель общей согласованности должен быть больше 0,7. Если не будет найдена хорошо согласованная подгруппа экспертов, то дальнейший анализ не имеет смысла. В случае успешного завершения процедуры оценки согласованности для результирующей подгруппы экспертов строится обобщенная оценка параметра инвестиционного проекта. Для этого используется следующая процедура.

Каждому эксперту назначается или вычисляется вес важности учета его мнения (например, вес компетентности) ω_i, $i=\overline{1,k}$. С учетом данных весов и нечетких чисел с функциями принадлежности:

$$\mu_i(x)=(a_{Li},a_{0i},a_{Ri}),\ i=\overline{1,N}, \tag{20}$$

определяются обобщенные (усредненные) значения нечеткого числа для всей экспертной группы.

Основные характеристики обобщенного нечеткого числа (a_L,a_0,a_R) находятся как решение задачи безусловной оптимизации:

$$F=\sum_{i=1}^{N}w_i\left[\left(a_L^i-a_L\right)^2+\left(a_0^i-a_0\right)^2+\left(a_R^i-a_R\right)^2\right]\to$$
$$\to\min,$$

решение данной задачи основано на необходимых и достаточных условиях для квадратичных задач выпуклого программирования:

$$\frac{\partial F}{\partial a_L}=2\left[\sum_{i=1}^{N}\omega_i\left(a_L^i-a_l\right)\right]=0, \tag{21}$$

$$\frac{\partial F}{\partial a_0}=2\left[\sum_{i=1}^{N}\omega_i\left(a_0^i-a_0\right)\right]=0, \tag{22}$$

$$\frac{\partial F}{\partial a_R}=2\left[\sum_{i=1}^{N}\omega_i\left(a_R^i-a_R\right)\right]=0. \tag{23}$$

В результате решения приведенной выше системы уравнений, получаем:

$$a_L=\sum_{i=1}^{N}\omega_i a_L^i, \tag{24}$$

$$a_0=\sum_{i=1}^{N}\omega_i a_0^i, \tag{25}$$

$$a_R=\sum_{i=1}^{N}\omega_i a_R^i. \tag{26}$$

Данные значения соответствуют усредненному групповому нечеткому треугольному числу первого типа, оценивающему некоторый параметр инвестиционного проекта. Стоит отметить, что полученные значения должны удовлетворять следующему условию:

$$a_L<a_0<a_R. \tag{27}$$

Для того, чтобы учесть разброс экспертных мнений и нечеткость самой степени уверенности экспертов в оценке того или иного показателя, предлагается использовать интервальнозначные нечеткие числа второго типа. Использование таких чисел позволяет с одной стороны учесть обобщенное групповое мнение, а с другой стороны учесть разброс мнений экспертов, который можно интерпретировать как степень доверия обобщенному экспертному мнению [8].

Для построения интервальнозначных нечетких чисел второго типа, предлагается использовать метод доверительных интервалов [8].

Рассмотрим характеристики треугольных функций принадлежности k экспертных a_L^i,a_R^i, $i=\overline{1,N}$ нечетких чисел. Для каждой из характеристик можно рассмотреть выборку, состоящую из N элементов:

$$\begin{gathered}a_L^1,a_L^2,\ldots,a_L^N\ ,\\ a_R^1,a_R^2,\ldots,a_R^N\ .\end{gathered} \tag{28}$$

Усредненные значения соответствующих характеристик имеют вид:

$$a_L=\sum_{i=1}^{N}\omega_i a_L^i, \tag{29}$$

$$a_R=\sum_{i=1}^{N}\omega_i a_R^i. \tag{30}$$

По каждой выборке значений вычисляется среднеквадратическое отклонение S_L и S_R:

$$S_L = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(a_L^i - a_l\right)^2}, \qquad (31)$$

$$S_R = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(a_R^i - a_R\right)^2}. \qquad (32)$$

Используя распределение Стьюдента, строятся доверительные интервалы для характеристик $\hat{\alpha}_L$, $\hat{\alpha}_R$ обобщенного нечеткого числа:

$$\sum_{i=1}^{N}\omega_i a_L^i - \frac{S_L \Delta_{N-1,\alpha}}{\sqrt{N}} \le \hat{\alpha}_L \le \le \sum_{i=1}^{N}\omega_i a_L^i + \frac{S_L \Delta_{N-1,\alpha}}{\sqrt{N}}, \qquad (33)$$

$$\sum_{i=1}^{N}\omega_i a_R^i - \frac{S_R \Delta_{N-1,\alpha}}{\sqrt{N}} \le \hat{\alpha}_R \le \le \sum_{i=1}^{N}\omega_i a_R^i + \frac{S_R \Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{N}}, \qquad (34)$$

где величина $\Delta_{k-1,\alpha}$ находится при уровне значимости α из таблицы распределения Стьюдента.

В результате описанных выше процедур обобщенная экспертная оценка параметра инвестиционного проекта представляется в виде интервальнозначного нечеткого числа второго типа со следующей верхней $\overline{A}$ и нижней $\underline{A}$ функциями принадлежности:

$$\underline{A} = \left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^i + \frac{S_L \Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}, \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_0^i, \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^i - \frac{S_L \Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}\right), \qquad (35)$$

$$\overline{A} = \left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^i - \frac{S_L \Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}, \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_0^i, \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^i + \frac{S_L \Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}\right), \qquad (36)$$

предполагая, что $\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^i + \frac{S_L \Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}} < \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_0^i$ и $\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_0^i < \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^i - \frac{S_L \Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}$. В случае, если последнее предположение не выполняется, можно или ослабить уровень значимости, при котором получены границы интервалов, или провести формализованную процедуру сокращения границ интервалов.

2. Оценка NPV на основе интервальнозначных нечетких чисел второго типа

Одним из важнейших показателей эффективности (привлекательности) инвестиционных проектов является чистый дисконтированный денежный доход NPV, который в предположении, что инвестиции осуществляются в начальный период времени, и при использовании классической числовой шкалы вычисляется по следующему формуле [5]:

$$NPV = \sum_{t=1}^{t}\frac{C_t}{\left(1+r\right)^t} - \frac{IC}{\left(1+r\right)}, \qquad (37)$$

где C_t — значение суммарного денежного потока в период времени t; IC — инвестиционные вложения в начальный период времени; r — ставка дисконтирования.

Обычно ставка дисконтирования рассчитывается на основе уровня инфляции в стране реализации инвестиционного проекта или другого показателя прибыльности капитальных вложений в альтернативные проекты.

В рамках данной работы для того, чтобы учесть неопределенность и неточность экспертной информации об основных параметрах реализации инвестиционного проекта в расчетах NPV будут использоваться нечеткие интервальные числа второго типа. NPV рассчитывается по той же формуле, но все параметры являются нечеткими интервальными числами второго типа:

$$\widetilde{\widetilde{NPV}} = \sum_{t=1}^{t}\frac{\tilde{\tilde{C}}_t}{\left(1+r\right)^t} - \frac{IC}{\left(1+r\right)}, \qquad (38)$$

где $\widetilde{\widetilde{NPV}}$ — нечеткий интервальнозначный чистый дисконтированный денежный доход, $\tilde{\tilde{C}}_t$ — нечеткое интервальнозначное значение суммарного денежного потока проекта в период времени t:

$$\tilde{\tilde{N}}_t = \left(\tilde{n}_{lt}^U, \tilde{n}_{mt}, \tilde{n}_{rt}^U\right), \left(\tilde{n}_{lt}^L, \tilde{n}_{mt}, \tilde{n}_{rt}^L\right). \qquad (39)$$

Для вычисления интервальнозначного значения $\widetilde{\widetilde{NPV}}$ используются изложенные в предыдущем параграфе основные операции над интервальными нечеткими числами второго типа.

Открытым остался вопрос сравнения инвестиционных проектов на основе $\widetilde{\widetilde{NPV}}$. Считается, что $\widetilde{\widetilde{NPV}}_g \le \widetilde{\widetilde{NPV}}_p$, если $\widetilde{\widetilde{E(NPV}}_g) \le E(\widetilde{\widetilde{NPV}}_p)$, где $E(\widetilde{\widetilde{NPV}}_p)$ — среднее значение $\widetilde{\widetilde{NPV}}_p$, аналогично, $E(\widetilde{\widetilde{NPV}}_q)$ — среднее значение $\widetilde{\widetilde{NPV}}_q$. Вычисление среднего значения опирается на понятие γ — уровневого множества. Формула для расчета приведена в предыдущем параграфе.

Рассмотрим практическое применение описанной выше оценочной процедуры на примере двух инвестиционных проектов, находящихся в равных условиях. Срок реализации проектов составляет 5 лет, группа экспертов состоит из 4 участников, ставка дисконтирования принимается равной 6 %.

В табл. 1 и 2 представлены экспертные мнения о будущих потоках денежных средств в виде нечетких чисел с треугольными функциями принадлежности по первому и второму проекту соответственно.

Для упрощения демонстрации экспертной процедуры построения обобщенных параметров проекта, представленных в виде интервальнозначных нечетких чисел, рассмотрим подробно только 5-й год реализации первого и второго проектов.

Первоначальные вложения в проекты представлены также в виде интервальнозначного нечеткого числа второго типа (табл. 3).

По приведенным данным, используя специально разработанное программное обеспечение была проведена оценка согласованности мнений экспертов для первого и второго проектов по каждому параметру каждого года реализации проекта. Рассчитанные коэффициенты согласованности для 5-го года реализации проектов представлены в табл. 4 и 5 соответственно.

Далее рассчитывается показатель общей согласованности экспертной группы. Желательно, чтобы данный показатель превышал некоторое пороговое значение, в нашем исследовании в качестве порогового значения примем 0.7.

Результаты рассчитанного показателя общей согласованности экспертов для обоих проектов представлены в табл. 6.

Как видно из табл. 6, для первого проекта показатель общей согласованности оказался ниже заданного порога, поэтому для него

Таблица 1. Экспертные значения основных параметров первого проекта, представленные в виде нечетких чисел с треугольными функциями принадлежности
[Table 1. Expert values of the main parameters of the first project, presented in the form of fuzzy numbers with triangular membership functions]

k	1 год			2 год			3 год			4 год			5 год		
	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r
1	–225	–180	–150	370	495	510	585	670	705	700	862	900	900	1050	1200
2	–220	–200	–130	390	498	500	590	670	700	680	870	890	900	1030	1150
3	–230	–180	–160	420	470	520	600	665	710	720	860	910	940	1030	1200
4	–250	–165	–160	400	485	505	600	650	710	690	850	900	930	1050	1150

Таблица 2. Экспертные значения основных параметров второго проекта, представленные в виде нечетких чисел с треугольными функциями принадлежности
[Table 2. Expert values of the main parameters of the second project, presented in the form of fuzzy numbers with triangular membership function]

k	1 год			2 год			3 год			4 год			5 год		
	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r	c_l	c_m	c_r
1	–225	–180	–150	–100	–85	–75	370	495	510	585	670	705	700	862	900
2	–220	–200	–130	–105	–90	–65	390	498	500	590	670	700	680	870	890
3	–230	–170	–160	–105	–90	–70	420	470	520	600	665	710	720	860	910
4	–250	–165	–160	–100	–85	–70	400	485	505	600	650	710	690	850	900

Таблица 3. Первоначальные вложения в проект в виде интервальнозначных чисел [Table 3. Initial investment in the project in the form of interval-valued numbers]

	i_l	i_m	i_r
Верхняя функция принадлежности	1125	1468	1641
Нижняя функция принадлежности	1307	1468	1589

Таблица 4. Коэффициенты согласованности мнения экспертов для первого проекта [Table 4. consistency coefficients of expert opinions for the first project]

	K1	K2	K3	K4
K1	1	0.719	0.867	0.733
K2	0.719	1	0.700	0.741
K3	0.867	0.700	1	0.846
K4	0.733	0.741	0.846	1

Таблица 5. Коэффициенты согласованности мнения экспертов для второго проекта [Table 5. Consistency coefficients of expert opinions for the second project]

	K1	K2	K3	K4
K1	1	0.934	0.875	0.847
K2	0.934	1	0.818	0.909
K3	0.875	0.818	1	0.739
K4	0.847	0.909	0.739	1

Таблица 6. Коэффициенты общей согласованности экспертной группы [Table 6. Coefficients of the overall consistency of the expert group]

	Показатель общей согласованности экспертной группы за 5-й год
Первый проект	0.625
Второй проект	0.739

осуществляется поиск наиболее согласованной подгруппы экспертов. В результате была сформирована подгруппа, включающая первого, третьего и четвертого экспертов с коэффициентом согласованности равным 0.721.

После процедуры оценки общей согласованности экспертной группы и нахождения согласованных подгрупп по каждому параметру каждого года реализации проекта строится обобщенная оценка, представленная в виде нечеткого интервальнозначного числа второго типа. При нахождении доверительных интервалов на основе критерия Стьюдента, используется уровень значимости α равный 0.05.

В табл. 7 представлены результаты построения обобщенных оценок параметров обоих проектов для 5-го года их реализации.

После построения обобщенных интервальнозначных экспертных оценок всех параметров проекта для каждого промежутка времени, вычисляется интервальнозначное значение NPV. В табл. 8 и 9, представлены оценки NPV первого и второго проектов, выраженные интервальным нечетким числом второго типа.

Таблица 7. Обобщенное интервальнозначное представление потока денежных средств [Table7. Generalized interval-valued representation of the project flow]

I проект			
	c_l	c_m	c_r
$\bar{F}(c_i)$	651.350	779.639	937.809
$\underline{F}(c_i)$	728.586	779.639	830.702
II проект			
	c_l	c_m	c_r
$\bar{F}(c_i)$	500.921	643.016	682.233
$\underline{F}(c_i)$	541.504	643.016	662.831

Таблица 8. Обобщенное интервальнозначное NPV первого проекта [Table 8. Generalized interval-valued NPV of the first project]

	NPV_l	NPV_m	NPV_r
$\overline{F(\widetilde{NPV}_1)}$	95.732	812.578	1497.629
$\underline{F(\widetilde{NPV}_2)}$	422.213	812.578	1079.455

Таблица 9. Обобщенное интервальнозначное NPVвторого проекта [Table9. Generalized interval-valued NPV of the second project]

	NPV_l	NPV_m	NPV_r
$\overline{F(\widetilde{NPV}_1)}$	500.921	643.016	682.233
$\underline{F(\widetilde{NPV}_2)}$	541.504	643.016	662.831

Графики функций принадлежности полученных интервальнозначных NPV первого и второго проекта представленны на рис. 3 и 4 соотвественно.

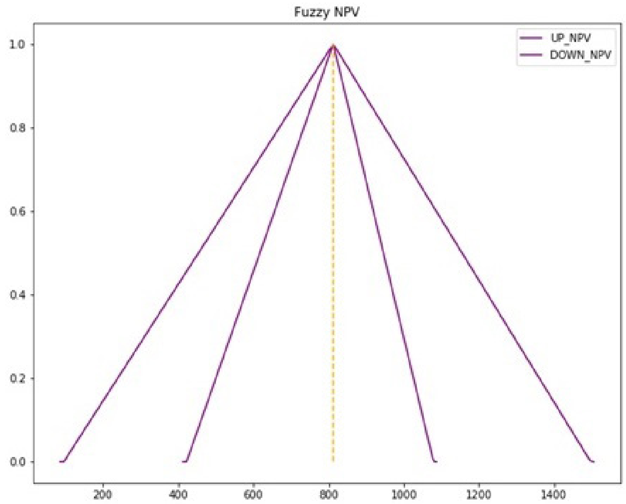

Рис. 3. Графическое представление нечеткого NPV первого проекта
[Fig. 3. Graphical representation of the fuzzy NPV of the first project]

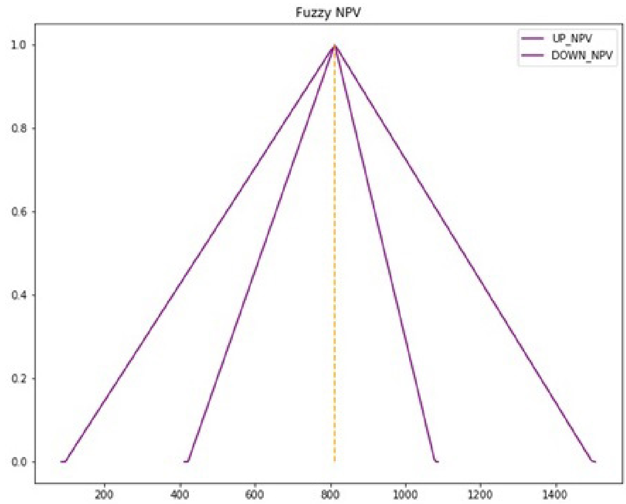

Рис. 4. Графическое представление нечеткого NPV второго проекта
[Fig. 4.Graphical representation of the fuzzy NPV of the second project]

Для сравнения интервальнозначных значений NPV первого и второго проектов вычисляется среднего значения для каждого проекта (табл. 10).

Таблица 10. Средние значения NPV для первого и второго проектов
[Table10. Average NPV values for the first and second projects]

	Среднее значение показателя NPV
Первый проект	984.173
Второй проект	1.758

Таким образом, полученные результаты показывают, что оба проекта эффективны, поскольку средние значения NPV положительны, но среднее значение первого проекта значительно выше среднего значения второго проекта, это говорит о том, что при альтернативном выборе стоит отдать предпочтение первому проекту.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в рамках исследования подход к применению аппарата интервальнозначных нечетких чисел второго типа и разработанное на основе данного подхода алгоритмическое и программное обеспечение могут служить эффективным средством поддержки принятия решений при оценке альтернативных инвестиционных проектов в условиях нечеткости и неточности информации об основных параметрах данных проектов. Предложенные инструментальные средства позволяют: обрабатывать и визуализировать экспертные оценки параметров проекта, визуально и аналитически оценивать различия в мнениях экспертов, формировать обобщенные экспертные оценки, и с помощью специальных операций над нечеткими числами оценивать NPV проектов и сравнивать их по эффективности.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гавриленко, М. А.* Применение теории нечетких множеств в оценке рисков инвестиционных проектов / М. И. Гавриленко // Аудит и финансовый анализ. – 2013. – № 5. – С. 75–81.

2. *Раскатова, М. И.* Оценка риска инвестиционного проекта с применением теории нечетких множеств / М. И. Раскатова // Проблемы экономики и менеджмента. – 2013. – № 4 (20). – С. 63–66.

3. *Забоев, М. В.* Использование гибридных систем вычислительного интеллекта при оценке эффективности реальных инвестиций в условиях неопределенности и риска // Инновации. – СПб. : 2008, № 12. – С. 123–128.

4. *Бахусова, Е. В.* Элементы теории нечетких множеств: учеб.-метод. пособие / Е. В. Басухова. – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2013. – 116 с.

5. *Зенчук, А. И.* Нечеткая модель оценки инвестиционных проектов / А. И. Зенчук, А. И. Шашкин // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2008. – № 1. – С. 117–123.

6. *Конюхов, А. Н.* Основы теории нечетких множеств. Часть 1: учеб. пособие / А. Н. Конюхов, А. Б. Дюбуа, А. С. Сафошкин. – Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2017. – 88 с.

7. *Конышева, Л. К.* Элементы теории нечетких множеств: учебное пособие / Л. К. Конышева, Т. А. Серова. – Екатеренбург : изд-во ГОУ ВПО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т», 2007. – 129 с.

8. *Полещук, О. М.* Системный анализ и обработка групповой экспертной информации на основе лингвистических переменных / О. М. Полещук // Вестник Московского государственного университета. Сер. Лесной Вестник. – 2015. – № 1. – С. 65–74.

9. *Ремезова, Е. М.* Нечеткие множества второго порядка: понятия анализ и особенности применения / Е. М. Ремезова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. – С. 13–22.

10. *Шведов, А. С.* О нечетких множествах типа 2 и нечетких системах типа 2 / А. С. Шведов // Итоги науки и математики. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. – 2019. – Т. 165. – С. 114–122.

11. *Carlsson, C.* Project Selection with Interval-Valued Fuzzy Numbers / C. Carlsson, R. Fuller, J. Mezei // In: Twelth IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics, – Budapest, 2011. – P. 23–26. DOI:10.1109/CINTI.2011.6108505.

12. *Carlsson, C.* On Mean Value and Variance of Interval-Valued Fuzzy Numbers / C. Carlsson, R. Fullér, J. Mezei // International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems. – 2012. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – P. 19–28. DOI: 10.1016/S0165-0114(00)00043-9.

13. *Hong, D. H.* Some algebraic properties and a distance measure for interval-valued fuzzy numbers / D.H. Hong, S. Lee // Information Sciences: an International Journal. – 2002. – 148 (1). – P. 1–10. DOI: 10.1016/S0020-0255(02)00265-7

14. *Mendel, J. M.* Type-2 Fuzzy Sets Made Simple / J. M. Mendel, R. I. John // IEEE Transactions on fuzzy systems. – April 2002. – Vol. 10, No 2. – P. 117–127.

15. *Mohagheghi, V.* A new multi-objective optimization approach for sustaintable project portfolio selection: a real-world application under interval-valued fuzzy environment / V. Mohagheghi, S. M. Mousavi, B. Vahdani // Iran Journal of Fuzzy Systems.– 2016. – V. 13. – P. 41–68. DOI:10.3926/jiem.2078.

16. *Zadeh, L. A.* The Concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning / L. A. Zadeh // Inform. Sci. – 1975. – Vol. 8. – P. 199–249.

17. *Ucal-Sari, I.* Interval Type-2 Fuzzy Capital Budgeting / I. Ucal Sari, C. Kahraman // International Journal of Fuzzy Systems. – 2015. – P. 635–646. DOI:10.1007/s40815-015-0040-5

Азарнова Татьяна Васильевна — д-р тех. наук, проф., заведующий кафедрой математических методов исследования операций Воронежского государственного университета.
E-mail: ivdas92@mail
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-6342-9355

Рябцев Денис Геннадьевич — аспирант 4-го года обучения кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета.
E-mail: R.D.G@mail.ru
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-6509-4971

DOI: https://doi.org/10.17308/sait.2021.3/3736 ISSN 1995-5499
Received 10.09.2021
Accepted 20.11.2021

THE USE OF THE MATHEMATICAL TOOL OF FUZZY INTERVAL-VALUED NUMBERS FOR THE ESTIMATION OF UNDETERMINED PARAMETERS OF INVESTMENT PROJECTS AND THEIR EFFICIENCY CRITERIA

© 2021 T. V. Azarnova✉, D. G. Ryabtsev

Voronezh State University
1, Universitetskaya Square, 394018 Voronezh, Russian Federation

Annatation. Real investment management is the most important area of modern businesses. Real investments, particularly related to providing new capital (for new companies, new productions), are associated with various kinds of uncertainty. When choosing an investment project, it is necessary to consider uncertainty factors characterizing the state of the competitive environment, risk of undesired events, the cost of investment resources, random swings of demand and market prices, various political and economic risks. The presence of uncertainty factors results in the failure to consider the parameters of investment project financial flows determined; simulation tools, which would allow considering uncertainty, fuzziness, stochastic nature of project implementation and getting project efficiency estimations addressing the main risk and uncertainty factors subject to simulation and/or expert evaluation, are necessary. This paper proposes using the mathematical tool of fuzzy interval-valued numbers to simulate undetermined parameters of an investment project and calculate net present value. Interval-valued fuzzy numbers, which are often interpreted as second-order fuzzy numbers or ultra-fuzzy numbers, allow simulating not only the uncertainty of a value on the reference axis (carrier) of a parameter but also the uncertainty related to the membership function value. The paper proposes an algorithm for constructing fuzzy triangular interval-valued numbers based on processing expert information and an algorithm for generating project net present value estimation based on operations with interval-valued fuzzy numbers.
Keywords: investment project, efficiency estimation, fuzzy sets, interval-valued fuzzy numbers.

CONFLICT OF INTEREST

The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

REFERENCES

1. *Gavrilenko M. A.* (2013) Application fuzzy sets theory to assessment of investment projects // Audit and financial analysis. No 5. P. 75–81.

2. *Raskatova M. I.* (2013) risk assessment of investment projects with the help of fuzzy sets // Problems of Economics and Management, № 4 (20). P. 63–64.

3. *Zaboev M. V.* (2008) The use of hybrid systems, computational intelligence in assessing the effectiveness of real investment in the face of uncertainty and risk // Innovation. No 12. P. 123–128.

4. *Bakhusova E. V.* (2013) Fuzzy-set theory elements. Tolyatti: Tolyatti State University. P. 116.

5. *Zenchuk A. I. & Shashkin A. I.* (2008) Fuzzy model of investment project evaluation // Proceedings of VSU, series: Systems analysis and information technologies. (1). P. 117–123.

6. *Konyukhov A. N., Du Bois A. B. & Safoshkin A. S.* (2017) The foundations of the fuzzy set theory. Part 1 // Ryazan Radiotechnical University. P. 88.

7. *Konysheva L. K. & Serova T. A.* (2007) Fuzzy-set theory elements Ekaterinburg // Russian State Vocational pedagogical University State Educational Institution of Higher Professional Education. P. 129.

8. *Poleschuk O. M.* (2015) System analysis and processing of expert group information on the ba-

✉ Azarnova Tatiana V.
e-mail: ivdas92@mail

sis of linguistic variables // Herald of Moscow State University. Lesnoy Vestnik series. 1. P. 65–74.

9. *Remezova E. M* (2013) Type-2 fuzzy sets: conception, analysis and peculiarities using // Modern Problems of Science and Education. Surgery. No 5. P. 13–22.

10. *Shvedov A. S.* (2019) On type-2 fuzzysetsandtype-2 fuzzy systems // Science and Technology Results. Modern Mathematics and its Applications. Subject Reviews (165). P. 114–122. Available at: doi:10.1007/s40815-015-0040-5.

11. *Carlsson C., Fuller R. & Mezei J.* (2011) Project Selection with Interval-Valued Fuzzy Numbers //Twelfth IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics. Budapest. P. 23–26. Available at: doi:10.1109/ CINTI.2011.6108505.

12. *Carlsson C., Fuller R. & Mezei J.* (2012) On Mean Value and Variance of Interval-Valued Fuzzy Numbers. International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems // Springer-Verlag Berlin Heidelberg. P. 19–28. Available at: doi:10.1016/S0165-0114(00)00043-9.

13. *Hong D. H., Lee S.* (2002) Some algebraic properties and a distance measure for interval-valued fuzzy numbers // Information Sciences: an International Journal. 148 (1). P. 1–10. Available at: doi: 10.1016/S0020-0255(02)00265-7

14. *Mendel J. M*. (2002) Type-2 Fuzzy Sets Made Simple // IEEE Transactions on fuzzy systems. April 2002. Vol. 10, No 2. P. 117–127. Available at: doi:10.1109/91.995115

15. *Mohagheghi V., Mousavi S. M. Vahdani B.* (2016) A new multi-objective optimization approach for sustainable project portfolio selection: a real-world application under interval-valued fuzzy environment // Iran Journal of Fuzzy Systems. (13). P. 41-68. Available at: doi:10.3926/ jiem.2078.

16. *Zadeh L. A.* (1975) The Concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning // Inform. Sci. Vol. 8. P. 199–249.

17. *Ucal-Sari I. & Kahraman C.* (2015) Interval Type-2 Fuzzy Capital Budgeting // International Journal of Fuzzy Systems. P. 635–646. Available at: doi:10.1007/s40815-015-0040-5.

Azarnova Tatiana V. — DSc in Technical Sciences, Professor, Department of Mathematical Methods of Operations Research, Voronezh State University.
E-mail: ivdas92@mail.ru
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-6342-9355

Ryabtsev Denis G. — a 4rd year postgraduate student, Department of Mathematical Methods of Operations Research, Voronezh State University.
E-mail: R.D.G@mail.ri
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-6509-4971