



УДК 544.638.2:51-74

## Критериальные числа образования нестабильных электроконвективных вихрей в канале обессоливания электродиализного аппарата

Коваленко А.В.<sup>1</sup>, Узденова А.М.<sup>2</sup>, Уртенев М.Х.<sup>1</sup>, Никоненко В.В.<sup>1</sup><sup>1</sup>Кубанский государственный университет, Краснодар<sup>2</sup>Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Карачаевск

Поступила в редакцию 27.09.2013 г.

### Аннотация

Данная работа посвящена вычислению критериальных чисел, соответствующих появлению нестабильных электроконвективных вихрей в канале обессоливания электродиализного аппарата. Получены аналитические выражения, позволяющие оценить пороговый скачок потенциала, при превышении которого вихри, образующиеся под действием внешнего электрического поля у поверхности ионообменной мембраны, не подавляются вынужденным течением жидкости. Показано, что с ростом скорости вынужденного течения пороговое значение скачка потенциала увеличивается. Проведено сравнение пороговых скачков потенциала, найденных аналитически, с численным расчетом. Численный расчет проведен с использованием 2D модели нестационарной электроконвекции при переносе бинарного электролита в канале обессоливания электродиализного аппарата (ЭДА) в сверхпредельном токовом режиме в виде краевой задачи для системы уравнений Нернста-Планка-Пуассона и Навье-Стокса [1]. Показано, что существует несколько критериальных чисел образования электроконвективных вихрей для канала обессоливания электродиализного аппарата с гомогенными, идеально селективными ионообменными мембранами. Большинство результатов справедливо для 3D.

**Ключевые слова:** обессоливание, критериальные числа, вихрь, ротор, электродиализ, уравнения Нернста-Планка-Пуассона и Навье-Стокса

This work is devoted to the calculation of criterion numbers, corresponding to the emergence of electroconvective vortices. The analytical expressions to assess the potential jump threshold above which the vortices are formed under the influence of the external electric field at the surface of the ion exchange membrane, are not suppressed by the forced flow of liquid. It is shown that with increasing rate of the forced flow, the threshold potential drop increases. We have compared the values of the threshold potential drops found analytically and using numerical simulation. We carried out the numerical calculation with a 2D non-stationary model for the transfer of a binary electrolyte in an electro dialysis desalination channel in overlimiting current mode. The model is formulated as a boundary value problem for the system of the Nernst-Planck-Poisson equations and Navier-Stokes equations [1]. It is shown that there are several criteria numbers of unstable electroconvection onset for an electro dialysis desalination channel with homogeneous perfectly selective ion exchange membranes. Most of the results can be applied for 3D geometry.

**Keywords:** desalination, criteria numbers, vortex, rotation, rotor, vorticity, electro dialysis, Nernst-Planck-Poisson equations, Navier-Stokes equations

### Введение

Явление электроконвекции в мембранных системах представляет интерес для многих исследователей, поскольку: 1) в области электродиализа – существенно увеличивает полезный массоперенос в процессах обессоливания разбавленных

растворов [2-4]; 2) в области микрофлюидики – является доминирующим механизмом переноса в таких приложениях как электрокинетические насосы, быстрый электрофорез и др. [5].

Духин С.С. и Мищук Н.А. [6-8] рассматривают электроконвекцию как электроосмотический перенос жидкости и выделяют два основных механизма. Электроосмос первого рода (классический электроосмос) происходит в результате действия электрического поля на равновесный двойной электрический слой (ДЭС), существующий независимо от наличия внешнего электрического поля. При сильной поляризации ионообменной мембраны внешним электрическим полем, как впервые показали Рубинштейн И. и Штильман Л. [9], размер области пространственного заряда (ОПЗ) значительно превосходит толщину равновесного ДЭС, и может достигать микрометровых размеров [10]. Тогда возникает электроосмос второго рода: перенос объема жидкости под действием внешнего электрического поля на расширенную ОПЗ, возникающую в результате действия того же электрического поля. Именно электроосмос второго рода является основным механизмом, обуславливающим сверхпредельный перенос противоионов соли через мембрану.

В свою очередь, электроосмос второго рода может быть стабильным (режим Духина С.С. и Мищук Н.А.) и нестабильным (режим Рубинштейна И. и Зальцмана Л. [11]). Первый случай реализуется, когда поверхность мембраны/ионита является неоднородной геометрически или электрически (чередование проводящих и непроводящих участков). В этом случае появляется тангенциальная составляющая электрического поля, которая смещает заряженную жидкость вдоль поверхности. Если мембраны плоские и гомогенные, то в отсутствие вынужденного течения электроконвекция протекает по механизму гидродинамической нестабильности Рубинштейна И. и Зальцмана Б.

В работе [1] показано, что возможен еще один режим стабильной электроконвекции в канале с плоскими гомогенными мембранами, когда тангенциальная составляющая электрической силы возникает вследствие неравномерного распределения концентрации вдоль канала обессоливания. Показано, что режим стабильной электроконвекции имеет место при локальном достижении предельной плотности тока на определенных участках мембраны. Этот режим отвечает участку наклонного плато вольтамперной кривой (рис. 1). Плато начинается при скачке потенциала, соответствующему предельному диффузионному току  $i_{np}$ , и продолжается до того значения потенциала, при котором возникают осцилляции. Далее гладкая кривая сменяется осциллирующей, поднимающейся более круто с ростом скачка потенциала. Начало осцилляций отвечает началу формирования нестабильных электроконвективных вихрей в системе. В случае хлорида натрия концентрационная поляризация более интенсивна у поверхности катионообменной мембраны (КОМ), именно там и образуются сначала электроконвективные вихри, линия 2 показывает пороговое значение скачка потенциала, и соответственно,  $i_{km}$  - пороговое значение плотности тока, приводящее к образованию нестабильных вихрей у катионообменной мембраны. С дальнейшим ростом напряжения электроконвективные вихри формируются и у анионообменной мембраны (АОМ), прямая 3 показывает пороговое значение скачка потенциала, и соответственно,  $i_{am}$  - пороговое значение плотности тока, приводящее к образованию вихрей у анионообменной мембраны. Наклон вольтамперной кривой после этого порога возрастает еще больше.

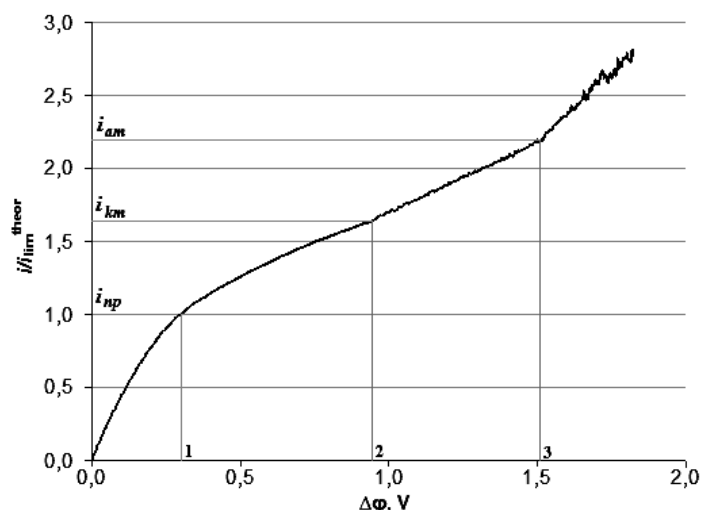


Рис. 1. Вольтамперная кривая канала обессоливания, найденная путем численного решения системы уравнений Нернста-Планка-Пуассона и Навье-Стокса [1]. Пороговые значения падения потенциала: соответствующие достижению предельного тока (1), началу формирования неустойчивых электроконвективных вихрей у КОМ (2), началу формирования неустойчивых электроконвективных вихрей у АОМ (3). Средняя скорость вынужденного течения  $V_0 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$ .

Данная работа посвящена выводу аналитических выражений, позволяющих приближенно рассчитать значения критических значений скачков потенциала или плотности тока, отвечающих началу формирования электроконвективных вихрей в канале ЭДА с плоскими гомогенными мембранами.

## Теоретическая часть

### 1. Общее критериальное число электроконвекции при наличии вынужденной конвекции

Пусть  $x = 0$  соответствует условной границе анионообменная мембрана/раствор, а  $x = H$  - раствор/катионообменная мембрана,  $y = 0$  - входу,  $y = L$  - выходу из канала обессоливания ЭДА. Предполагается, что начальное состояние описывается задачей конвективной диффузии, и, в частности течение раствора пуазейлевское:

$$V_y(t, x, 0) = 6V_0 \frac{x}{H} \left(1 - \frac{x}{H}\right), \quad V_x(t, x, 0) = 0.$$

Режим течения при вынужденной конвекции обычно характеризуется числом Рейнольдса, представляющим собой отношение характерных значений силы инерции  $F_{in} = \rho_0 H^2 V_0^2$  к силе трения  $F_{tr} = \nu \rho_0 V_0 H$  (действующих в жидкости объемом  $H^3$ ):  $Re = \frac{F_{in}}{F_{tr}} = \frac{V_0 H}{\nu}$ , где  $\rho_0$  - плотность раствора,  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости. При обычных параметрах ЭДА число  $Re$  меняется в пределах от 10 до 100.

По аналогии с выводом числа Рейнольдса при наличии вынужденной конвекции в качестве общего критериального числа электроконвекции возьмем отношение характерной электрической силы к силе инерции. Характерная объемная

электрическая сила  $F_{el}$  может быть оценена, исходя из того, что при протекании сверхпредельного тока концентрация коионов в ОПЗ пренебрежимо мала, а диффузионным переносом в этой области можно пренебречь, тогда получим [12,13]  $F_{el} = RTC_0 H^2$ , где  $R$  - универсальная газовая постоянная,  $T$  - абсолютная температура.

Таким образом, критериальное число можно определить как:

$$K_{el} = \frac{F_{el}}{F_{in}} = \frac{RTC_0}{\rho_0 V_0^2} \quad (1)$$

Число  $K_{el}$  имеет порядок  $10 \div 10^6$ . Из определения числа  $K_{el}$  следует существование такого его критического значения  $\bar{K}_{el}$ , что при  $K_{el} \geq \bar{K}_{el}$  электрическая сила преобладает над силой инерции и электроконвекция возникает везде в канале.

Можно показать, что если в уравнениях Нернста-Планка-Пуассона и Навье-Стокса перейти к безразмерному виду, то число  $K_{el}$  будет коэффициентом при безразмерной силе или, если перейти к переменным «вихрь-линии тока», то коэффициентом при роторе силы.

## 2. Локальные критериальные числа образования электроконвективных вихрей при наличии вынужденной конвекции

Для возникновения электроконвективных вихрей в некоторой области необходимо преобладание ротора (вихря) электрической силы над ротором (вихрем) силы инерции в этой области.

При этом необходимо отличать различные случаи в зависимости от того, где рассматривается возникновение электроконвективных вихрей. Рассмотрим условия возникновения электроконвективных вихрей у катионообменной мембраны.

### 2.1 Локальное критериальное число образования электроконвективных вихрей у поверхности катионообменной мембраны. Определение локального критериального числа

В отличие от общего критериального числа образования электроконвекции во всем канале, для расчета локального критериального числа у поверхности КОМ, необходимо взять отношение следующих величин. Среднего значения величины ротора локальной электрической силы  $F_{el,km} = H^3 F_{el,km}^{(0)}$ , где  $F_{el,km}^{(0)} = |r(\vec{f})|$  – абсолютная величина локальной плотности ротора электрической силы, к абсолютной величине среднего локального значения ротора силы инерции  $\vec{f}_{in,km}$  у поверхности КОМ. Таким образом, критериальное число  $K_{el,km}$  электроконвекции у поверхности КОМ, можно определить в виде:

$$K_{el,km} = \frac{F_{el,km}}{F_{in,km}}, \quad (2)$$

где  $F_{in,km} = |r(\vec{f}_{in,km})|$  - абсолютная величина ротора локальной силы инерции  $\vec{f}_{in,km}$ .

Вычисление ротора локальной силы инерции  $\vec{f}_{in,km}$ . Поскольку начальное течение предполагается течением Пуазейля, и, соответственно, начальная сила

инерции имеет вид  $\vec{f}_{in} = (0, \rho_0 H^2 V^2)^T$ , то усредненное значение  $|r(\vec{f}_{in,km})|$  по диффузионному слою у КОМ, равно  $F_{in,km} \approx 36 \rho_0 V_0^2 \delta_{km}$ .

Вычисление ротора электрической силы  $\vec{f}_{el}$ . Известно [8], что ОПЗ формируется вблизи поверхности ионообменной мембраны. В ядре потока вдали от мембраны раствор локально электронейтрален, следовательно, с учетом  $\vec{f}_{el} = \rho \vec{E}$  имеем:

$$\vec{f}_{el} = \begin{cases} Fz_1 C_1 \vec{E}, & \text{вблизи катионообменной мембраны} \\ 0, & \text{в области электронейтральности} \\ Fz_2 C_2 \vec{E}, & \text{вблизи анионообменной мембраны} \end{cases} \quad (3)$$

Напряженность электрического поля является потенциальным полем, т.к.  $\vec{E} = -\nabla \varphi$ , где  $\varphi$  потенциал электрического поля, поэтому  $rot \vec{E} = 0$ . Отсюда с учетом формулы (3) возле КОМ имеем:

$$rot(\vec{f}) = -Fz_1 \nabla C_1 \times \nabla \varphi.$$

Следовательно,  $F_{el,km}^{(0)} = \|Fz_1 \nabla C_1 \times \nabla \varphi\| = Fz_1 \|\nabla C_1\| \cdot \|\nabla \varphi\| \sin \beta$ , где  $\beta$  угол между векторами  $\nabla C_1$  и  $\nabla \varphi$ .

Можно показать, что

$$\|\nabla C_1\| \approx \frac{|\Delta C_1|}{\delta_{km}}, \quad \|\nabla \varphi\| \approx \frac{|\Delta \varphi_{km}|}{\delta_{km}},$$

где  $\Delta C_1$  - изменение концентрации, а  $\Delta \varphi_{km}$  - падение потенциала в диффузионном слое у КОМ. Поэтому:

$$|F_{el,km}^{(0)}| = Fz_1 \frac{|\Delta C_1|}{\delta_{km}} \cdot \frac{|\Delta \varphi_{km}|}{\delta_{km}} |\sin \beta| = Fz_1 \frac{|\Delta C_1| |\Delta \varphi_{km}|}{\delta_{km}^2} |\sin \beta|.$$

Для вычисления величин  $\Delta C_1$ ,  $\Delta \varphi_{km}$ ,  $\delta_{km}$  будем предполагать, что на внешней границе диффузионного слоя концентрации катионов и анионов  $C_{10}$ ,  $C_{20}$  являются постоянными, причем выполняется условие электронейтральности  $z_1 C_{10} + z_2 C_{20} = 0$ .

В качестве правой границы области рассматривается условная граница, отвечающая границе диффузной и плотной частей двойного электрического слоя, где концентрация катионов достигает своего минимума  $C_{1s}$  [3]. При этих условиях  $\Delta C_1 = C_{10} - C_{1s} \approx C_{10}$ .

Таким образом, возле КОМ для ротора плотности электрической силы имеем:

$$F_{el,km}^{(0)} = Fz_1 \frac{|\Delta C_1| |\Delta \varphi_{km}|}{\delta_{km}^2} |\sin \beta|$$

Умножим  $F_{el,km}^{(0)}$  на объем  $H^3$ , тогда получим ротор объемной силы.

Вычисление критериального числа образования электроконвективных вихрей. Сопоставляя ротор электрической силы  $F_{el,km}$  с ротором силы инерции  $F_{in,km}$ ,

получим критериальное число  $K_{el,km} = \frac{F_{el,km}}{F_{in,km}}$  в виде

$$K_{el,km} = \frac{Fz_1 H^3 |\Delta C_1| |\Delta \varphi_{km}| |\sin \beta|}{36 \rho_0 V_0^2 \delta_{km}^3} \quad (4)$$

Толщина диффузионного слоя в первом приближении не зависит от падения потенциала [3] и для не слишком длинных каналов (или достаточно больших скоростях) может быть рассчитана по формуле Левека [12], с учетом которого получим:

$$K_{el,km} = \frac{Fz_1 H^2 |\Delta C_1| |\Delta \varphi_{km}| |\sin \beta|}{36 \rho_0 L D V_0} \quad (5)$$

Поскольку,  $C_{10} \gg C_{1s}$ , то  $\Delta C_1 \approx C_{10}$ , поэтому формула (5) может быть упрощена:

$$K_{el,km} = \frac{Fz_1 H^2 C_{10} |\Delta \varphi_{km}| |\sin \beta|}{36 \rho_0 L D V_0} \quad (6)$$

Из определения числа  $K_{el,km}$  следует существование такого его критического значения  $\bar{K}_{el,km}$ , что при

$$K_{el,km} \geq \bar{K}_{el,km} \quad (7)$$

ротор электрической силы у поверхности КОМ преобладает над ротором силы инерции, и появляются электроконвективные вихри у КОМ.

Локальное критериальное число образования электроконвективных вихрей у поверхности АОМ

Локальное критериальное число образования электроконвективных вихрей у поверхности АОМ рассчитывается аналогично:

$$K_{el,am} = \frac{F|z_2| H^2 C_{20} |\Delta \varphi_{am}| |\sin \gamma|}{36 \rho_0 L D V_0} \quad (8)$$

Как следует из (6) и (8), в общем случае, критериальные  $K_{el,km}$ ,  $K_{el,am}$  числа отличаются и, следовательно, у поверхности катионообменной и анионообменной мембран электроконвективные вихри возникают неодновременно и течение будет несимметричным.

## Вычислительный эксперимент

На рис. 2 приведен пример возникновения вихрей на выходе из канала в потенциодинамическом режиме при изменении падения потенциала от 0 со скоростью развертки потенциала -0.005 В/с [1]. Численные результаты показывают, что вначале происходит накопление искривлений течения раствора, которое приводит к возникновению нескольких вихрей на выходе при падении потенциала приблизительно -1 В. Затем эти вихри увеличиваются в размерах, продолжая возмущать окружающий мембрану раствор, затем приблизительно при падении потенциала -1.5 В электроконвективные вихри появляются и у АОМ.

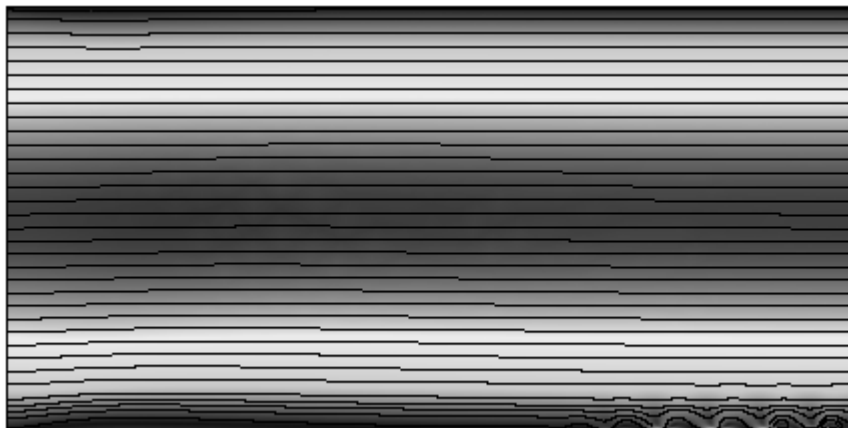


Рис. 2. Пример возникновения нестабильных электроконвективных вихрей у катионообменной мембраны на выходе из канала обессоливания

### Пороговая прямая

Локальные критериальные числа позволяют ввести понятие пороговой кривой образования электроконвективных вихрей для ЭДА с вынужденной конвекцией. Пусть вихри образуются вначале у катионообменной мембраны и этому событию отвечает некоторое критическое значение  $\bar{K}_{el,km}$ .

Выражения (6) и (7) дают соотношение между падением потенциала  $d_{\varphi,km}$  и средней скоростью  $V_0$ , когда возникают электроконвективные вихри:

$$\bar{K}_{el,km} = \frac{Fz_1 H^2 C_{10} |\Delta\varphi_{km}| |\sin \beta|}{36\rho_0 LDV_0} \quad (9)$$

$$|\Delta\varphi_{km}| \geq \frac{36\bar{K}_{el,km}\rho_0 LD}{Fz_1 C_{10} H^2} \frac{V_0}{|\sin \beta|}$$

В общем случае  $\beta$  зависит от  $V_0$ . Будем считать  $V_0$  достаточно большим, тогда существуют такие числа  $\beta_0$  и  $\beta_1$ , что:

$$\sin \beta(V_0) = \sin \beta_0 - \frac{\beta_1}{V_0} + O\left(\frac{1}{V_0^2}\right),$$

тогда

$$\frac{V_0}{|\sin \beta|} \approx \frac{V_0}{\sin \beta_0} + \beta_1.$$

Таким образом:

$$|\Delta\varphi_{km}| \geq \frac{36\tilde{K}_{el,km}\rho_0 LD}{Fz_1 C_{10} H^2} V_0 + \tilde{\Delta}\varphi_{km}, \quad (10)$$

где  $\tilde{K}_{el,km} = \frac{\bar{K}_{el,km}}{\sin \beta_0}$ ,  $\tilde{\Delta}\varphi_{km} = \beta_1 \cdot \frac{36\bar{K}_{el,km}\rho_0 LD}{Fz_1 C_{10} H^2}$ . Поскольку определить число  $\beta_0, \beta_1$

представляется проблематичным, проще считать  $\tilde{K}_{el,km}$ ,  $\tilde{\Delta}\varphi_{km}$  подгонными параметрами. Из формулы (10) следует, что для того, чтобы при заданной средней скорости вынужденной конвекции  $V_0$  возникли электроконвективные вихри, необходимо, чтобы значение  $|\Delta\varphi_{km}|$  было выше прямой (10). Ее можно назвать

пороговой прямой образования электроконвективных вихрей возле катионообменной мембраны. Аналогично формуле (10) можно получить пороговую прямую возникновения электроконвективных вихрей у АОМ.

## Обсуждение результатов

### Сопоставление теоретической и численной пороговых кривых образования электроконвективных вихрей

Как показывает формула (10), критическое значение скачка потенциала, при котором начинается формирование электроконвективных вихрей, увеличивается с увеличением скорости вынужденного течения раствора. Это происходит вследствие того, что инерция вынужденного течения подавляет зарождение электроконвективных вихрей, если ротор объемной электрической силы, вызывающий их появление, не является достаточно большим.

С помощью базовой математической модели [1] была численно найдена пороговая кривая образования электроконвективных вихрей (рис. 3). Сплошной прямой показана зависимость, задаваемая формулой (10).

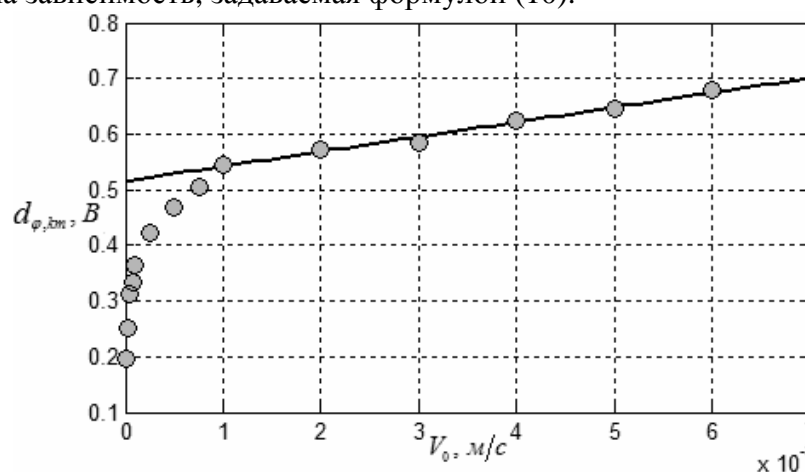


Рис.3. Пороговая кривая образования электроконвективных вихрей возле катионообменной мембраны: расчет по 2D модели (кружочки) и по формуле (10) (сплошная кривая).  $\bar{K}_{el, km} \approx 260000$ ,  $\tilde{d}_{\varphi, km} \approx 0.52 \text{ В}$  (найденно методом наименьших квадратов) для  $C_{10} = 0.0085 \text{ моль/м}^3$

Как видно из рис. 3, имеется хорошее согласие между величинами численных расчетов пороговых падений потенциала и по формуле (10) при значениях  $V_0$  больше  $10^{-3} \text{ м/с}$ .

Используя уравнение (10) можно теоретически оценить при заданной скорости  $V_0$  пороговое значение падение потенциала  $|\Delta\varphi_{km}|$ , необходимое для появления электроконвективных вихрей у катионообменной мембраны. Например, при средней скорости подачи раствора  $V_0 = 0.1 \text{ м/с}$ , часто применяемой в практике электродиализа, пороговое значение падение потенциала в диффузионном слое у КОМ, необходимое для появления электроконвективных вихрей у КОМ, равно  $|\Delta\varphi_{km}| \approx 2 \text{ В}$  ( для камеры обессоливания длиной  $L = 0.1 \text{ м}$ , шириной  $H = 10^{-3} \text{ м}$  для раствора  $\text{NaCl}$  с начальной концентрацией  $C_{10} = 10 \text{ моль/м}^3$ ).



Используя методику [1] несложно рассчитать и пороговое падение потенциала для парной камеры.

### **Заключение**

В статье предложено несколько критериальных чисел образования нестабильных электроконвективных вихрей при переносе бинарного электролита в канале обессоливания электродиализного аппарата в запредельных токовых режимах при наличии вынужденной конвекции. А именно, общее критериальное число и критериальные числа образования электроконвективных вихрей возле каждой из идеально селективных гомогенных катионообменной и анионообменной мембран. Введено понятие пороговой кривой. На основе численного исследования 2D модели нестационарной электроконвекции при переносе бинарного электролита в канале обессоливания электродиализного аппарата в запредельных токовых режимах при наличии вынужденной конвекции в виде краевой задачи для системы уравнений Нернста-Планка-Пуассона и Навье-Стокса [1], показана адекватность результатов работы.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 13-08-93105-НЦНИЛ\_а, № 13-08-00464 А.*

### **Список литературы.**

1. Urtenov M.K., Uzenova A.M., Kovalenko A.V. et al. Basic mathematical model of overlimiting transfer in electrodialysis membrane systems enhanced by electroconvection // *Journal Membrane Science*. 2013. V. 447. P. 190-202.
2. Mishchuk N.A. Concentration polarization of interface and non-linear electrokinetic phenomena // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2010. V. 160, №. 1-2. P. 16-39.
3. Mani A., Bazant M.Z. Deionization shocks in microstructures // *Physical Review*. 2011. V. 84(6). P. 061504(13).
4. Kwak R., Guan G., Peng W.K., Han J. Microscale electrodialysis: concentration profiling and vortex visualization // *Desalination*. 2012. V. 308. P. 138-146.
5. De Jong J., Lammertink R.G.H., Wessling M. Membranes and microfluidics: a review // *Lab on a Chip—Miniaturisation for Chemistry and Biology* 2006. V.6 (9). P. 1125-1139.
6. Духин С.С., Мищук Н.А., Жолковский Э.К. Концентрационная поляризация двойного слоя дисперсной частицы при больших числах Пекле // *Коллоидн. журн.* 1987. Т.49. № 5. С.865-874.
7. Dukhin S.S. Electrokinetic phenomena of the 2nd kind and their applications // *Adv. Colloid Interface Sci.* 1991. V. 35. P. 173-196.
8. Mishchuk N.A., Takhistov P.V. Electroosmosis of the 2nd kind // *Colloids Surf.* 1995. V. 95. P. 119-131.
9. Rubinstein I., Shtilman L. Voltage against current curves of cation exchange membranes // *J. Chem. Soc., Faraday Trans.* 1979. V. 75. P. 231-242.
10. Urtenov M.Kh., Kirillova E.V., Seidova N.M. et al. Decoupling of the Nernst-Planck and Poisson Equations. Application to a membrane system at overlimiting currents // *J. Phys. Chem. B*. 2007. V. 111. № 51. P. 14208-14222.
11. Rubinstein I., Zaltzman B. Electroosmotically induced convection at a permselective membrane // *Physical Review E* 2000. V. 62. P. 2238-2251.

---

12. Заболоцкий В.И., Никоненко В.В. Перенос ионов в мембранах. М.: Наука, 1996. 392 с.

13. Zabolotsky V.I., Nikonenko V.V., Pismenskaya N.D. et al. Coupled transport phenomena in overlimiting current electrodialysis // Separation and Purification Technology. 1998. V. 14. P. 255-267.

---

**Коваленко Анна Владимировна** - доцент, к.э.н., Кубанский государственный университет, Краснодар, тел. +79184440042

**Узденова Аминат Магомедовна** - доцент, к.ф.-м.н., Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Карачаевск

**Уртенов Махамет Али Хусеевич** – д.ф.-м.н., профессор, Кубанский государственный университет, Краснодар

**Никоненко Виктор Васильевич** – д.х.н., профессор, Кубанский государственный университет, Краснодар

**Kovalenko Anna V.** - Associate Professor, PhD, Kuban State University, Krasnodar

**Uzdenova Aminat M.** - Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Karachaevo-Cherkessky State University named after U.D. Aliev, Karachaevsk

**Urtenov Mahamet Kh.** - Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Kuban State University, Krasnodar

**Nikonenko Victor V.** - Professor, Doctor of Sciences, Kuban State University, Krasnodar