



УДК 66.081

Определение высоты слоя насадки при противоточном движении фаз в режиме идеального вытеснения

Ганин П.Г., Мошинский А.И., Маркова А.В.,
Рубцова Л.Н., Сорокин В.В.

ФГБОУ ВО Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия МЗ России,
Санкт-Петербург

Поступила в редакцию 26.02.2018 г.

DOI: <https://doi.org/10.17308/sorpchrom.2018.18/561>

Рассматривается проблема извлечения целевого компонента из газовой фазы в процессе противоточной абсорбции в режиме идеального вытеснения. Главное внимание уделено определению возможной высоты слоя, т.е. обратной задаче. Получены аналитические характеристики проблемы в критериальной форме. Даны рекомендации по выбору высоты слоя.

Ключевые слова: абсорбция, идеальное вытеснение, обратная задача.

Determination of packing layer height at a counterflow movement of phases in an ideal displacement mode

Ganin P.G., Moshinskiy A.I., Markova A.V., Rubczova L.N., Sorokin V.V.

St. Petersburg State Chemical-Pharmaceutical Academy, Department of processes and apparatuses of chemical technology, St. Petersburg, Russia.

Mass exchange in an absorption packing column at a gas and liquid phases countercurrent movement in the mode of ideal displacement is analyzed. The main goal of the study is to solve the inverse problem – calculation of the apparatus height necessary to achieve concentration of a target product in a liquid phase at the device exit of desirable value $C_l(0) = C_{l0}$.

The basic mass exchange equations for this case are: $W \frac{dC_g}{dz} = K_g a \psi_a (mC_l - C_g)$,

$U \frac{dC_l}{dz} = K_l a \psi_a \left(C_l - \frac{C_g}{m} \right)$, where C_g , C_l – concentrations of the target component (TC) in gas and

liquid, respectively; W , U – fictitious (constant) velocities of gas and liquid in a porous layer; a – specific surface area of the packing particles; ψ_a – coefficient of packing wetness; m – coefficient in the taken linear relationship of the equilibrium dependence $C_{g*} = C_{g*}(C_l) = mC_l$ and, accordingly, $C_{l*} = C_{l*}(C_g) = C_g/m$ (* – the sign of the equilibrium law); K_g , K_l – mass transfer coefficients; z – a linear coordinate along the packing layer.

Dimensionless similarity criteria convenient for the problem analysis are introduced. From the initial equations, the dependence of apparatus dimensionless length h on dimensionless parameters (similarity criteria) γ and λ is obtained:

$$h(\lambda, \gamma) = \frac{1}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{1 - \lambda}{1 - \gamma \lambda} \right), \quad \text{where} \quad h = \frac{H}{H_g}; \quad H_g = \frac{U}{K_l a \psi_a}; \quad \lambda = L(0) = \frac{m C_{l0}}{C_{g0}};$$

$\gamma = \frac{U K_g}{W K_l} = \frac{U}{m W}$; H – dimensional height of the device. The boundary conditions correspond to the set goal: $C_g(0) = C_{g0}$ – concentration of the TC in a gas phase in an inlet section of the apparatus ($z = 0$); $C_l(H) = 0$ – concentration of the TC in a liquid phase in an outlet section of the apparatus ($z = H$).

Borders in the field of criteria γ and λ , separating rational and undesirable organization of the process, are identified. The obtained dependence allows to calculate the height of the column in which it is possible to realize a noted requirement – achievement of required (for technical reasons) concentration of TC in a liquid phase (C_{l0}). These calculations are convenient in production practice.

Keywords: absorption, ideal displacement, inverse task.

Введение

В случае протекания сорбционных процессов при противоточном движении газовой фазы и твердых частиц сорбента в режиме идеального вытеснения дифференциальные уравнения математической модели были сформулированы в работе [1]. Там же для варианта непрерывной организации процесса были проанализированы некоторые результаты решения отмеченных уравнений. Проблемы решения сорбционных задач на основе модели [1] обсуждались также в работе [2]. Следует заметить, что использование в качестве сорбируемого материала жидкость (процесс абсорбции) при реализации процесса в зернистом слое насадки, уравнения процесса совпадают с таковыми уравнениями из [1]. В таком варианте постановка задачи приведена в работе [3]. Однако там ряд аспектов проблемы не обсуждался и допущены некоторые неточности. Здесь будет рассмотрена обратная задача, когда высота колонны неизвестна и для её определения ставится дополнительное граничное условие к уравнениям задачи.

Теоретическая часть

Рассмотрим модель процесса абсорбции в насадочном аппарате при противоточном движении фаз в режиме идеального вытеснения. Основные уравнения задачи имеют следующий вид [3]:

$$W \frac{dC_g}{dz} = K_g a \psi_a (m C_{ж} - C_g), \quad U \frac{dC_{ж}}{dz} = K_{ж} a \psi_a \left(C_{ж} - \frac{C_g}{m} \right), \quad (1)$$

где C_g , $C_{ж}$ – концентрации целевого компонента (ЦК) в газе и жидкости соответственно; W , U – фиктивные (постоянные) скорости газа и жидкости в пористом слое; a – удельная поверхность частиц насадки; ψ_a – коэффициент смоченности насадки; m – коэффициент в принятой линейной связи равновесной зависимости $C_{г*} = C_{г*}(C_{ж}) = m C_{ж}$ и, соответственно, $C_{ж*} = C_{ж*}(C_g) = C_g / m$ (* – знак равновесного закона); K_g , $K_{ж}$ – коэффициенты массообмена; z – линейная координата вдоль слоя насадки.

Уравнения (1) записаны для рассматриваемого стационарного протекания процесса абсорбции. Правые части уравнений (1) выражают интенсивности массообмена ЦК в двух фазах между собой. Они определяются соотношениями:

$$J = K_{\Gamma} a \psi_a (C_{\Gamma^*} - C_{\Gamma}) = K_{\text{ж}} a \psi_a (C_{\text{ж}} - C_{\text{ж}^*}). \quad (2)$$

Переход ЦК из газообразной фазы в жидкую фазу (убыль) равна прибыли массы ЦК в жидкой фазе. Поэтому коэффициенты K_{Γ} и $K_{\text{ж}}$ при принятой линейной связи концентраций в уравнении (1) не являются независимыми параметрами. Они связаны соотношением $K_{\text{ж}} = mK_{\Gamma}$, как это вытекает из равенства (2).

Схема противоточного движения фаз представлена на рис. 1. Все параметры в уравнении (1) – неотрицательны.

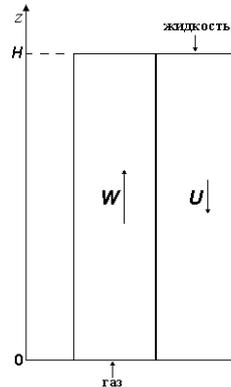


Рис. 1. Схема противоточного движения фаз и система координат в аппарате. W , U – фиктивные скорости газа и жидкости в пористом слое, соответственно; H – высота аппарата

Систему уравнений (1) необходимо дополнить граничными условиями:

$$C_{\Gamma}(0) = C_{\Gamma 0}, \quad C_{\text{ж}}(H) = 0. \quad (3)$$

Условия (3) предполагают, что на входе в аппарат жидкости (поглотителе) при $z = H$ нет ЦК в жидкой фазе, тогда как на входе газовой фазы ($z = 0$) известна концентрация ЦК в ней. Поскольку в процессе массообмена ЦК переходит из газообразной фазы в жидкую фазу, величина интенсивности массообмена J в формуле (2) отрицательна.

В сформулированном виде задача (1)–(3) является прямой, т.е. предполагается, что все параметры известны, а ее решение позволяет определить распределение концентраций C_{Γ} и $C_{\text{ж}}$ вдоль аппарата. Мы хотим рассмотреть обратную задачу: найти высоту абсорбера при известной (желаемой) концентрации ЦК в жидкой фазе на выходе из аппарата $z = 0$ (см. рис. 1). Естественно возникает вопрос – какие значения $C_{\text{ж}}(0) = C_{\text{ж}0}$ мы можем получить (пожелать) при данных параметрах системы (обратная задача). Для решения поставленной проблемы целесообразно перейти к безразмерным переменным и параметрам.

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$L(x) = \frac{mC_{\text{ж}}}{C_{\Gamma 0}}, \quad G(x) = \frac{C_{\Gamma}}{C_{\Gamma 0}}, \quad H_{\text{ж}} = \frac{U}{K_{\text{ж}} a \psi_a}, \quad x = \frac{z}{H_{\Gamma}}, \quad (4)$$

$$h = \frac{H}{H_{\text{ж}}}, \quad \lambda = L(0) = \frac{mC_{\text{ж}0}}{C_{\Gamma 0}}, \quad \gamma = \frac{UK_{\Gamma}}{WK_{\text{ж}}} = \frac{U}{mW}.$$

В переменных (4) обратная задача запишется так:

$$\frac{dL}{dx} = L - G, \quad \frac{dG}{dx} = \gamma(L - G), \quad (5)$$

$$G(0) = 1, \quad L(0) = \lambda, \quad L(h) = 0. \quad (6)$$

Отметим, что величина h неизвестна, поскольку H не задано, а подлежит определению. Подставив первое уравнение (5) во второе получим после интегрирования:

$$\frac{dG}{dx} = \gamma \frac{dL}{dx} \Rightarrow G = \gamma L + \text{const} = \gamma L + 1 - \gamma\lambda, \quad (7)$$

где использованы условия (6). Соотношение (7) представляет собой закон сохранения массы ЦК при абсорбции. Уравнение (7) обычно называют уравнением рабочей линии. Рабочую линию аналогичным образом можно получить и при нелинейной равновесной зависимости [1].

Цели применения абсорбции в химической технологии двоякие. Во-первых, выделение ценного компонента из газовой смеси. Во-вторых, – очистка газовой смеси от нежелательных компонентов. Здесь мы рассматриваем первую проблему. Однако отметим, что эти две задачи взаимосвязаны материальным балансом. Задав концентрацию $C_{ж}$ на выходе жидкости из абсорбера ($z = 0$), при помощи зависимости (7) находим (в безразмерном виде) концентрацию C_r на выходе (при $z = H$): $G(h) = 1 - \gamma\lambda$.

Подставив выражение (7) в первое уравнение (5), найдем:

$$\frac{dL}{dx} = (1 - \gamma)L - 1 + \gamma\lambda. \quad (8)$$

В рассматриваемой задаче должно быть $dL/dx \leq 0$, т.е. концентрация ЦК в жидкости (поглотителе) должна расти по потоку или падать по координате z , поскольку направление оси z противоположно направлению вектора скорости U (см. рис. 1). Таким образом, при $0 \leq x \leq h$ должно выполняться неравенство:

$$(1 - \gamma)L - 1 + \gamma\lambda \leq 0. \quad (9)$$

При монотонности функции L ($dL/dx \leq 0$) в промежутке $0 \leq x \leq h$ линейное относительно L соотношение (9) будет удовлетворять этому неравенству, если оно удовлетворяет ему в крайних точках $L = 0$ и $L = \lambda$, т.е. если реализуются неравенства:

$$\gamma\lambda \leq 1, \quad \lambda \leq 1. \quad (10)$$

Первое неравенство (10) означает, что в процессе абсорбции функция G (см. (7), откуда следует, что $G(h) = 1 - \gamma\lambda$) всегда будет неотрицательной в области своего определения, что естественно из физических соображений. Крайний случай первого неравенства (10) соответствует исчерпанию ЦК в газовой фазе $G(h) = 0$, а крайний вариант второго неравенства $\lambda = 1$ отвечает достижению равновесия на границе области $z = 0$: $C_{z0} = mC_{ж0}$, что можно увидеть из соответствующей формулы (4).

Разделив переменные в уравнении (8) и проинтегрировав полученное соотношение по всей области, найдем решение задачи:

$$h(\lambda, \gamma) = \int_{\lambda}^0 \frac{1}{(1 - \gamma)L - 1 + \gamma\lambda} dL = \frac{1}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{1 - \lambda}{1 - \gamma\lambda} \right), \quad (11)$$

т.е. зависимость безразмерной длины аппарата от безразмерных параметров (критериев подобия) γ и λ .

Из формулы (11) видно, что отмеченные выше «крайние значения» $\lambda = 1$ и $\lambda = 1/\gamma$ приводят к расходимости интеграла (11), т.е. к бесконечному значению высоты абсорбера.

Формула (11) дает неопределенное значение при $\gamma = 1$, которое легко находится после интегрирования (11) в этом частном случае:

$$h(\lambda, 1) = \lambda / (1 - \lambda). \quad (12)$$

При $\lambda = 0$ (отсутствие процесса): $C_{ж}(H) = C_{ж}(0) = 0$: $h = 0$, т.е. аппарат не нужен. При $\gamma < 1$ значение h становится бесконечным при $\lambda = 1$, т.е. достичь равновесия в сечении $z = 0$: $C_{г0} = mC_{ж0}$ можно только в нереальном аппарате бесконечной протяженности. Если $\gamma > 1$ величина h становится бесконечной при $\lambda = 1/\gamma$, когда $G(h) = 0$.

Таким образом, мы можем выбирать (назначать) безразмерную концентрацию ЦК λ в жидкой фазе на выходе из аппарата в интервале:

$$0 < \lambda \leq \min(1, 1/\gamma). \quad (13)$$

Зависимость (11) проиллюстрирована на рис. 2 при различных численных значениях параметра γ . Можно отметить (в соответствии со сказанным выше), что при фиксированных значениях параметра γ (в области $\gamma \leq 1$), кривые имеют одну и ту же вертикальную асимптоту: $\lambda = 1$.

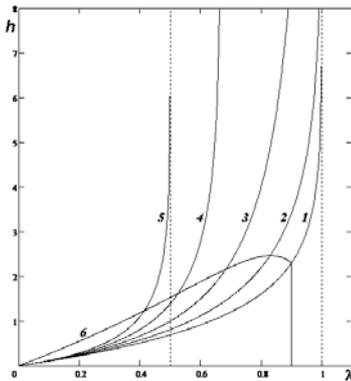


Рис. 2. Функция (11) при различных численных значениях параметра γ :
1 – $\gamma = 0$; 2 – $\gamma = 0.5$; 3 – $\gamma = 1$; 4 – $\gamma = 1.5$; 5 – $\gamma = 2$; 6 – границная линия «малых наклонов» при $p = 10$

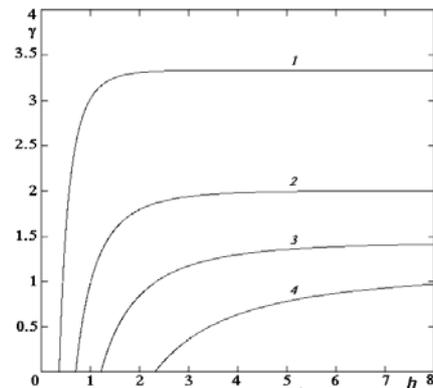


Рис. 3. Функция $\gamma = \gamma(\lambda, h)$ при различных численных значениях параметра λ : 1 – $\lambda = 0.3$; 2 – $\lambda = 0.5$; 3 – $\lambda = 0.7$; 4 – $\lambda = 0.9$

Распределение ЦК в жидкой фазе определяется после интегрирования уравнения (8) при условии $L(0) = \lambda$ (условие $L(h) = 0$ будет автоматически выполнено). Имеем

$$L = \frac{1}{1 - \gamma} \{1 - \gamma\lambda + (\lambda - 1)\exp[(1 - \gamma)x]\}. \quad (14)$$

Соответственно распределение ЦК в газовой фазе дается формулой (7) при учете зависимости (14):

$$G = \frac{1}{1 - \gamma} \{1 - \gamma\lambda + \gamma(\lambda - 1)\exp[(1 - \gamma)x]\}. \quad (15)$$

В случае $\gamma > 1$ при крайнем значении $\lambda = 1/\gamma$ уравнение (8) становится однородным и согласно двум дополнительным условиям для него имеется два решения:

$$L_1(x) = \frac{\exp[(1 - \gamma)x]}{\gamma} \quad \text{и} \quad L_2(x) = 0,$$

которые могут совпадать только при $x \rightarrow \infty$, что и приводит к бесконечной высоте аппарата.

Приведём конкретный пример практического расчёта высоты колоны на основе численных данных параметров абсорбции аммиака водой из аммиачно-воздушной смеси, приведённых в работе [3]: $W = 3$ м/с, $U = 1.4 \times 10^{-2}$ м/с, $a = 60$ м², $\psi_a = 1/\text{м}^3$, $m = 7.32 \times 10^{-4}$, $K_r = 0.02$. Из зависимостей шесть и семь (4) найдём: $\gamma = 6.375$, $\lambda = 0.732$, с учётом этих значений из (11) получим $h = 1.898$, далее из седьмой формулы (4) найдём $K_{ж} = 1.464$ и из пятой формулы (4) - размерную высоту колоны $H = 3.025$ м.

Рис. 2 показывает, что целесообразно использовать кривые $h(\lambda, \gamma)$ только на начальных участках пока линии не слишком крутые. Иначе незначительное изменение параметра λ приводит к резкому изменению высоты аппарата, что невыгодно при чрезмерном росте h . Можно условно принять, что целесообразно использовать кривые рис. 2 для проектирования абсорбера только до определенного (предельного) значения p «крутизны» кривой, точнее до некоторого предельного значения производной $dh/d\lambda$, т.е. $dh/d\lambda \leq p$. Учитывая, что h монотонно возрастающая функция λ , найдем уравнение граничной кривой, определяемой формулой $dh/d\lambda = p$. Проведя необходимые выкладки, получим соотношение:

$$\gamma = \frac{1}{\lambda} \left[1 + \frac{1}{p(\lambda-1)} \right], \quad (16)$$

которое совместно с (11) определяет граничную линию, отделяющую «целесообразность» использования зависимости (11) от «нецелесообразности» в описанном выше смысле. Соответствующая кривая (принято $p = 10$) представлена на рис. 2 (линия б). Область «целесообразности» находится ниже этой кривой.

Согласно соотношению (4) в задаче присутствует естественный масштаб длины $H_{ж} = U/(K_{ж} a \psi_a)$. Колонна считается условно высокой, когда $H \gg H_{ж}$. Для подобных колонн, в зависимости от численного значения параметра γ (см. формулу (13)) реализуется два предельных варианта:

- 1) при $\gamma \leq 1$ в выходном для жидкой фазы сечении $z = 0$ достигается равновесие;
- 2) при $\gamma > 1$ в выходном сечении для газообразной фазы $z = H$ концентрация ЦК в питающей (газообразной) фазе становится равной нулю.

При значении $\gamma = 1$ реализуются обе отмеченные возможности. Подобно $H_{ж}$ можно ввести и $H_r = W/(K_{ж} a \psi_a)$ – масштаб длины, связанный с параметрами газа. При этом параметр γ (критерий подобия) представляет собой отношение этих масштабов: $\gamma = H_{ж}/H_r$.

Опираясь на зависимость (11) можно анализировать и другие обратные задачи. В частности, пусть безразмерная длина аппарата h известна, т.е. известны параметры, её определяющие: H , U , $K_{ж}$, a , ψ_a . Известна также величина λ и постоянная m . Тогда можно из трансцендентного уравнения (11) попытаться найти параметр γ , а значит, согласно соответствующему соотношению (4), скорость переноса в газообразной фазе W . Это можно проделать, если точка (λ, h) лежит выше предельной линии l на рис. 2. Несколько кривых функции $\gamma = \gamma(\lambda, h)$ при фиксированных численных значениях параметра λ представлены на рис. 3.

Заключение

Проанализирован массообмен в абсорбционной насадочной колонне при противотоке движения газовой и жидкой систем. Главное внимание уделено обратной задаче, когда ставится дополнительное граничное условие, выражающее концентрацию целевого продукта на выходе из аппарата желательную по техническим соображениям. Это позволяет оценить высоту колонны, которой можно реализовать отмеченное требование. Введены безразмерные критерии подобия, удобные для анализа рассматриваемой задачи. Выявлены границы в области этих критериев, отделяющих целесообразную организацию процесса от нежелательной.

Список литературы

1. Вольфович С.И., Жаворонков Н.М., Поспелов И.Л. Методы и процессы химической технологии. Москва-Ленинград, Изд-во АН СССР. 1955. 235 с.
2. Протодьяконов Н.О., Сипаров С.В. Механика процесса адсорбции в системах газ – твердое тело. Ленинград. Наука. 1985. 298 с.
3. Озерова Н.В., Марцулевич Н.А., Марков А.В. Проектирование абсорбционных установок: Метод. указания. Ленинград. Изд-во ЛТИ им. Ленсовета. 1990. 40 с.

Referenses

1. Vol'fkovich S.I., Zhavoronkov N.M., Pospelov I.L., *Metody i processy himicheskoy tehnologii*. Moskva-Leningrad, AN SSSR Publ., 235 p.
2. Protod'jakonov N.O., Siparov S.V., *Mehnika processa adsorbicii v sistemah gaz – tverdoe telo*. Leningrad, Nauka Publ., 1985, 298 p.
3. Ozerova N.V., Marculevich N.A., Markov A.V., *Proektirovanie absorbcionnyh ustanovok: Metod. Ukazanija*. Leningrad, LTI im. Lensove-ta Publ. 40 p.

Ганин Павел Георгиевич (автор для связи) – доцент кафедры процессов и аппаратов химической технологии, к.т.н., ФГБОУ ВО Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия, Санкт-Петербург

Мошинский Александр Иванович – доцент кафедры процессов и аппаратов химической технологии, к.т.н., ФГБОУ ВО Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия, Санкт-Петербург

Маркова Алла Валентиновна – доцент кафедры процессов и аппаратов химической технологии, к.т.н., ФГБОУ ВО Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия, Санкт-Петербург

Рубцова Лариса Николаевна – доцент кафедры процессов и аппаратов химической технологии, к.фарм.н., ФГБОУ ВО Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия, Санкт-Петербург

Сорокин Владислав Валерьевич – заведующий кафедрой процессов и аппаратов химической технологии, к.фарм.н., ФГБОУ ВО Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия, Санкт-Петербург

Ganin Pavel G. – Ph.D (technical), associate prof., department of processes and apparatuses of chemical technology, Saint-Petersburg State Chemical-Pharmaceutical Academy, St. Petersburg, Russia, e-mail: ganin-pavel-53@mail.ru

Moshinskiy Aleksandr I. – Ph.D (technical), associate prof., department of processes and apparatuses of chemical technology. Saint-Petersburg State Chemical-Pharmaceutical Academy, St. Petersburg, Russia, e-mail: alex-moshinskij@yandex.ru

Markova Alla V. – Ph.D (technical), associate prof., department of processes and apparatuses of chemical technology. Saint-Petersburg State Chemical-Pharmaceutical Academy, St. Petersburg, Russia, e-mail: alla.markova@pharminnotech.com

Rubczova Larisa N. – Ph.D (pharmaceutics), associate prof., department of processes and apparatuses of chemical technology. Saint-Petersburg State Chemical-Pharmaceutical Academy, St. Petersburg, Russia, e-mail: larisapns@mail.ru

Sorokin Vladislav V. – Ph.D (pharmaceutics), head of the department, department of processes and apparatuses of chemical technology. Saint-Petersburg State Chemical-Pharmaceutical Academy, St. Petersburg, Russia, e-mail: spcpa@outlook.com